

## LINGUAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS: A CONSTRUÇÃO DO NÚMERO SEGUNDO PIAGET

Mariana Lima Duro\*

Danielle Cenci\*\*

**Resumo:** A gênese do número em crianças é um estudo que merece destaque quando tratamos da linguagem matemática nos anos iniciais, visto que a não compreensão deste conceito remete a dificuldades de aprendizagem na área da matemática. Sendo assim, entendemos que este estudo pode contribuir para a prevenção e para a intervenção de educadores no intuito de minimizar essas dificuldades. Este estudo busca responder ao seguinte questionamento: “O que garante dizer que uma criança, ao contar verbalmente uma sequência numérica, tenha de fato constituída a noção do número?” Através dos estudos realizados por Piaget, procuramos abordar alguns pontos que devam ser considerados pelos educadores, a fim de responder a este questionamento. Para isso, apresentamos um experimento prático que visa compreender as noções de conservação de quantidades contínuas. Em seguida, detalhamos a análise quanto às possíveis respostas dos sujeitos e aos três diferentes níveis de pensamento descritos por Piaget e Szeminska (1971). Por fim, discutimos sobre as implicações que a não compreensão do número acarreta no ensino e na aprendizagem de matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. De fato, o que se observa é que a não compreensão do número por parte das crianças pode vir a interferir em toda sua trajetória de aprendizagem matemática.

**Palavras-chave:** Epistemologia Genética. Matemática. Construção do número.

### 1 Introdução

A gênese do número em crianças é um estudo que merece destaque quando tratamos do ensino de matemática nos anos iniciais, visto que a não compreensão deste conceito remete a dificuldades de aprendizagem na área da matemática. Sendo assim, entendemos que este estudo pode contribuir para a prevenção e para a intervenção de educadores no intuito de minimizar essas dificuldades.

A matemática é uma área de conhecimento que pode ser considerada, ao mesmo tempo, criativa e criadora. Criativa, pois se permite ser construída por cada pessoa, passo a passo, de maneira análoga ao seu desenvolvimento na história das ciências. Criadora, pois dela necessitam grande parte das demais áreas, que se erguem e se firmam sobre seus pilares.

No entanto, já é de senso comum que a matemática é vista pelos alunos como uma disciplina complicada e muito distante de suas possibilidades de compreensão. Atrevemo-nos

---

\* Professora de Matemática do IFRS – Bento Gonçalves. Mestre em educação pela UFRGS.

\*\* Professora de Matemática do IFRS – Caxias do Sul. Mestre em educação pela UFRGS.



a afirmar que os problemas da aprendizagem de matemática iniciam-se com o fracasso do seu ensino. Reconhecemos que lecionar para uma turma com mais de trinta alunos em um ambiente desprovido de recursos didáticos não é fácil, mas isso não impossibilita a aprendizagem.

A matemática talvez tenha sido o campo do conhecimento em que mais inovações pedagógicas tenham sido estabelecidas tendo como justificativa a teoria piagetiana, a Epistemologia Genética. Segundo Nogueira (2011), a afirmação piagetiana que mais causou impacto nos estudiosos foi a de que “[...] não basta de modo algum a criança pequena saber contar verbalmente um, dois, três, etc. para achar-se de posse do número [...]” (PIAGET & SZMINSKA, 1971, p.15). Para Vergnaud, (2009, p.125), “a noção de número é a noção mais importante da matemática ensinada na escola básica”.

Há indicativos de que as crianças que apresentam dificuldades no senso numérico sabem contar verbalmente até chegarem a números bastante altos. Isso acontece porque o papel da contagem, enquanto “recitação numérica”, vem deixando de lado atividades consideradas, em um tempo não muito remoto, pré-numéricas, como a classificação e a seriação (CORSO & DORNELES, 2010). Piaget e Szeminska (1971) resgatam estes conceitos e definem o número como a síntese da classificação e da seriação. Dessa maneira, podemos considerar que o número vem sendo apresentado de forma muito abstrata nos anos iniciais do ensino fundamental, de forma a não ser compreendido pela criança em todos os seus aspectos.

