

# O ESTUDO DE INEQUAÇÕES NO PLANO NO ENSINO MÉDIO: UMA PROPOSTA DE ENSINO UTILIZANDO GEOGEBRA

## THE STUDY OF INEQUALITIES IN THE PLAN IN HIGH SCHOOL: A TEACHING PROPOSAL USING GEOGEBRA

## EL ESTUDIO DE LAS DESIGUALDADES EN EL PLAN EN LA ESCUELA SECUNDARIA: UNA PROPUESTA USANDO EL GEOGEBRA

Êmeli Luiza Both<sup>[1]</sup>, Luana Casara Maschio<sup>[1]</sup>, Karine Pertile<sup>[1]</sup>

[1] Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul (IFRS), *Campus Bento Gonçalves*, RS, Brasil.

**Data de submissão:** 17 set. 2024. **Data de aprovação:** 12 dez. 2024. **Financiamento:** os autores declaram não haver financiamento. **Como citar:** BOTH, Êmeli Luiza; MASCHIO, Luana Casara; MASCHIO, Karine Pertile. O estudo de inequações no plano no Ensino Médio: uma proposta de ensino utilizando GeoGebra. **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática**, Bento Gonçalves, RS, v. 11, p. e203, 3 mar. 2025. <https://doi.org/10.35819/remat2025v11id7484>.



Este artigo está licenciado sob uma licença *Creative Commons Attribution 4.0 International License*.

**Resumo:** Este artigo tem como objetivo apresentar uma sequência didática para auxiliar o ensino de inequações no plano no viés da Geometria Analítica. A pesquisa, de cunho qualitativo, foi organizada em três etapas: análise dos livros didáticos de Matemática para o Ensino Médio, disponibilizados pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) 2021; busca por publicações científicas acerca de inequações no plano; e elaboração da sequência didática para o ensino de inequações no plano. Para esta, utilizamos o GeoGebra, um *software* livre e gratuito, no qual são apresentadas atividades em que os alunos, por meio de orientações e questionamentos, possam construir relações e desenvolver habilidades relacionadas às representações gráficas de inequações. Com isso, visamos auxiliar docentes de Matemática na ampliação em sala de aula deste tópico, considerando que as obras do PNLD, que muitas vezes são a única fonte de consulta de professores e alunos, não apresentam o tema. Assim, descrevemos brevemente a estrutura da sequência didática, apresentando as teorias que a fundamentaram e os objetivos que nortearam sua elaboração. Como pesquisa futura, pretendemos aplicar a sequência didática para verificar suas potencialidades.

**Palavras-chave:** Educação Matemática; Ensino Médio; Geometria Analítica; inequações no plano; GeoGebra.

**Abstract:** The aim of this article is to present a didactic sequence to help teach inequalities in the plane through the lens of Analytic Geometry. The qualitative research was organized into three stages: analysis of High School Mathematics textbooks for High School, by Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) 2021; search for scientific publications about inequalities in the plane; and elaboration of the didactic sequence for teaching inequalities in the plane. For this, we use GeoGebra, a free and open source software, in which activities are presented to students. Through guidelines and questions, the students can build relationships and develop skills related to the graphical representations of inequalities. With this, we aim to help Mathematics teachers in the expansion of this topic in the classroom, considering that the books of the PNLD, which are often the only source of consultation for teachers and students, do

not present the theme. We briefly describe the structure of the didactic sequence, presenting the theories that supported it and the objectives that guided its elaboration. As future research, we intend to apply the didactic sequence to verify its potential.

**Keywords:** Mathematics Education; High School; Analytical Geometry; inequalities in the plane; GeoGebra.

**Resumen:** Este artículo tiene como objetivo presentar una secuencia didáctica para enseñar desigualdades en el plano desde la perspectiva de la Geometría Analítica. La investigación cualitativa se estructuró en tres etapas clave: análisis de libros de texto de Matemáticas para Enseñanza Media disponibles en el Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) 2021; revisión de publicaciones científicas sobre desigualdades en el plano; y elaboración de una secuencia didáctica para su enseñanza. Utilizamos GeoGebra, software libre, para diseñar actividades que permiten a los estudiantes construir relaciones y desarrollar habilidades en representaciones gráficas de desigualdades mediante orientaciones y preguntas guiadas. Este trabajo busca apoyar a docentes de Matemáticas en la ampliación del tema en el aula, considerando la escasez de recursos en materiales educativos en el PNLD. A continuación, se presenta una descripción concisa de la estructura de la secuencia didáctica, incluyendo sus fundamentos teóricos y objetivos. Futuras investigaciones evaluarán su efectividad.

**Palabras clave:** Educación Matemática; Escuela Secundaria; Geometría Analítica; desigualdades en el plano; GeoGebra.

## 1 INTRODUÇÃO

Segundo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018), o conhecimento matemático é importante para todos os alunos da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade ou na formação de sujeitos críticos e socialmente responsáveis. Dentre os conhecimentos necessários para a promoção de competências e habilidades nos alunos, está a geometria, que “envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento” (Brasil, 2018, p. 271) e a álgebra, que possibilita ao aluno o exercício da sua competência de generalização e abstração, além de garantir um poderoso recurso para a resolução de problemas (Brasil, 1998, p. 115).

Desde os anos iniciais do Ensino Fundamental os alunos têm contato com elementos que envolvem geometria e álgebra, mas é apenas no Ensino Médio que isso se consolida como Geometria Analítica, uma área matemática que permite uma aproximação ainda maior entre álgebra e geometria. Para Dante e Viana (2020), por meio da Geometria Analítica, é possível tratar algebricamente muitas questões geométricas, como também interpretar de forma geométrica muitas questões algébricas. Dentre os vários tópicos da Geometria Analítica estudados na Educação Básica, nosso estudo versa sobre as representações gráficas de inequações, envolvendo retas e circunferências. Ao buscarmos publicações acadêmicas sobre o ensino e a aprendizagem de inequações no plano, em plataformas de pesquisa como Google Acadêmico e Portal de Periódicos Capes, não localizamos publicações nacionais sobre o tema. Em publicações internacionais, encontramos publicações como as de Zeng e Ye (2020) e Mascarenhas (2021), mas que ainda não têm como foco alunos do Ensino Médio. Ao procurarmos o tema nas

dez coleções de Matemática do Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), de 2021, disponibilizados para análise de professores do Ensino Médio, encontramos o tema em duas obras, o que pode indicar que o tema não é trabalhado na Educação Básica. Dessa forma, justificamos a importância desta pesquisa.

