A Engenharia Didática como metodologia para a construção do conceito de área no Ensino Médio

Didactical Engineering as a methodology for constructing the concept of area in High School

La Ingeniería Didáctica como metodología para la construcción del concepto de área en la Escuela Secundaria

Rodolfo dos Santos Silva[1]
Universidade Federal de Alagoas (UFAL), Maceió, AL, Brasil
https://orcid.org/0009-0006-8799-5785, http://lattes.cnpq.br/9957370728419197

Vanio Fragoso de Melo[2]
Universidade Federal de Alagoas (UFAL), Maceió, AL, Brasil
https://orcid.org/0000-0002-6277-9641, http://lattes.cnpq.br/9682146246826453

Resumo: Este trabalho tem o objetivo de desenvolver os conceitos de áreas de figuras planas por meio de uma sequência didática norteado pela metodologia da Engenharia Didática tendo como variáveis globais o GeoGebra, a história da matemática e a cultura local relacionada à produção artesanal do filé. A sequência é composta por quatro problemas que foram elaborados de acordo com análises de livros didáticos e aplicação de uma atividade diagnóstica. Aplicou-se uma atividade prática que tem por objetivo relacionar a matemática formal com a matemática intuitiva praticada na Etnomatemática usando conhecimentos utilizados por artesãos.

Palavras-chave: Engenharia Didática; Etnomatemática; GeoGebra; geometria plana; sequência didática.

Abstract: The aim of this work is to develop the concepts of areas of flat figures through a didactic sequence guided by the Didactic Engineering methodology, using GeoGebra, the history of mathematics and local culture related to the artisanal production of fillet embroidery as global variables. The sequence will be made up of four problems that have been developed according to analyses of textbooks and the application of a diagnostic activity. A practical activity was applied with the aim of relating formal mathematics with the intuitive mathematics practiced in Ethnomathematics using knowledge used by artisans.

Keywords: Didactical Engineering; Ethnomathematics; GeoGebra; plane geometry; didactic sequence.

Resumen: Este trabajo tiene como objetivo desarrollar los conceptos de áreas de figuras planas a través de una secuencia didáctica guiada por la metodología de la Ingeniería Didáctica, teniendo como variables globales el GeoGebra, la historia de la matemática y la cultura local relacionada con la producción artesanal del encaje filé. La secuencia estará compuesta por cuatro problemas que fueron elaborados según el análisis de libros de texto y la aplicación de una actividad diagnóstica. Se llevó a cabo una actividad práctica cuyo objetivo es relacionar la matemática formal con la matemática intuitiva practicada en la Etnomatemática, utilizando los conocimientos empleados por los artesanos.

Palabras clave: Ingeniería Didáctica; Etnomatemática; GeoGebra; geometría plana; secuencia didáctica.

Data de submissão: 15 de agosto de 2024.

Data de aprovação: 2 de novembro de 2024.

[1] **Currículo sucinto**: Graduado em Matemática e mestre em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) pela Universidade Federal de Alagoas. Professor na Escola Estadual Padre Aurélio Góis. **Contribuição de autoria**: Escrita – primeira redação, Escrita – redação e edição. **Contato**: rodolfosantos37@gmail.com.

[2] **Currículo sucinto**: Licenciado em Matemática pela Universidade Federal de Alagoas, mestre em Matemática pela Universidade Federal do Ceará e doutor em Engenharia Elétrica pela Universidade Estadual de Campinas. Professor na Universidade Federal de Alagoas. **Contribuição de autoria**: Escrita – primeira redação, Escrita – redação e edição. **Contato**: vanio@im.ufal.br.

1. Introdução

Nesta pesquisa, buscou-se reforçar os conceitos de áreas de figuras planas através de uma sequência didática, embasada nos moldes da metodologia de pesquisa da Engenharia Didática, aplicada em uma turma de Ensino Médio. Fez-se necessária uma breve análise sobre a Etnomatemática e algumas de suas características que podem ser encontradas na realização de trabalhos artesanais como, por exemplo, o filé que é uma espécie de bordado. Conhecimentos básicos de matemática, que são utilizados nesse tipo de artesanato, foram apresentados e repassados para os alunos por meio de aula expositiva com o objetivo de facilitar a aplicação de uma das fases da sequência didática.

Buscaremos compreender como a Etnomatemática influencia na produção artesanal do filé, trazendo uma visão mais detalhada dos indivíduos participantes do processo através de entrevista semiestruturada[1], tendo como um dos objetivos secundários entender como os conhecimentos matemáticos foram e são transmitidos ao longo do tempo e de que forma eles são aplicados.