Durante muito tempo a escola teve por única tarefa transmitir à criança os conhecimentos adquiridos pelas gerações precedentes e exercitá-la nas técnicas especiais do adulto. Povoar a memória e treinar o aluno na ginástica intelectual pareciam, pois, ser as únicas coisas necessárias, uma vez que se concebia a estrutura mental da criança como idêntica à do homem feito e que, portanto, parecia inútil formar um pensamento já plenamente constituído que apenas exigia ser exercitado (PARRAT & TRYPHON, 1998, p.138).

Consideramos relevante a abordagem destas contribuições, principalmente para o ensino da matemática, tendo em vista estas evidências de que a noção numérica é pouco trabalhada em sala de aula, ocasionando defasagens na sua compreensão e falta de habilidades no uso do sistema numérico. Conseqüentemente a estes problemas, observam-se, nos anos iniciais, flagrantes problemas em estimativas e cálculos mentais. Temos como objetivo discutir com professores, tanto com os dos anos iniciais quanto com os de matemática das séries finais, a importância do estudo e da compreensão da gênese do número, como



contribuição para intervir na aprendizagem de seus alunos, no que se refere à construção da noção do número.

Sem dúvida que todos nós sabemos o que é o número e seus mecanismos de cálculo, mas somos incapazes de compreender sua gênese enquanto estrutura mental. Desta maneira, é objetivo analisar como ele permanece, ainda hoje, muito importante para o desenvolvimento do ensino de matemática nas escolas. Para isso, utilizaremos experimentos desenvolvidos por Piaget e Szeminska (1971) para exemplificar e demonstrar, empírica e analiticamente, este trabalho sobre a compreensão do número, com base na obra piagetiana mencionada.

## **2 Referencial Teórico**

De acordo com a Epistemologia Genética, para que a aprendizagem ocorra, é preciso haver interação entre sujeito e objeto<sup>1</sup>, ou seja, o conhecimento não é inato no sujeito (apriorismo), nem tampouco externo a ele (empirismo), mas constituído de interações, a partir de ações. Assim, a aprendizagem está subordinada ao desenvolvimento humano. O desenvolvimento é um processo espontâneo, ligado à embriogênese, que diz respeito ao desenvolvimento do corpo, do sistema nervoso e das funções mentais; já a aprendizagem é provocada por situações externas.

No processo de interação, a partir de ações, é o sujeito que se desequilibra ao buscar assimilar um objeto novo, realizando modificações nas suas estruturas cognitivas para poder acomodar-se ao novo conhecimento e, ao mesmo tempo, estabelecer um novo patamar de equilíbrio, capaz de assimilar objetos e situações cada vez mais complexas. Ao mesmo tempo em que o sujeito se modifica, o objeto também se modifica, uma vez que a assimilação o transforma. Essa transformação, através de abstrações, ocasiona uma tomada de consciência. Quando as regulações automáticas não são mais suficientes para dar conta do objeto, é preciso, então, procurar novos meios, mediante regulações ativas (PIAGET, 1977, p.198), que consistem nas tentativas do sujeito para resolver uma determinada situação ou problema, elegendo uma entre várias possibilidades de fazê-lo.

A matemática é uma área de conhecimento que exige um elevado grau de abstração, principalmente quando falamos da matemática pura. Observa-se que a matemática por ela mesma não existe enquanto ciência empírica, e sua aquisição dá-se, em sua totalidade, por abstrações reflexionantes, a partir de construções lógico-matemáticas. Para construir a noção de número, é necessário conservá-lo enquanto quantidade, mesmo que alterada a distribuição

---

<sup>1</sup> Objeto é tudo o que o sujeito não é (BECKER, 2001, p.16).



especial dos elementos considerados. Piaget e Szminska partem da hipótese de que a construção do número é “correlativa ao desenvolvimento da própria lógica” (1971, p.12), sendo o período pré-lógico um período pré-numérico. Os autores chegam, então, à conclusão de que a construção do número se dá etapa a etapa, a partir da união da inclusão e da seriação de elementos, chegando à totalidade operatória do conjunto dos números inteiros finitos, “indissociavelmente cardinais e ordinais” (1971, p.13).