Nossa pesquisa, de caráter qualitativo, deu-se na direção do desenvolvimento de uma sequência didática para auxiliar professores de Matemática no ensino de inequações no plano, a partir da Geometria Analítica. Embora tenhamos utilizado o *software* GeoGebra, a sequência pode ser facilmente passada para o papel, de modo que alcance escolas que não têm acesso a computadores ou *internet*.

Nosso objetivo, portanto, é a apresentação de uma sequência didática que auxilie professores no ensino de Geometria Analítica na Educação Básica, em especial na interpretação gráfica de inequações.

Além disso, os seguintes objetivos específicos foram buscados: (i) investigamos, com base em estudos anteriores, como tem sido desenvolvido o estudo de inequações no plano em escolas da Educação Básica; (ii) identificamos como os documentos norteadores da Educação Básica apresentam o conteúdo; (iii) analisamos como os livros didáticos de Matemática do PNLD apresentam as inequações no plano.

A seguir, apresentamos o referencial teórico que embasa o trabalho, a metodologia empregada no estudo realizado, as análises e discussões sobre os achados e, finalmente, as considerações finais.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O referencial teórico apresenta como os documentos norteadores da Educação Básica, BNCC (Brasil, 2018) e Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) (Brasil, 1998, 2002), e estudos acadêmicos apresentam e discutem o ensino e a aprendizagem de Geometria Analítica no Ensino Médio. Além disso, como a sequência didática foi desenvolvida no GeoGebra, realizamos um estudo sobre as possibilidades de uso de tecnologias digitais na promoção de habilidades dos alunos.

### 2.1 GEOMETRIA ANALÍTICA NO ENSINO MÉDIO

O estudo da geometria no Ensino Médio é fator indispensável para o desenvolvimento pleno dos seres humanos já que oportuniza uma compreensão de mundo, desenvolvimento do raciocínio lógico e entendimento das diversas áreas de conhecimento. Dentre os conhecimentos da geometria a serem adquiridos no Ensino Médio, está o estudo da Geometria Analítica que requer, segundo os PCN+ (Brasil, 2002), as seguintes habilidades:

Representações no plano cartesiano e equações; intersecção e posições relativas de figuras. Interpretar e fazer uso de modelos para a resolução de problemas geométricos. Reconhecer que uma mesma situação pode ser tratada com diferentes instrumentais matemáticos, de acordo com suas características. Associar situações e problemas geométricos a suas correspondentes formas algébricas e representações gráficas e vice-versa. Construir uma visão sistemática das diferentes linguagens e campos de estudo da Matemática, estabelecendo conexões entre eles (Brasil, 2002, p.125).

Assim, para termos uma visão global sobre o estudo da Geometria Analítica, devemos estabelecer conexões entre as habilidades e os campos de estudo.

A Geometria Analítica não se resume a uma simples aplicação de conceitos. Segundo Munhoz (1999 *apud* Richt, 2005), a Geometria Analítica desenvolve uma comunicação entre a geometria e a álgebra, intercalado pela linguagem natural. Isso corrobora com a perspectiva apresentada pelos PCNs em relação a esse conteúdo.

O trabalho com a geometria analítica permite a articulação entre geometria e álgebra. Para que essa articulação seja significativa para o aluno, o professor deve trabalhar as duas vias: o entendimento de figuras geométricas, via equações, e o entendimento de equações, via figuras geométricas [...] (Brasil, 2006, p. 77).

Na mesma perspectiva, os PCNs indicam que a Geometria Analítica tem como função tratar algebricamente as propriedades e os elementos geométricos. Dessa forma, “[...] o aluno do ensino médio terá a oportunidade de conhecer essa forma de pensar que transforma problemas geométricos na resolução de equações, sistemas ou inequações” (Brasil, 2002, p. 124).

Apesar da grande importância do ensino da Geometria Analítica no Ensino Médio, as pesquisas em relação a esse assunto são extremamente escassas e ultrapassadas. Segundo Santos (2011) isso se dá basicamente pela dificuldade dos alunos com o conteúdo, resultado da pouca ênfase dada ao assunto no Ensino Médio. O autor afirma que, baseado em sua prática docente, as dificuldades na aprendizagem da Geometria Analítica são devido a um ensino estático, que é desarticulado da realidade. “Trata-se, portanto, de um ensino mecanicista, que deixa de lado o raciocínio lógico e espacial, favorecendo uma incapacidade de interpretação de uma construção gráfico-geométrico-algébrico” (Santos, 2011, p. 64). Ou seja, é preciso modificar a maneira como o tema é ensinado.

Na perspectiva da formação de professores de Matemática, Andrade, Guerra e Silva (2006), descrevendo suas experiências como professores do curso de Licenciatura em Matemática, afirmam que é preocupante o desenvolvimento dos alunos no quesito Geometria Analítica e evidenciam a necessidade da mudança nesse cenário. Colocam que “os alunos quase na sua totalidade, inclusive aqueles que se dedicavam e tiravam boas notas, comentavam que esta era a parte mais difícil da matemática” (Andrade; Guerra; Silva, 2006, p. 6). Consequentemente, como futuros professores, ao saírem da licenciatura e partirem para a prática, é comum que

levem consigo as suas dificuldades e barreiras com a Geometria Analítica, que de forma inconsciente, pode influenciar negativamente os educandos.

Apesar da grande amplitude de conteúdos da Geometria Analítica, o estudo das inequações no plano é normalmente relegado a segundo plano, seja pela ausência do tópico específico na BNCC (Brasil, 2018) – o que implicaria na não inclusão do tema nos programas escolares –, ou por não constarem nos livros didáticos, pela falta de tempo durante o ano escolar ou, ainda, pela falta de preparação dos professores.