Os resultados preliminares colhidos durante a pesquisa foram levados para a sala de aula e apresentados a uma turma de 3º ano do Ensino Médio da Escola Estadual Padre Aurélio Góis, situada no município de Junqueiro – AL, com o objetivo de despertar a curiosidade sobre uma aplicabilidade de conceitos de áreas de figuras planas que são empregados em utensílios artesanais.

A aplicação do projeto de pesquisa foi realizada durante as aulas de *Oficina de Matemática*, uma disciplina eletiva da antiga matriz curricular do Ensino Médio, extinta em 2024 (observado pelo primeiro autor na grade da escola em questão), tendo como objetivo reforçar os conhecimentos de conteúdos de anos anteriores.

A iniciação da sequência didática foi dada por meio da aplicação de uma atividade diagnóstica que tinha por objetivo verificar quais eram as dificuldades e obstáculos que os alunos apresentariam com relação à resolução de alguns problemas sobre áreas de figuras planas.

Tomando como parâmetro os resultados obtidos, foi proposta uma sequência didática que englobava algumas questões que foram elaboradas criteriosamente, de forma que seguissem uma lógica que possibilitasse a construção de conceitos inerentes ao estudo de áreas da geometria plana. Na última atividade da sequência didática, a turma de 39 alunos foi dividida em trios e cada um deles recebeu peças artesanais que eram compostas por figuras planas, tais como quadrados, retângulos, triângulos, círculos, losangos, entre outras. Nessa aula, a temática

[1] É um modelo de entrevista flexível. Ou seja, ela possui um roteiro prévio, mas abre espaço para que o candidato e entrevistador façam perguntas fora do que havia sido planejado.

CC BY

foi abordada por um ponto de vista mais técnico e por uma sequência didática mais voltada para uma matemática formal[2], respeitando a cultura e a própria Etnomatemática.

Diante do que foi exposto, propomos alguns objetivos que foram trabalhados por meio de algumas atividades ao longo da pesquisa: compreensão dos conceitos geométricos fundamentais, como área e perímetro; desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas, aplicando fórmulas e técnicas para encontrar áreas de diversas figuras; capacidade de representar geometricamente uma situação-problema; melhorias das habilidades de raciocínio lógico e abstrato.

1.1. Etnomatemática: primeiros passos

Podemos observar que a matemática está presente na cultura de todos os povos e isso está relacionado com a necessidade de resolver problemas do cotidiano, estritamente voltados à sobrevivência.

Façamos um breve comentário de como essa temática estava associada aos conhecimentos matemáticos nos tempos passados. Tomemos como exemplo a cultura dos povos egípcios que se deparou com a necessidade de contar, enumerar, organizar e demarcar. No contexto da civilização egípcia, de acordo com Boyer (1996), as primeiras experiências com a matemática se deram da necessidade de dividir lotes de terra à beira do rio Nilo. Esse processo era feito logo após inundações desfazerem todas as demarcações. O autor afirma que o procedimento de medição era feito por uma corda com subdivisões que continham uma certa unidade própria de comprimento utilizada no período.

Um outro aspecto muito importante foi a necessidade de contar objetos. Isso se fazia necessário desde o cultivo até a organização comercial. Um dos exemplos de contagem que podemos mencionar é o de pastores de ovelhas que teriam sentido a falta de alguma ferramenta que fosse capaz de registrar a quantidade de animais do rebanho e isso, inicialmente, foi sanado fazendo a associação de cada ovelha a uma pedra. Posteriormente, o processo de contagem teria se desenvolvido sendo o registro feito por riscos impressos em ossos e placas de argilas.

A Etnomatemática é um conceito que está associado a uma matemática mais humanizada que busca entender e valorizar os conhecimentos matemáticos vivenciados e repassados por diferentes grupos sociais ao longo do tempo. Isso é confirmado por Ubiratan D’Ambrósio (1987, p. 35) quando diz: “As diferentes formas de matemática que são próprias de grupos culturais, chamamos de Etnomatemática”.

[2] Aquela derivada de conhecimentos adquiridos em sala de aula, mais especificamente as fórmulas e conceitos.