“Juntar objetos é uma atividade precoce da criança. Esta se apoia na comparação dos objetos entre si e na análise de suas semelhanças e diferenças, de sua equivalência ou de sua complementaridade” (VERGNAUD, 2009, p. 97). Podemos perceber que, para uma criança pré-escolar, pode ser simples enfileirar objetos em correspondência a outros já enfileirados, no entanto, quando a densidade<sup>2</sup> de um dos conjuntos é alterada, a criança já não acredita que esta quantidade permaneça a mesma. O fator descrito anteriormente é realmente interessante, pois comprova empiricamente que a simples correspondência biunívoca (também conhecida como correspondência “um a um”) não garante a conservação da quantidade por parte da criança.

Na correspondência biunívoca lógica ou qualitativa, os elementos se correspondem univocamente em função de suas qualidades, como, por exemplo, quando se analisam as semelhanças entre dois objetos (ou conjuntos de objetos) e, para isto, se estabelece a correspondência entre uma parte de um com a parte semelhante no outro. Por considerarem apenas as qualidades, as correspondências qualitativas independem da quantificação (NOGUEIRA, 2004, p. 12).

Kamii (1990) critica a maneira pela qual a teoria da construção do número descrita por Piaget é erroneamente aplicada em sala de aula. A diferença entre o método proposto por Kamii (1990), baseado na obra piagetiana, e o método atualmente aplicado nas escolas é que o último ensina as crianças a dar respostas corretas apenas a questões específicas, impossibilitando a criança de construir estruturas lógicas generalizáveis a diferentes situações. Para Vergnaud (2009, p.12), “um conhecimento que não é operatório não é, de fato, um conhecimento”.

Segundo Vergnaud (2009), deve-se considerar, dentre as razões para a crise no ensino da matemática: a) a insuficiência da suscetividade e continuidade na reflexão e experimentação matemática; b) o excesso de formalização matemática; c) programas e métodos de ensino não relacionados à capacidade e ao modo de pensar da criança; d) a

---

<sup>2</sup> Densidade refere-se à quantidade de elementos distribuídos em um determinado espaço. Quanto mais elementos distribuídos em um mesmo espaço, maior será a densidade desse conjunto.



formação insuficiente dos professores. O autor destaca, ainda, que o papel do professor consiste em saber utilizar a atividade da criança de maneira a promover o seu aprendizado. É mais que um conhecimento aprofundado do conteúdo a ser ensinado, é saber relacioná-lo às possibilidades da criança (Vergnaud, 2009, p. 15).

No que diz respeito aos acertos, é muito importante saber quais os meios que a criança utilizou para alcançar o objetivo colocado. [...] No que diz respeito aos erros, a necessidade de analisá-los é ainda mais evidente, pois essa análise permite saber que dificuldades a criança enfrentou, e permite determinar os meios de remediar essa situação. [...] os meios utilizados pela criança, os caminhos que ela toma para resolver um problema ou atingir um dado objetivo numa determinada tarefa escolar, são profundamente enraizados na representação que ela faz da situação (VERGNAUD, 2009, p. 18).

“O número<sup>3</sup> é uma relação criada mentalmente por cada indivíduo” (KAMII, 1990, p.15) . Ou seja, o número não pode ser ensinado, pois é uma construção interna que se dá ao coordenar relações de comparação entre quantidades iguais ou diferentes. Esse tipo de abstração, Piaget chamou de lógico-matemática. Compreender o número significa sintetizar a ordem e a inclusão hierárquicas. Dessa maneira, é importante que, ao contar, a criança mantenha uma ordem mental organizada, a fim de contar cada elemento uma, e apenas uma, única vez. “O objeto só é conhecido na medida em que o sujeito consegue agir sobre ele e essa ação é incompatível com o caráter passivo que o empirismo, em graus diversos, atribui ao conhecimento” (PIAGET, 1972, p. 99).

No entanto, se apenas essa organização fosse necessária, a criança não compreenderia a quantidade que cada número representa, já que o contaria um de cada vez, desprezando o grupo de elementos. Então, considera-se a inclusão hierárquica para que os números sejam quantificados enquanto grupo, de forma ordenada e inclusiva; 1 antes do 2, mas incluído em 2, 2 antes do 3 e após o 1 e, dessa forma, 1 e 2 incluídos em 3 e assim por diante.