No que diz respeito à Matemática no Ensino Médio, a BNCC Brasil (2018) divide o que deve ser aprendido em cinco unidades temáticas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística. Nesse documento, na unidade de Álgebra consta que os estudantes devem “identificar a relação de dependência entre duas grandezas em contextos significativos e comunicá-la, utilizando diferentes escritas algébricas, além de resolver situações-problema por meio de equações e inequações” (Brasil, 2018, p. 527). Porém, nas habilidades previstas para o Ensino Médio o estudo de inequações nem ao menos é citado.

Para Zeng e Ye (2020), problemas que envolvem inequações com duas incógnitas têm aplicações fundamentais em computação, análise numérica e otimização. No entanto, estudos como os de Melo (2007) e Beltrão (2010) afirmam que, desde o Ensino Fundamental, um número considerável de professores não trabalha as inequações por falta de tempo ou pelo fato de não constar em seu planejamento e, ainda, os estudantes ao se depararem com as inequações não têm o entendimento de que a resposta final pode ser um conjunto e não um valor numérico é um empecilho para os alunos e essa aprendizagem não é automática. Ora, se desde o Ensino Fundamental, estudos acerca de inequações são deixados de lado, no Ensino Médio, inequações envolvendo duas incógnitas, cuja solução é uma região no plano, são ainda mais difíceis de serem ensinadas.

Desta forma, justifica-se a importância da elaboração de uma sequência didática para o ensino das inequações no plano, através de recursos tecnológicos, promovendo possibilidades para minimização dos problemas apresentados. Elencamos o GeoGebra para o desenvolvimento da sequência.

## 2.2 GEOGEBRA E O ENSINO DA MATEMÁTICA

O uso de tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC) vem ganhando cada vez mais destaque nos espaços escolares. Segundo Denadai et al. (2012, p. 1), “A versatilidade e potencialidade das tecnologias contribuem para que se possa repensar como ensinar a matemática que os alunos necessitam aprender, disponibilizando diversas possibilidades para os discentes”. A BNCC também enfatiza a importância desses recursos, uma vez que indica, como uma das competências gerais da Educação Básica, o uso crítico e responsável das tecnologias digitais.

Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva (Brasil, 2018, p. 9).

Na mesma perspectiva, Miskulin (2003, p. 219) aponta que as tecnologias educacionais devem ser orientadas no sentido de “proporcionar nos indivíduos o desenvolvimento de uma inteligência crítica, mais livre e criadora”.

Sabemos, no entanto, que todo recurso pedagógico precisa de planejamento e organização por parte dos docentes. Basso e Notare (2015) assentam que a tecnologia, quando bem utilizada, pode impulsionar o pensamento matemático, trazendo uma manipulação e representação de objetos matemáticos ainda imprecisos, o que vai ao encontro do ensino de inequações no plano. Além disso, Barboza (2015, p. 37) afirma que

O uso do computador/software no ensino proporciona um ambiente de aprendizagem diferenciado, que estimula a curiosidade e investigação. Seu uso em sala de aula ou laboratório desenvolve atitudes como cooperação, raciocínio, imaginação, integração, construção, entre outras. Atitudes estas necessárias à formação do cidadão. No individual, seu uso contínuo faz com que possa funcionar como uma ferramenta autônoma de aprendizado e verificação, atribuindo certo grau de certeza ao aprendizado e melhorando a autoestima do aluno.

Acreditamos, assim, que a tecnologia é capaz de transformar a experiência de aprendizado, pois se trata de uma ferramenta dinâmica e didática que promove e motiva o interesse dos alunos. Entre os recursos que podem ser usados pelos professores de Matemática então os *softwares* educacionais, que “podem propiciar uma verdadeira revolução no processo de ensino-aprendizagem e ser, portanto, uma alternativa tecnológica viável para o uso da informática na educação da Matemática” (Merlo; Assis, 2010, p. 12).

Dentre os vários *softwares* educacionais voltados ao estudo da Matemática, destacamos o GeoGebra<sup>1</sup>, um *software* livre de matemática dinâmica, gratuito e multiplataforma, que combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística, entre outros. Uma das vantagens do GeoGebra, segundo Gerônimo, Barros e Franco (2010), são as construções dinâmicas, permitindo que o usuário faça uma grande quantidade de experimentações.

A utilização do *software* matemático GeoGebra permite, por meio de seus recursos, a visualização gráfica e a representação algébrica de diversos conteúdos matemáticos, mas em especial facilita a visualização das inequações no plano, facilitando a compreensão e possibilitando o entendimento do assunto.

Além disso, o GeoGebra permite criar tarefas, o que facilitou a elaboração de nossa sequência didática. As possíveis interações com os *applets*, em conjunto com atividades elaboradas,

---

<sup>1</sup>Disponível em: [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org).

permitem que os alunos façam experimentos e desenvolvam habilidades de interpretação de gráficos das inequações, possibilitando um salto qualitativo no ensino aprendizagem das inequações.

### 3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Desenvolvemos uma pesquisa com abordagem qualitativa e organizada em três etapas: análise dos livros didáticos de Matemática para o Ensino Médio, disponibilizados pelo PNLD; busca por publicações científicas acerca de inequações no plano; e elaboração de uma sequência didática para o ensino de inequações no plano, a partir do estudo de Geometria Analítica.

A análise de livros didáticos foi realizada para identificar quais obras do PNLD apresentam tópicos relacionados à representação gráfica de inequações no plano e qual sua abordagem. Essa análise justifica-se, pois, para muitas realidades escolares, o livro didático é a única ferramenta pedagógica disponível para que docentes planejem suas aulas e suas atividades. Dessa forma, a ausência de alguns conteúdos nos livros didáticos pode significar o não ensino dos mesmos.