De acordo com D'Ambrósio (2005, p. 114):

> A disciplina denominada Matemática é, na verdade, uma Etnomatemática que se originou e se desenvolveu na Europa Mediterrânea, tendo recebido algumas contribuições das civilizações indiana e islâmica, e que chegou à forma atual nos séculos XVI e XVII, sendo, a partir de então, levada e imposta a todo o mundo. Hoje, essa matemática adquire um caráter de universalidade, sobretudo devido ao domínio da ciência e tecnologia modernas, que foram desenvolvidas a partir do século XVII na Europa.

Gerdes (1989, p. 2) sintetiza afirmando que "[...] a Etnomatemática tenta estudar a Matemática (ou ideias matemáticas) nas suas relações com o conjunto da vida cultural e social". Dessa forma, podemos notar que os pesquisadores concordam que a Etnomatemática está intrinsicamente relacionada aos padrões de vida dos grupos sociais, destacando-se a sua vida cotidiana, socioeconômica, política, localização territorial, visto que esses diferentes fatores agregam em diversas pluralidades.

1.2. Etnomatemática presente no artesanato têxtil

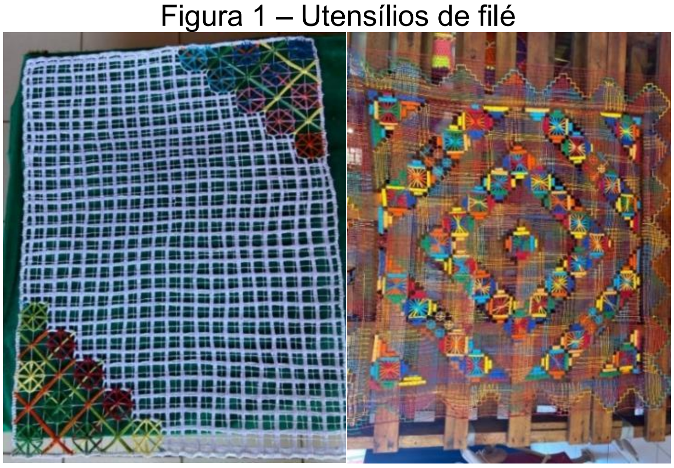
Podemos encontrar a Etnomatemática presente no artesanato têxtil de diversas formas de representações matemáticas como, por exemplo, nos desenhos geométricos, nas simetrias que estão presentes na composição dos utensílios, nos cálculos de medição e proporção que são necessários para a confecção, no processo de contagem, divisão, multiplicação, entre outras.

Sabe-se que a preocupação de representar traços da geometria em trabalhos artesanais vem de muito tempo atrás. Segundo o autor Gerdes (2012, p. 195),

> Com o "desvendar" do pensamento geométrico 'escondido' em técnicas que têm uma longa história, como as de entrelaçamento, torna-se possível refletir sobre o despertar histórico da geometria. A este respeito o meu estudo mostra que o aspecto da atividade tem sido, até agora, demasiado pouco considerado na tentativa de compreender a origem dos conceitos e relações geométricos básicos.

Dessa forma, o nosso estudo consiste em analisar quais conceitos matemáticos estão sendo empregados em peças como a da imagem da Figura 1.

Figura 1 – Utensílios de filé



Fonte: Elaboração dos autores (2023).

CC BY

1.2.1. Entrevista semiestruturada[3] e perfil das entrevistadas

Com o objetivo de entender como a matemática se relaciona com a produção artesanal do filé, foi realizada uma entrevista com duas artesãs que fizeram parte da Associação das Mulheres Rendeiras de Marechal Deodoro (AMUR) – Alagoas.

A entrevista foi composta dos seguintes questionamentos: 1) Qual a sua idade? 2) Qual o seu grau de escolaridade? 3) Como você aprendeu a fazer o filé? 4) Há quanto tempo você trabalha com filé? 5) Você gostava da escola? 6) Você usa matemática no seu ofício? 7) O que você precisa para trabalhar foi aprendido na escola? 8) Você acha que suas ferramentas tem ligação com a matemática? 9) Você pode justificar a pergunta anterior? 10) Como você calcula a quantidade de material para confeccionar uma peça (número de rolos de fio de algodão, metragem)? 11) Existe algum cálculo que você se sente inseguro e que é importante para o seu trabalho?

A entrevista foi estruturada de forma que pudesse ser moldada ao longo dos questionamentos, se fosse necessário, isto é, novas perguntas poderiam ser inseridas de acordo com o andamento da enquete. O processo durou cerca de 25 minutos para cada entrevista.