Consideramos que a não compreensão do número pode ser uma das razões para as principais dificuldades matemáticas apresentadas pelas crianças nos anos iniciais — além do fato já apresentado de que a matemática tem origem lógica e abstrata, e não empírica, necessitando que sejam estabelecidas relações entre conceitos de forma dedutiva e não indutiva. A generalização de regras necessita domínio de uma linguagem específica. O sistema de representação matemática possibilita descrever modelos e situações que interessam a todos os ramos da ciência, não apenas da matemática. Ela pode ser usada, muitas vezes, de

---

<sup>3</sup> Piaget diferencia os números de 1 a 4 ou 5 dos demais, por considerá-los *números perceptuais*. Esses números pequenos podem ser distinguidos e comparados pela percepção pura e simples - o que não ocorre com números maiores - , e, mais ainda, para compreender a infinitude numérica.



modo intuitivo, sem que as generalizações ocorram em seu aspecto mais amplo. Essa não generalização permite que um aluno compreenda a adição, por exemplo, mas sem conseguir realizar operações inversas ou complementares, como subtração e multiplicação. Além disso, mais adiante, sequer as operações de adição algébrica serão possíveis de ser realizadas por este sujeito.

O triste paradoxo que nos apresenta o excesso de ensaios educativos contemporâneos é querer ensinar matemática “moderna” com métodos arcaicos, ou seja, essencialmente verbais e fundados exclusivamente na transmissão mais do que na reinvenção ou na redescoberta pelo aluno. (PARRAT & TRYPHON, 1998, p.220-221)

Queremos dizer que o professor tem o papel de colaborador indispensável ao processo de aprendizagem que levará o aluno a reconstruir modelos matemáticos aprendidos anteriormente em situações diferenciadas e cada vez mais genéricas, possibilitando-lhe compreender a gênese da representação numérica e como utilizá-la na resolução de problemas, através de suas próprias ações. Para Piaget (1970, p.46), “[...] o problema central do ensino das matemáticas é o do ajustamento recíproco das estruturas operatórias espontâneas próprias à inteligência e do programa ou dos métodos relativos aos domínios matemáticos ensinados”.

A matemática também possibilita a representação e a compreensão do mundo. Sabe-se que os números representam quantidades, e contar de maneira correta exige diversas habilidades cognitivas, tendo em vista que é preciso manter um mecanismo lógico que permita contar cada um dos objetos, sem deixar nenhum de fora desta contagem. Ao mesmo tempo, deve-se certificar de que objetos não foram contados repetidamente. Ao final desta ação, obtemos um número, o qual representa a quantidade total de objetos contidos em um determinado conjunto. Mas uma representação numérica pode ser mais que isso, pois, a partir dos números, podemos também comparar quantidades.

### **3 Material e Método**

Na obra *A Gênese do Número na Criança* (PIAGET & SZAMINSKA, 1971), os autores ressaltam a importância da realização de experimentos incluídos na entrevista com método clínico<sup>4</sup> para a investigação da construção do número, e que esta deve ser efetuada com material adequado, permitindo a reflexão do sujeito a partir de suas ações.

---

<sup>4</sup> Método Clínico compreende um procedimento de coleta e análise de dados, o qual possibilita compreender, por observação da fala e da ação do sujeito, a lógica utilizada por ele na resolução do problema proposto. É aplicado

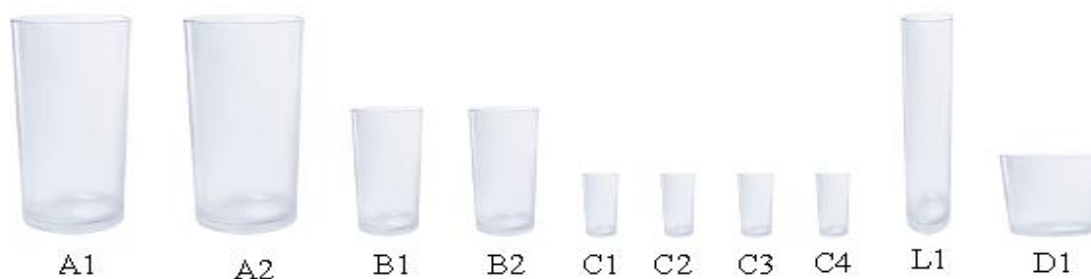
No início do capítulo I desta obra, os autores afirmam que qualquer tipo de conhecimento supõe um sistema de conservação, sendo a percepção o mais primitivo de todos. Essa necessidade de conservação se impõe necessariamente, e “as noções aritméticas se estruturam progressivamente, em função mesmo dessas exigências de conservação” (PIAGET & SZAMINSKA, 1971, p.24). Os autores ainda relacionam a conservação da quantidade com a construção da própria quantidade, afirmando que a criança “[...] só descobre a quantificação real no momento em que se torna capaz de construir totalidades que se conservam” (PIAGET & SZAMINSKA, 1971, p.26).