A busca pelas publicações científicas serviu de base, tanto para a organização do referencial teórico, quanto para organizar ideias para a elaboração da sequência didática para o ensino de inequações no plano. A seguir, apresentamos a análise dos livros didáticos e a discussão das atividades organizadas na sequência didática.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 4.1 OS LIVROS DO PNLD E O ENSINO DE INEQUAÇÕES

O Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) avalia e disponibiliza materiais de apoio à prática educativa, como obras didáticas e pedagógicas, de forma gratuita às escolas públicas da Educação Básica das redes municipais, estaduais e federais sem fins lucrativos e conveniadas ao poder público.

O PNLD 2021, para a área de Matemática e suas Tecnologias apresenta, em seu guia digital <sup>2</sup>, dez obras didáticas para serem analisadas e escolhidas por professores e gestores das escolas públicas. Verificamos que os livros didáticos de Matemática e Tecnologia para o Ensino Médio, contemplados no Guia Digital PNLD 2021, são apresentados em volumes que não representam as séries do Ensino Médio, mas áreas da Matemática.

Com o objetivo de analisar a contribuição dos livros didáticos para o ensino do tema na Educação Básica, analisamos como – e se – essas obras apresentam o tema de inequações no

---

<sup>2</sup>Guia Digital PNLD 2021: Matemática e suas Tecnologias. Disponível em: [https://pnld.nees.ufal.br/assets-pnld/guias/Guia\\_pnld\\_2021\\_didatico\\_pnld-2021-obj2-matematica-e-suas-tecnologias.pdf](https://pnld.nees.ufal.br/assets-pnld/guias/Guia_pnld_2021_didatico_pnld-2021-obj2-matematica-e-suas-tecnologias.pdf). Acesso em: 20 out. 2022.

plano. Dez coleções didáticas foram disponibilizadas para análise de discentes. Destas, oito não apresentam tópicos relacionados a inequações no plano, em seus volumes de Geometria Analítica. As duas obras que apresentam o estudo de inequações no plano, *Matemática Interligada* (Gois et al., 2020) e *Conexões – Matemática e suas Tecnologias* (Gonçalves et al., 2020), os apresentam de forma sucinta e rápida, sem discussões que promovam a construção do conhecimento dos alunos.

Ao buscarmos o assunto nos volumes destinados ao estudo de Funções, identificamos que nove livros apresentam inequações, através das inequações exponenciais, logarítmicas e do estudo de sinais das funções afins e quadráticas. No entanto, não há um estudo voltado às representações gráficas das inequações.

Dentre as obras do PNLD, a que apresenta melhor e de forma mais completa o estudo das inequações é o livro *Matemática Interligada* (Gois et al., 2020), que possui o estudo das regiões do plano e das inequações nos âmbitos das funções logarítmicas, exponenciais, afins e quadráticas. Por outro lado, a obra que se mostra mais incompleta é *Matemática nos Dias de Hoje* (Cevada et al., 2020), onde não foram encontrados assuntos referentes às inequações.

As obras analisadas do PNLD, no entanto, estão de acordo com as indicações da BNCC, já que o documento não indica habilidades relacionadas ao estudo de inequações no plano. No entanto, vale ressaltar que a BNCC deve representar 60% dos currículos escolares. Ainda, com a implementação do Novo Ensino Médio, muitas escolas têm optado, como Itinerário Formativo, a área de Matemática e suas Tecnologias, o que aumenta significativamente a carga horária do componente curricular. Assim, novas habilidades matemáticas precisam ser promovidas e novos materiais didáticos são necessários. O que, mais uma vez, justifica o desenvolvimento de uma sequência didática para o ensino de inequações no plano.

## 4.2 A SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Com a finalidade de auxiliar professores da Educação Básica no ensino de inequações no plano, elaboramos uma sequência didática<sup>3</sup>, que visa a retomada de conceitos iniciais sobre inequações, sua representação no sistema cartesiano. Ela foi desenvolvida utilizando o GeoGebra, na modalidade “livro”, que permite que o aluno interaja com os *applets* e, por meio de instruções e questionamentos direcionados, construam relações e desenvolvam habilidades acerca da representação gráfica de inequações. Para Lopes (2013, p. 633), com atividades desta natureza “tem-se a possibilidade de o aluno realizar descobertas, incentivando a compreensão e dando significado ao conhecimento matemático”. A autora ainda assinala que o desenvolvimento da aprendizagem, quando permeada pelo uso de TDIC, está relacionado à abordagem pedagógica adotada. Dessa forma, procuramos organizar a sequência didática de tal forma a ser uma facilitadora no processo de ensino.

---

<sup>3</sup>Sequência didática *Inequações no Plano*, disponível em: <https://www.geogebra.org/m/wm88evpc>.





A sequência, intitulada *Inequações no Plano*, é um livro do GeoGebra, com quatro capítulos. O primeiro, *Relembrando Inequações* (Figura 1), apresenta atividades voltadas à familiarização e retomada de desigualdades e solução de inequações com uma incógnita, algébrica e geometricamente, tendo em vista as dificuldades dos alunos com esse assunto. Por meio de exemplos práticos e representações gráficas no eixo real, o capítulo enfatiza a relação entre a solução algébrica e a interpretação geométrica, reforçando conceitos básicos fundamentais para o estudo posterior.

Figura 1 – Relembrando Inequações

Vamos lembrar das inequações?

Autor: Luana Maschio, Évelin Luiza Both

A inequação é uma expressão matemática que possui ao menos uma incógnita e um sinal de desigualdade entre os seus termos. Os sinais de desigualdade são:

	maior que		maior ou igual
	menor que		menor ou igual

As inequações mais comuns são as do 1º grau e do 2º grau. Para cada uma delas, utilizamos um método de resolução. A fim de encontrar a solução de uma inequação, utilizamos técnicas parecidas com as utilizadas para encontrar soluções das equações, mas é necessário tomar alguns cuidados, por se tratar de uma desigualdade e não de uma igualdade. A diferença é que, **na equação há uma igualdade** e, **na inequação, uma desigualdade**.

Por exemplo:

$$3x + 1 > 13$$

Esta é uma inequação do 1º grau. Para encontrar a solução da inequação, vamos isolar a variável:

$$3x > 13 - 1$$

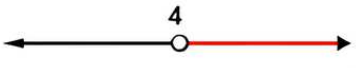
$$3x > 12$$

$$x > \frac{12}{3}$$

$$x > 4$$

Ou seja, a solução para essa inequação é qualquer valor que seja maior que 4.