Após uma conversa informal com as fileseiras (artesã que produz o filé), foi possível perceber que toda a base dos seus conhecimentos práticos da produção do filé, tem como principal fonte a tradição oral, uma vez que a maioria delas aprendeu a profissão com parentes e/ou amigos próximos.

Segundo uma das entrevistadas, o processo inicial para aprender a fazer filé é construir uma rede quadriculada com fios de algodão. Para isso, utilizam uma fita métrica como ferramenta auxiliadora na medição de linhas paralelas horizontais e verticais equidistantes que são fixadas em uma grade retangular ou quadrada de madeira, cujo formato varia de acordo com a peça a ser confeccionada. Em seguida, para dar continuidade ao processo de aprendizagem é ensinado o primeiro ponto chamado de “corrente”, ele deve ser praticado incessantemente até ser desenvolvido o domínio necessário sobre todos os instrumentos utilizados como a agulha e malha. Só a partir daí, o artesão passa para um outro nível que é o de aprender outros tipos de pontos mais complexos como, por exemplo, o cerzido, palhinha, casa de noca, que trazem uma ilustração perfeita de figuras planas como quadrados, retângulos, triângulos, losangos, paralelogramos, que darão origem à peças extraordinárias.

Ambas as artesãs entrevistadas atuam na profissão a mais de 20 anos, mostrando-se muito competentes e objetivas nos questionamentos levantados. Elas não possuem grau escolar elevado, sendo que uma delas não chegou a concluir o Ensino Fundamental II (6º ao 9º ano). As

[3] A entrevista semiestruturada consiste em um modelo de entrevista flexível. Ou seja, ela possui um roteiro prévio, mas abre espaço para que o candidato e entrevistador façam perguntas fora do que havia sido planejado.

profissionais tinham afinidade com a matemática básica, afirmando que o aprendizado de operações como soma, subtração, multiplicação e divisão contribuíram significativamente no desempenho do seu ofício. Citaram também a necessidade da matemática na contagem de pontos, na medição dos quadrados da rede quadriculada e isso é feito com o auxílio de uma fita métrica; noção de paridade de pontos, sendo que alguns pontos requerem uma quantidade par de quadrados e outros uma quantidade ímpar.

Intuitivamente, também é trabalhada uma matemática de simetria de figuras planas, que é replicação de uma mesma figura geométrica. Além disso, usam a proporcionalidade para fazer cálculos de quantidade de rolos de linha que necessitam para confeccionar uma determinada peça, evitando, dessa forma, desperdício e prejuízo financeiro.

2. A Engenharia Didática como metodologia de pesquisa

Um dos objetivos desse trabalho é analisar o domínio do aluno com relação a alguns conceitos do conteúdo de geometria plana, a citar: cálculos de áreas e perímetros.

A necessidade de revisitar tal conteúdo foi notada em aulas de uma disciplina eletiva chamada *Oficina de Matemática*, a qual tem o objetivo de reforçar conhecimentos de séries anteriores, visto que o estudo de áreas é de grande importância e com uma incomensurável aplicabilidade no dia a dia dos alunos.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) (Brasil, 1997) para o Ensino Fundamental, os conceitos geométricos são parte importante do currículo de matemática porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive (Brasil, 1997, p. 41).

Obviamente, essa visão que os PCNs trazem pode ser estendida para qualquer nível de escolaridade, visto que isso contribui de forma efetiva para a compreensão de alguns conceitos geométricos que são de extrema importância na formação dos alunos.

Artigue (1988 *apud* Machado, 1999) ainda traz a necessidade de formular algumas hipóteses na fase das análises prévias. De acordo com a autora,

> A análise *a priori* deve ser concebida como uma análise do controle do sentido, pois a teoria das situações didáticas que serve de referência à metodologia da engenharia didática teve desde sua origem a ambição de se constituir como uma teoria de controle das relações entre sentido e situações.
>
> [...] o objetivo da análise *a priori* é determinar no que as escolhas feitas permitem controlar os comportamentos dos alunos e o significado de cada um desses comportamentos. Para isso, ela vai se basear em hipóteses e são essas hipóteses cuja validação estará, em princípio, indiretamente em jogo, na confrontação entre a análise *a priori* e a análise *a posteriori* a ser operada na quarta fase (Artigue, 1988 *apud* Machado, 1999, p. 205).

Refletindo sobre as dificuldades que os alunos apresentam na compreensão do conteúdo sobre áreas de figuras planas, busca-se implementar uma sequência didática que propicie uma aprendizagem significativa contribuindo na compreensão do conceito de alguns tópicos da geometria plana.