Os instrumentos de coleta de dados têm o propósito de compreender como pensa o sujeito da pesquisa. Para evidenciar as relações estabelecidas por esses elementos e analisar as diferentes condutas de respostas, Piaget e Szaminska aplicaram a seguinte prova de transvasamento de líquidos: deve-se transvasar líquidos coloridos em recipientes de variadas dimensões, a fim de comprovar, ou não, a conservação da quantidade na criança.

Materiais:

- a) 2 jarras contendo líquidos de cores diferentes;
- b) 2 recipientes cilíndricos iguais (A1 e A2);
- c) 2 recipientes cilíndricos menores e semelhantes a A1 e A2 (B1 e B2);
- d) 1 recipiente cilíndrico mais fino e mais alto (L1);
- e) 1 recipiente cilíndrico mais grosso e mais baixo (D1);
- f) 4 recipientes cilíndricos proporcionalmente menores a B1 e B2 (C1, C2, C3 e C4).

FIGURA 1: Exemplos dos recipientes citados



---

mediante situações e entrevistas abertas, e, no decorrer do acompanhamento do pensamento do sujeito, vão surgindo novas perguntas a fim de esclarecer as respostas anteriores e se possibilitar uma aproximação cada vez mais ao objetivo da pesquisa. Este método permite intervenção constante do experimentador com o objetivo de compreender como o sujeito “organiza seu pensamento, como ele percebe, age e sente” (DELVAL, 2002, p.67).



Transformações sugeridas (PIAGET & SZAMINSKA, 1971, p.25):

- a) Reconhecer a igualdade de líquido contido em A1 e A2;
- b) Transvasar A2 em B1+B2, transvasar B1 em C1+C2, transvasar B2 em C3+C4;
- c) Questões de igualdade:  $C1+C2=B2$ ,  $C1+C2+C3+C4=A1$ ;
- d) Submeter os líquidos a todas as deformações possíveis.

Questionamentos sugeridos (PIAGET & SZAMINSKA, 1971, p.25):

- a) Pedir para que a criança antecipe o nível em que ficará o líquido após transvasado;
- b) Contra-argumentar sua resposta;
- c) Perguntar à criança para onde foi o líquido que tinha a mais?
- d) Perguntar à criança como fazer para que se tenha a mesma quantidade?
- e) Os autores partem da hipótese de que a conservação é construída passando por três etapas, até sua constituição.

#### 4 Análise e Discussão

As respostas das crianças entrevistadas por Piaget e Szminska permitiram diferenciar três fases bem definidas, classificadas de acordo com sua totalidade, levando em conta as semelhanças de pensamento apresentadas durante as entrevistas, que, de maneira alguma, podem ser consideradas iguais enquanto conteúdo. Neste tópico, apresentamos as três fases identificadas nas crianças em relação à conservação de substâncias líquidas, uma vez que, através delas, conforme obra citada, ao apresentar conservação de quantidade, a criança constrói a própria quantidade.

##### 4.1 Primeira fase: ausência de conservação – quantidade bruta

Para a criança, nesta fase, a quantidade de líquido varia conforme a forma de cada recipiente. Ou seja, o foco está no resultado, na percepção pura que "(...), portanto, não é de modo algum corrigida por um sistema de relações ou de operações que assegurem a existência de uma invariante de quantidade" (PIAGET & SZMINSKA, 1971, p.25). Nesta fase, a quantidade fica reduzida a relações de comparações (mais/menos), mas puramente perceptivas, não sendo coordenadas umas às outras (PIAGET & SZMINSKA, 1971, p.26). Sendo assim, ocorrem contradições nas explicações.





Os autores destacam, nesta fase, como se dá o princípio da diferenciação entre a quantidade e a qualidade. Mesmo a percepção mais elementar atribui qualidades aos objetos, mas, para apreendê-las, é necessário relacioná-las, seja por meio de uma relação simétrica (semelhanças) ou de uma relação assimétrica (diferenças) (PIAGET & SZMINSKA, 1971, p.32).