Gráficamente, a solução desta inequação é dada por:



Perceba que o intervalo não inicia em 4, mas no valor real imediatamente após o 4, já que estamos representando apenas os valores maiores que 4. Assim, o intervalo é aberto em 4.

Fonte: elaboração própria.

O Capítulo 2, *Inequações no Plano*, visa apresentar a representação, no plano cartesiano, de inequações envolvendo uma e duas incógnitas. A seguir, descrevemos as atividades e os objetivos que pretendemos atingir em cada uma.

---

**Atividade 1:** E se essas inequações fossem representadas no sistema  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  (ou seja, no plano cartesiano)?

**Objetivo:** Investigar as propriedades e conceitos das inequações no plano com uma incógnita, com o propósito indicado por Santos (2011) de excluir o ensino mecanicista, favorecendo de fato o raciocínio lógico e a visualização das inequações.

**Procedimentos:** Utilize o *applet* a seguir para verificar qual a representação gráfica das inequações anteriores. Para isso, clique em “Entrada...” e digite “ $x > 4$ ”. O que você identificou?

Agora, represente  $x \leq 5$  no *applet* abaixo. O que aconteceu?

Tente, agora, com  $y > 2$ . Quais valores estão sendo representados no plano?

Qual a representação, no plano cartesiano, do sistema de inequações abaixo?

$$\begin{cases} x > 2 \\ y \leq -1 \end{cases}$$

Verifique no GeoGebra.

---

Essa atividade propõe uma transição das inequações com uma variável, resolvidas no eixo real, para o plano cartesiano. Ela incentiva os alunos a explorar como as soluções de inequações se comportam quando representadas no plano, visualizando regiões delimitadas por retas.

---

**Atividade 2:** Mas o que acontece se tivermos duas incógnitas na inequação?

**Objetivo:** Investigar o comportamento das representações gráficas de inequações no plano com duas incógnitas, como sugerido por Zeng e Ye (2020).

**Procedimentos:** Utilize o *applet* seguinte para representar a inequação  $2x + y < 4$ . Novamente, percebemos que a solução é uma região. Mas você consegue identificar o que “separa” a região hachurada (sombreada) da não hachurada?

---

---

**Atividade 3:** E se você não tivesse o GeoGebra para lhe ajudar nisso? Como construir o gráfico dessa inequação?

**Objetivos:** Identificar e utilizar os passos para as representações de inequações manualmente, com a finalidade de modificar a concepção de conteúdo mais difícil da Matemática (Andrade; Guerra; Silva, 2006).

**Procedimentos:** Atente para os passos seguintes:

1. Substitua o sinal de desigualdade por uma igualdade.
2. Isole a variável  $y$  e identifique o que a equação representa. Se  $y = ax + b$ , então teremos uma reta. Verifique:
  - A reta é decrescente ou crescente?
  - Onde intercepta os eixos?

Represente a reta graficamente. A reta divide o plano em duas partes chamadas semiplanos.

3. Faça o estudo do sinal da inequação, identificando os pontos do plano que representam a solução da inequação.
  - Se a desigualdade for  $>$  ou  $\geq$ , represente (pinte) o semiplano superior à reta.
  - Se a desigualdade for  $<$  ou  $\leq$ , represente (pinte) o semiplano inferior à reta.
  - Linha pontilhada:  $<$  ou  $>$ .
  - Linha contínua:  $\leq$  ou  $\geq$ .

A Figura 2 apresenta um exemplo visual dos procedimentos citados.

Figura 2 – Regiões no plano determinadas por retas

$x + y - 2 \geq 0$

Inicialmente, isolaremos  $y$ . É muito importante que este passo seja feito ainda na inequação, para não termos problemas com o sinal de desigualdade!

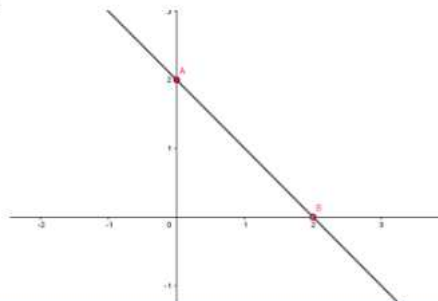
1º passo:  $y \geq -x + 2$   
2º passo:  $y = -x + 2$

Perceba que através do segundo passo, possuímos uma reta, com as seguintes características:

- Decrescente, pois o coeficiente angular é negativo ( $-1$ )
- Intercepta o eixo  $y$  em 2, que é o coeficiente linear da reta
- Intercepta o eixo  $x$  em 2, pois quando  $y = 0$ , temos:

$$0 = -x + 2$$
$$x = 2$$

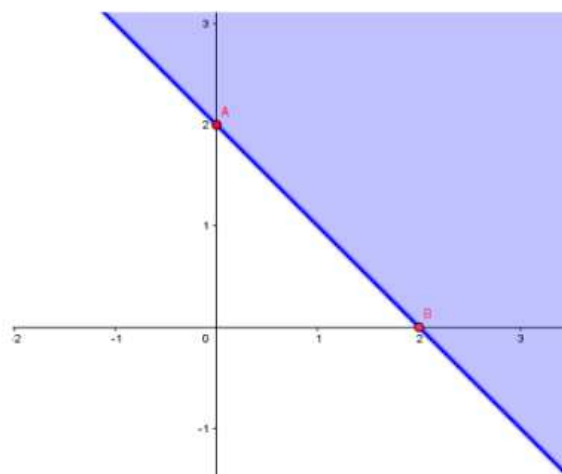
Representação da reta:



3º passo: Voltando a desigualdade temos,  $y \geq -x + 2$ . devemos avaliar o sinal de ("maior igual"):

- Linha contínua
- Semiplano superior pintado

Agora, já conseguimos fazer o gráfico desta inequação:



Fonte: elaboração própria.