Dessa forma, a primeira etapa da Engenharia Didática, a fase das análises prévias, é estrutura com a finalidade de identificar lacunas, falhas e erros de aprendizagem de determinado conhecimento, para propor intervenções que possam atenuar dificuldades, reparar faltas, corrigir erros e ampliar conhecimentos e, em seguida, dever-se-á fazer um comparativo das informações, incluindo, nesse momento, a aplicação em sala de aula. É preciso salientar que essas análises são feitas de acordo com hipóteses anteriores, possibilitando validá-las ou refutá-las.

2.1. Analisando as dificuldades dos alunos acerca do conteúdo de áreas de figuras planas

Para que fosse pensado em uma estratégia que contribuísse no aprendizado de alguns conceitos importantes no estudo de geometria plana foi preciso analisar as concepções dos alunos por meio de um teste diagnóstico, com o objetivo de verificar os conhecimentos prévios sobre o conteúdo. O teste foi realizado com 39 alunos, o que possibilitou analisar as ideias errôneas e obstáculos enfrentados por eles, para que pudessem ser trabalhados na sequência didática.

A atividade diagnóstica foi realizada durante uma aula da disciplina de *Oficina de Matemática*, que tem por objetivo reforçar os conhecimentos dos alunos, trabalhando conteúdos de séries anteriores. A aplicação foi realizada com a presença do professor-pesquisador e durou cerca de uma hora. É importante salientar que os alunos não tiveram ajuda em momento algum do professor, visto que o objetivo era verificar os que eles detinham de conhecimento naquele momento. As questões foram abertas, mesclando em perguntas mais diretas e outras contextualizadas.

A atividade diagnóstica composta por 8 questões foi aplicada no dia 26 de outubro de 2023 e teve tempo máximo de realização uma hora. Tinha como objetivo analisar quais conhecimentos os 39 alunos da 3a série e turma do matutino M04, da Escola Estadual Padre Aurélio Góis, situada no município de Junqueiro – AL, detinham até aquele momento.

Apresentaremos resumidamente os dados coletados da resolução das questões da atividade diagnóstica por meio da Tabela 1.

Tabela 1 – Resultados da atividade diagnóstica

Questões	Acertos	Erros	Não resolveu
1a	46,4%	30,5%	23,1%
2a	80,1%	15,3%	4,6%
3a	40,3%	38,8%	20,9%
4a	98,2%	1,8%	0,0%
5a	32,6%	48,9%	18,5%
6a	55,8%	34,8%	9,4%
7a	40,8%	58,1%	1,1%
8a	25,7%	68,9%	5,4%

Fonte: Elaboração dos autores (2023).

Sucintamente, pode-se concluir que os alunos apresentaram problemas que envolvem interpretação, representação de figuras, uso de fórmulas básicas e desenvolvimento de alguns cálculos. Dessa forma, a proposta desse trabalho é construir uma sequência didática no contexto da Engenharia Didática que seja capaz de superar os obstáculos deparados pelos alunos, desmistificando seus anseios e angústias, além de estabelecer uma boa compreensão do conceito de áreas de figuras planas.

3. Uma proposta de sequência didática

Nesta sessão apresentaremos uma proposta de sequência didática com a finalidade de desenvolver o conceito de áreas de figuras planas que será formulada através das principais dificuldades e obstáculos enfrentados pelos alunos.

Destrincharemos a sequência didática em algumas subseções nas quais serão apresentadas uma análise *a priori* seguida de uma análise *a posteriori* norteadas pelos conceitos da Engenharia Didática. É importante reforçar que na primeira é feita previsões que podem ser refutadas ou confirmadas na segunda etapa, mediante a situação formulada, visto que, na Engenharia Didática a validação é interna, isto é, está baseada no confronto entre a fase *a priori* e a fase *a posteriori*.

3.1. Atividade 1 – Construções e deduções de fórmulas de figuras planas com o auxílio do GeoGebra

i) Análise *a priori*

Espera-se mediante à aplicação da referida atividade que seja possível:

[CC BY]
SILVA, Rodolfo dos Santos; MELO, Vanio Fragoso de. A Engenharia Didática como metodologia para a construção do conceito de área no Ensino Médio. **REMAT**: Revista Eletrônica da Matemática, Bento Gonçalves, RS, v. 10, n. 2, p. e2005, 20 de dezembro de 2024. https://doi.org/10.35819/remat2024v10i2id7404.