As semelhanças entre qualidades só chegam a sua classificação (por exemplo: os vidros C1, C2, C3,... são “igualmente pequenos”), enquanto que as diferenças assimétricas implicam mais e menos e assinalam assim o início da quantificação (por exemplo: “A1 é maior que B1” ou “A1 é menos largo que P”). Sob sua forma mais elementar, a quantidade é, pois, dada ao mesmo tempo que sua qualidade: ela é constituída pelas relações assimétricas que unem necessariamente entre si as qualidades, sejam quais forem. Não existem, com efeito, qualidades em si, mas apenas qualidades comparadas e diferenciadas, e essa diferenciação, enquanto envolve relações de diferenças assimétricas, não é outra coisa que o germe da quantidade (PIAGET & SZMINSKA, 1971, p.32).

Quando se diz que se tem mais líquido porque é mais alto o recipiente, está sendo quantificada uma relação dada através da percepção de diferença de qualidades, representada pela altura dos líquidos. A não composição das relações de diferenças impede a criança de chegar a uma noção de quantidade total, já que cada diferença é considerada independente das demais (PIAGET & SZMINSKA, 1971, p.35).

A adição das relações assimétricas é a sua seriação em ato ou pensamento, com as consequências que disso decorrem quanto à graduação dos termos seriados. A multiplicação das mesmas relações é a sua seriação do ponto de vista de duas ou várias relações ao mesmo tempo. [...] a principal característica desta fase é [...] a incapacidade da criança em efetuar tais coordenações enquanto o sujeito conclui que a quantidade aumenta porque o nível se elevou, ele se esquece de considerar a largura do recipiente e, se o faz a seguir, esquece o nível etc. (PIAGET & SZMINSKA, 1971, p.33)

#### 4.2 Segunda fase: respostas intermediárias

Observam-se progressos na construção dos mecanismos de conservação, apresentando-se em alguns casos, mas não na generalidade dos transvasamentos. Neste período, “[...] a conservação impõe-se progressivamente, mas se ela é descoberta no caso de certos transvasamentos, dos quais nos será preciso procurar determinar os caracteres, ela não é generalizável a todos.” (PIAGET & SZMINSKA, 1971, p.25). Nesta fase, as relações perceptivas (mais/menos) iniciam a ser coordenadas entre si e transformadas em relações operatórias (PIAGET & SZMINSKA, 1971, p.26,38).



Duas reações de passagem podem ser destacadas:

Na primeira, a criança é capaz de postular a conservação do líquido quando se despeja o líquido de um vidro A em dois vidros B1 e B2, mas, se faz intervir três recipientes ou mais, ela recai na crença da não-conservação. A segunda reação de transição consiste em afirmar a conservação no caso das pequenas diferenças de nível, largura ou volumosidade, mas duvidar dela no caso das grandes diferenças. (PIAGET & SZMINSKA, 1971, p.36).

A criança ainda não se encontra convencida da invariância da quantidade total, pois

[...] quando a criança considera os níveis desiguais, esquece as larguras, e quando percebe as larguras desiguais, esquece o que acabou de pensar sobre a relação dos níveis; portanto, é somente com os níveis iguais que ela tenta multiplicar logicamente as relações de altura e de largura entre si, mas, assim que essa operação se esboça, uma das relações leva a palma sobre a outra, numa alternativa sem fim (PIAGET & SZMINSKA, 1971, p.39).

#### 4.3 Terceira fase: A Conservação Necessária

A conservação ocorre em todas as transformações efetuadas à medida que as relações perceptivas passam a ser coordenadas entre si, observando a proporcionalidade das diferenças, o que possibilita a noção de uma quantidade total invariante (PIAGET & SZMINSKA, 1971, p.26,40). É só a partir da organização desta noção que é possível a construção do número.

[...] a comparação global do estado inicial e do estado final das transformações basta à criança para permitir-lhe afirmar a conservação, independentemente de qualquer multiplicação das relações e de qualquer partição [...]. A certo nível do desenvolvimento, a conservação, portanto, parece ser devida a uma dedução *a priori* e analítica, que torna inútil a observação das relações, bem como da própria experiência. [...] vê-se como se fosse a nu o mecanismo de sua construção e é-se levado a reconhecer que o raciocínio que vem a dar na afirmação da conservação consiste [...] numa coordenação de relações, sob o seu duplo aspecto de multiplicação lógica das relações e de composição matemática das partes e das proporções. (PIAGET & SZMINSKA, 1971, p.42).