**Tarefa:** Represente graficamente, e sem utilização do GeoGebra, as seguintes inequações:

$$2x + 6 > 0$$

$$y < 2x + 4$$

$$4x - y - 4 \leq 0$$

$$x \geq 0$$

Agora que você já fez a representação, utilize o GeoGebra para verificar se suas representações estão corretas.

---

As atividades 2 e 3 introduzem inequações com duas incógnitas, explorando como suas soluções são representadas no plano cartesiano. As atividades convidam a identificar graficamente as áreas que satisfazem a desigualdade, promovendo uma compreensão visual sobre a relação entre as expressões algébricas e as figuras geométricas associadas.

As atividades do Capítulo 3 (Figura 3) referem-se a *Inequações com Regiões Circulares*.

---

**Atividade 1:** E se essas inequações tiverem  $ax^2$  e  $ay^2$ ?

**Objetivo:** Investigar o comportamento das inequações que geram regiões circulares.

**Procedimentos:** Utilizando o *applet* a seguir, verifique o que acontece nos seguintes exemplos:

Represente  $x^2 + y^2 \geq 4$ . O que se formou?

Tente com  $x^2 + y^2 < 9$ . O que você identificou?

---

**Atividade 2:** E se não tivéssemos o GeoGebra?

**Objetivos:** Identificar e resolver os passos para as representações de inequações com regiões circulares manualmente, permitindo uma evolução no processo de aprendizagem, uma vez que ressignifica a resolução das inequações, por meio da observação no *software*.

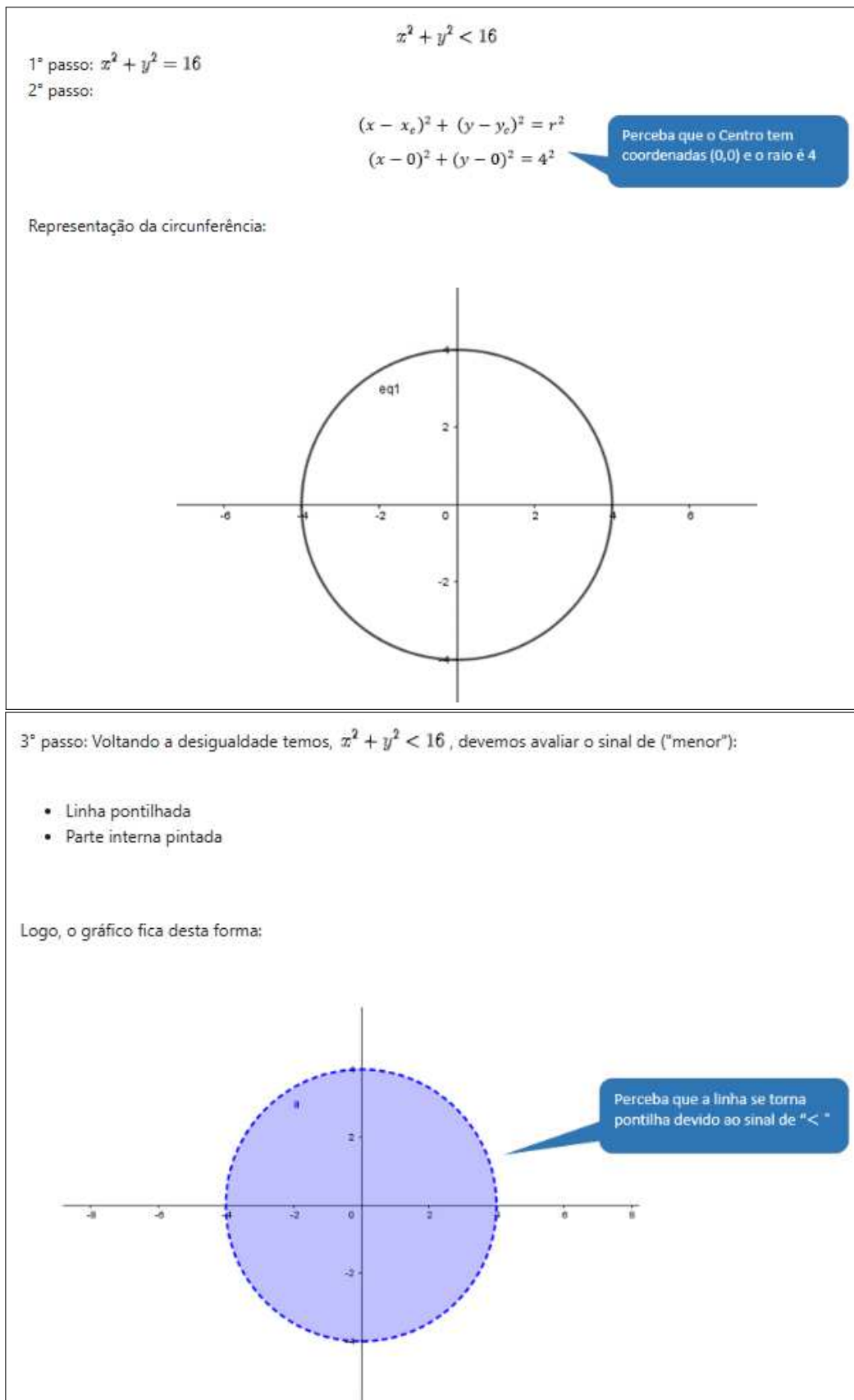
**Procedimentos:** Devemos seguir alguns passos:

1. Substituir o sinal de desigualdade por igualdade.
  2. Determinar as coordenadas do centro e a medida do raio que são encontrados através da equação reduzida da circunferência:  $(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = r^2$ , onde  $x_c$  é a abscissa  $x$  do centro e  $y_c$  é a ordenada  $y$  do centro. Represente a circunferência graficamente.
-

3. Fazer o estudo do sinal da inequação, identificando os pontos do plano que representam a solução da inequação.

- Se a desigualdade for  $>$  ou  $\geq$ , represente (pinte) a parte externa à circunferência.
- Se a desigualdade for  $<$  ou  $\leq$ , represente (pinte) a parte interna à circunferência.
- Linha pontilhada:  $<$  ou  $>$ .
- Linha contínua:  $\leq$  ou  $\geq$ .