- compreender e visualizar propriedades geométricas de figuras, facilitando a compreensão dos conceitos matemáticos;
- entender o conceito de área pela composição de quadrados unitários;
- exploração dinâmica: manipular parâmetros para observar como as mudanças afetam as figuras, promovendo uma compreensão mais profunda das relações matemáticas;
- facilitar a instrução matemática de forma interativa, permitindo que estudantes explorem conceitos e construam intuições;
- aplicar a decomposição de figuras planas;
- construir figuras planas pela composição de outras;
- deduzir fórmulas de áreas de figuras planas.

Nesta sessão foi proposta uma atividade em trio no laboratório de informática que durou cerca de três encontros de uma hora.

Foi apresentado o *software* GeoGebra para a turma, assim como a sua interface e suas principais ferramentas. Além disso, foi destinado um tempo para que os trios se afeiçoassem ao programa, visto que ele é de fácil manuseio.

A primeira atividade da sequência didática consistiu em solicitar a construção de figuras planas no GeoGebra. A interface inicial do *software* pode apresentar diversas configurações. Para um melhor entendimento e facilidade nas construções, decidiu-se trabalhar com uma interface que é composta por uma malha quadriculada que contém os eixos coordenados.

As principais figuras planas que os grupos ficaram imbuídos de construírem foram: quadrado, retângulo, triângulo, losango, paralelogramo, trapézio e círculo.

ii) Análise *a posteriori*

As análises *a posteriori* das construções foram realizadas considerando as estratégias que os alunos adotaram em cada situação, os conhecimentos prévios adquiridos no ano anterior, as observações do professor – pesquisador, além das previsões apresentadas na análise *a priori*.

Na primeira e segunda construções, figuras planas quadrado e retângulo, os trios não apresentaram nenhuma dificuldade. De fato, nota-se que os alunos perceberam que o polígono[4] gerado podia ser decomposto em quadrados unitários cuja área total é calculada somando a área

[4] Polígonos (definição): Sejam $A_1, A_2, A_3, ..., A_n$, n pontos distintos do plano, com $n \geq 3$. Suponhamos que os segmentos $\overline{A_1A_2}, \overline{A_2A_3}, ..., \overline{A_{n-1}\,A_n}, \overline{A_nA_1}$ satisfazem as seguintes propriedades:
(i) Se dois segmentos se intersectam, o fazem em apenas uma extremidade comum.
(ii) Dois segmentos com extremidades comum não estão contidos na mesma reta.
A união desses segmentos chama-se polígono de n lados, denotados por $A_1, A_2, A_3, ..., A_n$. Os pontos A_i, com $i \in \{1, ..., n\}$ são os vértices do polígono.

de todos os quadrados, devido a malha quadriculada estar dividida em quadrados unitários. Foi percebido também que esse mesmo valor pôde ser encontrado quando fizeram a contagem do número de quadrados que formam a base do polígono, seguido da multiplicação do número de quadrados que se encontram na lateral.

Dessa forma, mediante alguns conhecimentos prévios, os trios concluíram que a área do quadrado poderia ser dada por

$$A = b.h$$

onde A é a área do quadrado e b, h são, respectivamente, a base e a altura.

Fazendo $h = b$, pois um quadrado possui lados iguais, chegaram à conclusão de que a sua área é dada por