A possibilidade de multiplicar relações é condição necessária para a descoberta da conservação, da quantidade bruta unidimensional, mas não suficiente, visto que a coordenação das relações perceptivas constrói uma totalidade multidimensional intensiva e não extensiva (PIAGET & SZMINSKA, 1971, p.43). “Noutras palavras, se as duas relações variam no mesmo sentido; se uma permanece igual e somente a outra varia ou se as duas permanecem invariantes, então pode-se [*sic*] saber se a quantidade total aumenta, diminui ou permanece idêntica” (PIAGET & SZMINSKA, 1971, p.45). Se ambas as relações são alteradas, pode-se seriar as quantidades, mas não quantificá-las.

Mesmo todas as crianças sabendo que não se fez mais que despejar de um recipiente para outro, só as crianças da terceira fase utilizam esta informação em união com a noção de unidade (quantificação extensiva), sob forma de partição aritmética (proporção) (PIAGET &



SZMINSKA, 1971, p.46). Ou seja, o que se perde em largura, ganha-se em altura, por exemplo.

## 5 Resultados da Pesquisa

Piaget provou de maneira experimental que a noção de número não é inata ao ser humano e sequer pode ser ensinada ou aprendida empiricamente. Se isso fosse verdade, bastaria que crianças, de qualquer idade, fossem expostas a situações de correspondência entre conjuntos numéricos para compreenderem e compararem suas quantidades. Se apenas pelo “ensino” fosse possível compreender o número, as crianças não cairiam em contradições do tipo: “há 10 em cada conjunto, mas há mais no conjunto em que a fileira é mais comprida”.

Na primeira fase, a criança apenas estabelece diferenças qualitativas simples (unidimensionais), advindas de relações perceptíveis (de igualdade ou de diferenças) não coordenadas. Na segunda fase, passa a limitar-se a puras multiplicações lógicas das relações, tornando-se capaz de seriar diferenças, sob uma ou mais dimensões de maneira intensiva, comportando apenas relações assimétricas de diferenças, não sendo estas diferenças seriáveis (graduáveis), quando ambas relações (altura e largura) não permanecem idênticas. Ao contrário, a relação de proporção estabelecida na terceira fase une as diferenças assimétricas às de igualdade, conduzindo o sujeito à constituição da quantidade extensiva, na compensação destas diferenças. A proporção é construída na combinação da igualdade com a relação assimétrica (PIAGET & SZMINSKA, 1971, p.47, 48, 50).

A criança não adquire hábitos, mas regras, as quais podem e devem aplicar-se a problemas novos. Ela não as adquire solidamente, a menos que as compreenda, quer dizer, perceba as ligações que as regras mantêm com a estrutura relacional dos problemas ao quais se aplicam (VERGNAUD, 2009, p.313-314).

Desta forma, a tarefa do educador é de utilizar a matemática para analisar as relações, uma vez que, segundo Vergnaud (2009, p.85), “tudo é matéria para a relação”, e de levar a criança a descobrir, por trás da variedade das coisas, o pequeno número e a simplicidade das relações que a estruturam. Enquanto as crianças resolvem problemas sobre quantidades, elas estão organizando suas ações, muitas vezes, retomando-as, com intuito de afastar as contradições percebidas.

Nos anos iniciais, assim como nos demais períodos escolares, deve-se possibilitar o contato com diferentes problemas, de forma que, para resolvê-los sejam necessárias ações



diferentes, como juntar, separar ou distribuir objetos, dando a oportunidade de que estas crianças reflitam sobre as situações e as operações aritméticas utilizadas em cada uma das ações propostas.

De acordo com os estudos apresentados, acreditamos que as crianças que dominam as operações fundamentais, compreendendo a natureza da representação numérica e suas relações, além de demonstrarem capacidade de ler e interpretar problemas usando relações lógicas e numéricas, possuem grandes chances de sucesso no aprendizado da matemática. Para Piaget (1974, p.12),

[...] a compreensão da Matemática elementar decorre da construção de estruturas inicialmente qualitativas (o número, por exemplo, aparece psicologicamente como uma síntese da inclusão das classes e da ordem serial) e quanto mais for facilitada a construção prévia das operações lógicas, em todos os níveis do ensino da Matemática, tanto mais estará ele sendo favorecido.