Figura 3 – Regiões no plano determinadas por circunferências



Fonte: elaboração própria.

**Tarefa:** Faça manualmente o gráfico das seguintes inequações:

$$(x - 2)^2 + (y + 1)^2 \geq 16$$

$$x^2 + y^2 > 9$$

Agora que você fez a representação, utilize o GeoGebra para verificar se suas representações estão corretas.

---

As atividades desse capítulo abordam inequações que definem regiões associadas a circunferências, permitindo que os alunos investiguem como os coeficientes afetam o raio e a posição dessas curvas. Além disso, os alunos podem visualizar e compreender as áreas do plano resultantes das desigualdades.

Por fim, as atividades do quarto capítulo são voltadas à resolução dos sistemas de inequações.

---

**Atividade 1:** E se em vez de apenas uma inequação tivéssemos várias?

**Objetivo:** Investigar o comportamento da representação gráfica de sistemas de inequações, colaborando com o desenvolvimento de uma prática criativa e observadora.

**Procedimentos:** Represente no *applet* abaixo este sistema:

$$\begin{cases} 2x + 6 \geq 2 \\ x + 3 < 2 \end{cases}$$

O que você identificou? Você tem alguma ideia de qual a solução deste sistema?

Tente com esse:

$$\begin{cases} 2x + y < 3 \\ x + 2y \geq -1 \end{cases}$$

O que aconteceu? Qual será sua solução?

**Tarefa:** Qual a representação, no plano cartesiano, do sistema de inequações abaixo?

$$\begin{cases} 4x - y - 4 < 0 \\ x > 0 \end{cases}$$

Verifique no GeoGebra. Existe uma região comum entre as duas inequações?

---

---

**Atividade 2:** Como resolvemos um sistema de inequações manualmente?

**Objetivos:** Identificar e utilizar os passos para as representações de sistemas de inequações manualmente.

**Procedimentos:** Represente graficamente os sistemas abaixo:

$$\begin{cases} y \leq x - 1 \\ x^2 + y^2 > 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x - y + 1 \geq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 9 \end{cases}$$

Agora que você fez a representação, utilize o GeoGebra para verificar se suas representações estão corretas.

---

Nesse capítulo os alunos são desafiados a visualizar como múltiplas desigualdades restringem ou ampliam as áreas que satisfazem todas as condições simultaneamente. Isso pode levar à compreensão de como sistemas de inequações podem definir áreas comuns, promovendo uma análise detalhada das soluções no plano.

Como visto, esta sequência didática trata as regiões definidas por retas e circunferências, para a Geometria Analítica do Ensino Médio. Todavia, pode facilmente ser ampliada, no próprio GeoGebra, para inequações envolvendo regiões limitadas por parábolas e/ou outros tópicos que não estão apresentados nesta sequência didática.

A sequência, apresentada e comentada, busca impulsionar o pensamento matemático do aluno (Basso; Notare, 2015), por meio do GeoGebra, um ambiente de aprendizagem diferenciado, a fim de desenvolver habilidades relacionadas à cooperação, ao raciocínio e à construção (Barboza, 2015). Além disso, as atividades e questionamentos foram pensados para promover o aprendizado autônomo, o que é corroborado por Barboza (2015), como um dos objetivos do uso de tecnologias digitais nos processos de ensino e de aprendizagem.

Sabemos que, apesar dos benefícios pedagógicos e do potencial do aprendizado promovido pelo uso do GeoGebra, algumas limitações podem inviabilizar a aplicação ideal dessa sequência didática, como por exemplo, a falta de infraestrutura tecnológica que muitas escolas enfrentam, como a ausência de computadores, *tablets*, além da restrição ao uso da *internet*. Ainda que existam adversidades, o uso de ferramentas como o GeoGebra, mesmo que adaptado ao formato *offline* ou impresso, continua sendo uma estratégia valiosa para promover o desenvolvimento de habilidades como raciocínio lógico, cooperação e autonomia, alinhando-se aos objetivos para o ensino com tecnologias digitais.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste artigo, apresentamos estudos que tratam do ensino e da aprendizagem da Geometria Analítica na Educação Básica. O tema, além de não ser discutido na BNCC (Brasil, 2018), documento que norteia a construção de currículos escolares de todo o Brasil, também não é amplamente apresentado e trabalhado nos livros didáticos disponíveis pelo PNLD. Em relação ao tema de inequações no plano, apenas dois livros apresentam o assunto: *Matemática Interligada* (Gois et al., 2020) e *Conexões – Matemática e suas Tecnologias* (Gonçalves et al., 2020), mas de forma sucinta e sem relação com a Geometria Analítica. Isso também pode influenciar na elaboração e preparação das aulas, já que esses livros, por vezes, são a única fonte de pesquisa de professores.

Para auxiliar nesta defasagem, desenvolvemos uma sequência, elaborada no GeoGebra, a fim de impulsionar o pensamento matemático, desenvolver habilidades relacionadas à cooperação, ao raciocínio e à construção e promover o aprendizado autônomo.

Como pesquisa futura, pretendemos aplicar a sequência apresentada, investigando o ensino da Geometria Analítica e as possibilidades de seu desenvolvimento em ambientes digitais, identificando as contribuições desses ambientes para a promoção da aprendizagem de conceitos geométricos.

## REFERÊNCIAS

- ANDRADE, R. C. D.; GUERRA, R. B.; SILVA, F. H. Aprendizagem Significativa da Geometria Analítica e Vetores. In: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2006, Recife. **Anais [...]**. Recife: Universidade Federal de Pernambuco, 2006. p. 1-12.
- BARBOZA, Érica Vicente. **Geometria, Artes e Tecnologia na escola em favor do Processo de Ensino-aprendizagem**. 2015. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 7 abr. 2015. Disponível em: <https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/26555/26555.PDF>. Acesso em: 18 fev. 2025.
- BASSO, Marcus; NOTARE, Márcia Rodrigues. Pensar-com Tecnologias Digitais de Matemática Dinâmica. **Renote: Revista Novas Tecnologias na Educação**, Porto Alegre, v. 13, n. 2, dez. 2015. DOI: <https://doi.org/10.22456/1679-1916.61432>.
- BELTRÃO, Rinaldo César. Dificuldades dos alunos para resolver problemas com inequações. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 5, n. 1, p. 84–95, 2010. DOI: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2010v5n1p84>.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/a-base>. Acesso em: 10 out. 2022.