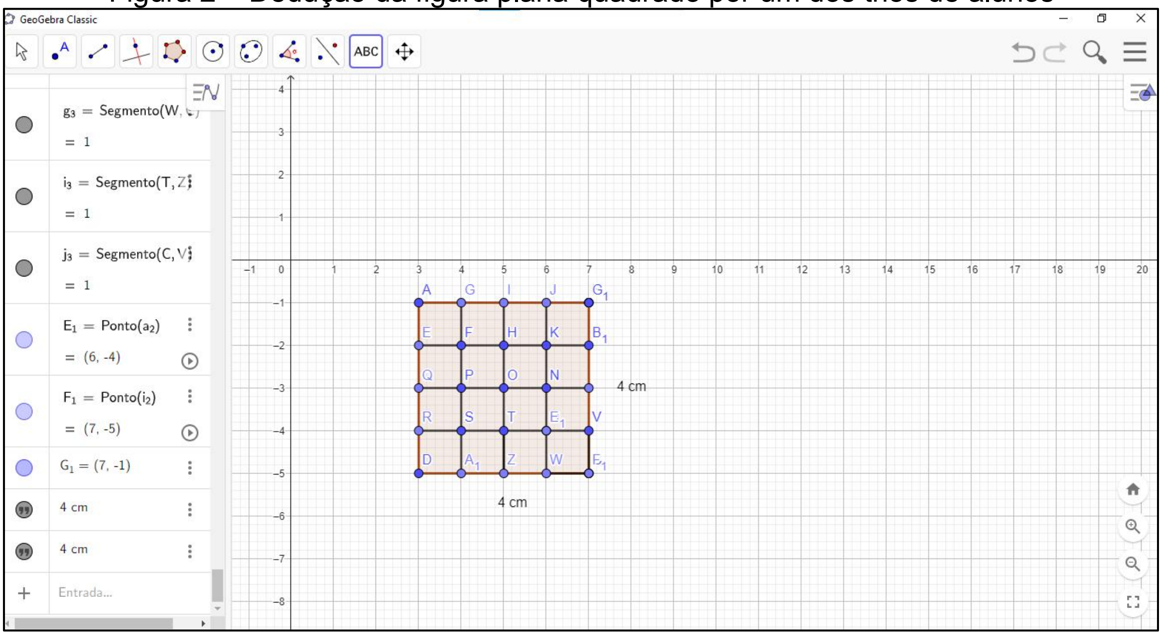
$$A = b^2$$

Analogamente, foi notado que o mesmo comportamento poderia ser aplicado para o retângulo de forma que os trios conseguiram deduzir que a sua área é dada por

$$A = b.h$$

onde A é a área do quadrado e b, h são, respectivamente, a base e a altura. A Figura 2 exibe a imagem da construção de um dos grupos.

Figura 2 – Dedução da figura plana quadrado por um dos trios de alunos

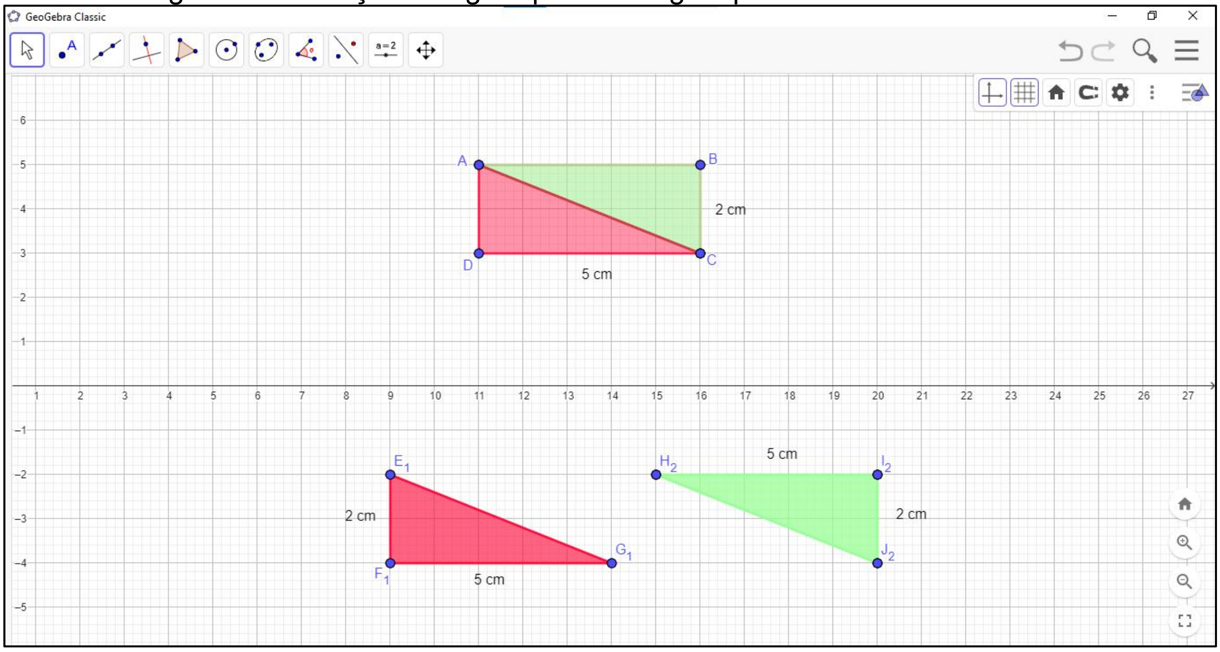


Fonte: Elaboração dos autores (2023).

Na dedução da fórmula da área do polígono triângulo, vendo a dificuldade de alguns trios, foi sugerido pelo professor-pesquisador que usassem a construção do retângulo com o objetivo de os auxiliar.