É nos anos iniciais que a criança é introduzida formalmente ao “mundo da matemática”, devendo partir das relações qualitativas compreendidas previamente até a consolidação das relações entre quantidades, ainda em fase de construção. Por isso é tão importante que nós, professores especialistas, discutamos sobre possibilidades de trabalho em sala de aula em parceria com nossos colegas, professores dos anos iniciais.

Por fim, este estudo, embora tenha como objetivo provocar a reflexão dos professores, tanto os que lecionam nos anos iniciais do ensino fundamental quanto os que lecionam exclusivamente matemática, busca enfatizar e evidenciar que “o ideal da educação não é aprender ao máximo, maximizar os resultados, mas é antes de tudo aprender a aprender; é aprender a se desenvolver e aprender a continuar a se desenvolver depois da escola” (PIAGET, 1972, p. 32).

### **MATHEMATIC LANGUAGE IN THE ELEMENTARY SCHOOL: CONSTRUCTION OF A NUMBER ACCORDING PIAGET**

**Abstract:** The genesis of the number in children is a study that intends to be highlighted when we think about the language of mathematics in the Elementary school, seeing as the non-understanding of this concept refers to learning difficulties in mathematics. Thus, we understand that this study can contribute to the the intervention of educators in order to minimize these difficulties. This study seeks to answer the following question: “What guarantees saying that a child when verbally counting a numeric sequence has in fact the notion of the number constituted?” Through the studies conducted by Piaget, we seek to address a few pointers that should be considered by educators, in order to answer to this



question. For such, we present a practical experiment which aims to comprehend the notions of conservation of continuous quantities. Afterwards, we detail the analysis as to the possible answers from the subjects and the three different thinking levels described by Piaget and Szeminska (1971). Lastly, we discuss the implications that the non understanding of the number cause on the teaching and the learning of mathematics in the early years of the basic education. Indeed, what is observed is that the non understanding of the numbers by part of the children may interfere in the whole of their mathematical learning.

**Keywords:** Genetic Epistemology. Mathematics. Construction of the number.

## Referências

BECKER, Fernando. **Educação e Construção do conhecimento**. Porto Alegre: Artmed, 2001.

CORSO, Luciana Vellinho; DORNELES, Beatriz Vargas. **Senso numérico e dificuldades de aprendizagem na matemática**. Revista da Associação Brasileira de Psicopedagogia, 27(83): 298-309. São Paulo: ABPp, 2010.

DELVAL, Juan. **Introdução à prática do método clínico: descobrindo o pensamento das crianças**. Porto Alegre: Artmed, 2002.

KAMII, Constance. **A criança e o número**. Campinas, SP: Papyrus, 1990.

NOGUEIRA, Clélia Maria Ignatius. **A Definição de Número: uma hipótese sobre a hipótese de Piaget**. Anais do VIII ENEM. VIII Encontro Nacional de Educação Matemática. Recife, 2004.

NOGUEIRA, Clélia Maria Ignatius. Aplicações da Teoria Piagetiana ao Ensino da Matemática. In: MONTOYA, A.O.D. (org.) [et al.]. **Jean Piaget no século XXI. Escritos de Epistemologia genética**. Marília: Cultura Acadêmica, 2011.

PARRAT, S. e TRYPHON, A (orgs.). **Jean Piaget. Sobre a Pedagogia: textos inéditos**. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1998.

PIAGET, Jean. **Psicologia e Pedagogia**. Rio de Janeiro: Forense, 1970.

PIAGET, Jean. SZMINSKA, Alina. **A Gênese do número na criança**. Rio de Janeiro: Zahar, 1971.

PIAGET, Jean. **Problemas de psicologia genética**. Petrópolis: Vozes, 1972.

PIAGET, Jean. **Para Onde vai a Educação?** Rio de Janeiro: José Olympio, 1974.

PIAGET, Jean. **A Tomada de Consciência**. São Paulo: Edusp/Pioneira, 1977.



VERGNAUD, Gérard. **A criança, a matemática e a realidade**. Curitiba: Ed. da UFPR, 2009.