BRASIL. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília, DF: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006. v. 2. Disponível em:

[http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book\\_volume\\_02\\_internet.pdf](http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf). Acesso em: 2 mar. 2025.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais**: Matemática, terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental. Brasília, DF: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Fundamental, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 2 mar. 2025.

BRASIL. **PCN+ Ensino Médio**: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2002. Disponível em:

<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>. Acesso em: 2 mar. 2025.

CEVADA, Jefferson dos S.; SILVA, D. R. da; PRADO, G. G.; COLPANI, J. G. B. **Matemática nos Dias de Hoje**. São Paulo: Sei, 2020.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Matemática em Contextos**. São Paulo: Ática, 2020.

DENADAI, Paulo Estevam; MELOTTE, Adriana de Almeida; CAZINI JUNIOR, Carlos Roberto; QUEIROZ, Fábio Nogueira; FERNANDES, Rodrigo Antonio;

HYPOLITO, Vera Adriana Huang Azevedo. GeoGebra, Matemática e Arte: abordagens e contribuições a favor do ensino e aprendizado dos conteúdos e conceitos. In: CONFERÊNCIA LATINOAMERICANA DE GEOGEBRA, 2012, Montevideo. **Actas** [...]. Uruguai: Instituto de Profesores Artigas, 2012. Disponível em:

<http://www.geogebra.org.uy/2012/actas/36.pdf>. Acesso em: 10 out. 2022.

GERÔNIMO, João Roberto; BARROS, Rui Marcos de Oliveira; FRANCO, Valdeni Soliani. **Geometria Euclidiana Plana**: um estudo com o software GeoGebra. Maringá: EDUEM, 2010.

GOIS, V. H. S.; KASPARY, D.; TAVARES, E. H. G.; SILVA, E. B. da; BONI, K. T.; ANDRADE, T. M. de. **Matemática Interligada**. São Paulo: Scipione, 2020.

GONÇALVES, R. M. F.; OLIVEIRA, D. M. de; SOUZA, E. F. de; MORAES, E. N. de; LEONARDO, F. M. de; IKEDA, J.; MOURA, L. O. G.; SOUZA, M. J. G. de; RIBEIRO, R. S. **Conexões**: Matemática e suas Tecnologias. São Paulo: Moderna, 2020.

LOPES, Maria Maroni. Sequência didática para o ensino de trigonometria usando o software GeoGebra. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Porto Alegre, v. 27, n. 46, p. 631–644, 2013. DOI: <https://doi.org/10.1590/S0103-636X2013000300019>.

MASCARENHAS, Walter F. Solving systems of inequalities in two variables with floating point arithmetic. **arXiv**, 2021. DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2109.09523>.

MELO, José João de. **Docência de inequações no Ensino Fundamental da cidade de Indaiatuba**. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007. Disponível em: <https://repositorio.pucsp.br/jspui/handle/handle/11250>. Acesso em: 10 out. 2022.

MERLO, Clinton André; ASSIS, Raquel Trindade de. O uso da Informática no ensino da Matemática. **Revista Científica do Centro Universitário de Jales**, Jales, v. 4, p. 41–67, 2010. Disponível em: <https://reuni.unijales.edu.br/edicoes/8/o-uso-da-infomatica-no-ensino-da-matematica.pdf>. Acesso em: 19 fev. 2025.

MISKULIN, Rosana Giaretta Sguerra. As possibilidades didático-pedagógicas de ambientes computacionais na formação colaborativa de professores de matemática. In: Fiorentini, Dario (org.). **Formação de professores de matemática: explorando novos caminhos com outros olhares**. Campinas: Mercado de Letras, 2003. P. 217–248.


RICHIT, Adriana. **Projetos em Geometria Analítica usando Software de Geometria Dinâmica: Repensando a Formação Inicial Docente em Matemática**. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, dez. 2005. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/server/api/core/bitstreams/249aa1ff-577f-4188-828b-31c5bff5480d/content>. Acesso em: 19 fev. 2025.


SANTOS, Ivan Nogueira dos. **Explorando conceitos de Geometria Analítica Plana utilizando Tecnologias da Informação e Comunicação: uma ponte do Ensino Médio para o Ensino Superior construída na formação inicial de Professores de Matemática**. 2011. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 9 dez. 2011. Disponível em: <https://www.repositorio.ufop.br/items/f23b9590-6020-440b-8d6b-f89d26e8c328>. Acesso em: 19 fev. 2025.

ZENG, Wen-Jun; YE, Jieping. Successive Projection for Solving Systems of Nonlinear Equations/Inequalities. **arXiv**, 2020. DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2012.07555>.

## **SOBRE OS AUTORES**

Grad. Êmeli Luiza Both


 <https://orcid.org/0009-0000-0308-4463>


 <http://lattes.cnpq.br/4260215506138418>

**Contato:** emelilboth@gmail.com

**Contribuição autoral:** administração do projeto; análise formal; conceituação; escrita – primeira redação; investigação; metodologia.

Grad. Luana Casara Maschio


 <https://orcid.org/0000-0003-0927-9557>


 <http://lattes.cnpq.br/8707631863268003>

**Contato:** luanamaschio10@hotmail.com

**Contribuição autoral:** administração do projeto; análise formal; conceituação; escrita – primeira redação; investigação; metodologia.

Dra. Karine Pertile

 <https://orcid.org/0000-0002-7386-986>

 <http://lattes.cnpq.br/2679292710423950>

**Contato:** karine.pertile@bento.ifrs.edu.br

**Contribuição autoral:** análise formal; escrita – revisão e edição; metodologia; supervisão.