CC BY

Figura 3 – Dedução da figura plana triângulo por um dos trios de alunos



Fonte: Elaboração dos autores (2023).

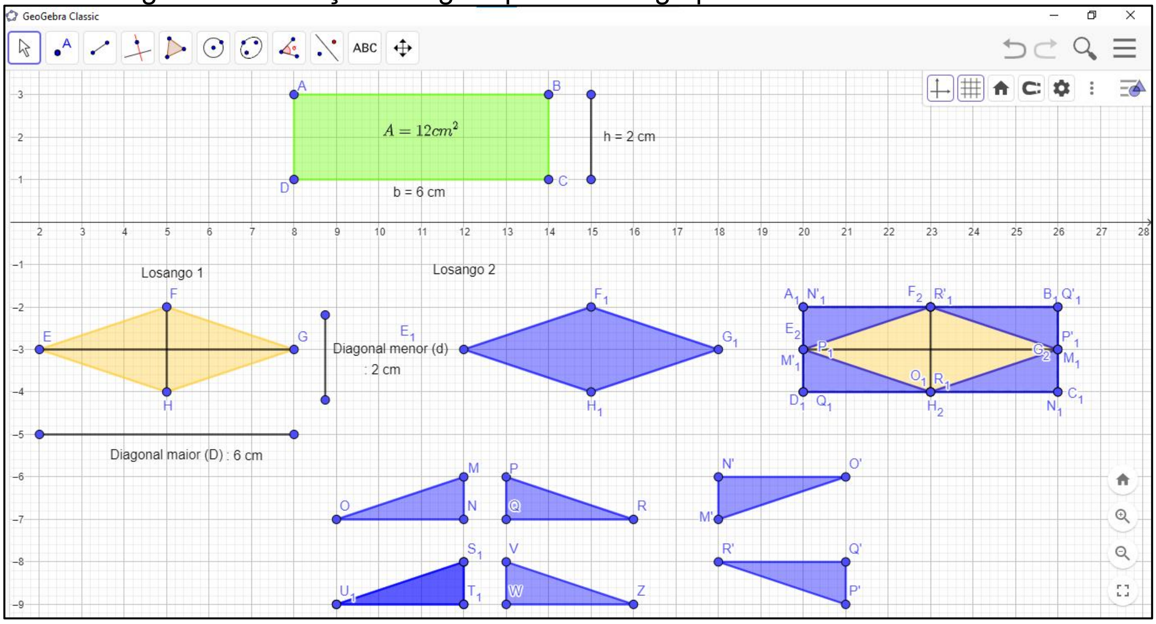
Cerca de 76,9% conseguiram entender a proposta dividindo o retângulo pela sua diagonal formando dois triângulos retângulos congruentes. Três trios (aproximadamente 23,1%) não conseguiram deduzir a fórmula da área do triângulo. Os demais grupos conseguiram visualizar que bastava dividir a área do retângulo por 2 para obter a área do polígono. Chegando à conclusão que a área do triângulo é dada por

$$A = \frac{b.h}{2}$$

onde b, h são, respectivamente, a base e a altura do triângulo.

Para que a sequência didática tivesse continuidade foi necessário o professor-pesquisador relembrar o que era um losango fazendo menção à imagem amarela que se encontra na bandeira do Brasil. Além disso, foi sugerido que usassem a construção do retângulo com o objetivo de auxiliar na dedução da fórmula da área da figura. Todos os trios notaram que o losango poderia ser construído pela união de quatro triângulos retângulos iguais, isto é, congruentes, de forma que fossem criados de forma estratégica, ou seja, de modo que o ângulo reto dos triângulos se encontrasse no ponto médio das diagonais do losango. Segue a sequência de construção na Figura 4.

Figura 4 – Dedução da figura plana losango por um dos trios de alunos



Fonte: Elaboração dos autores (2023).

Para a dedução da fórmula da área do losango, os trios construíram dois losangos congruentes e dividiram um deles em quatro triângulos também congruentes. Com o auxílio da ferramenta “mover” do GeoGebra, foram encaixando o losango 1 e os quatro triângulos “dentro” do retângulo. Os trios notaram que a diagonal maior e menor do losango eram iguais a base e a altura do retângulo, respectivamente, donde se concluiu que a área do losango era dada por

$$A = b.h$$

Fazendo $b = D\ e\ h = d$, onde $D\ e\ d$ são, respectivamente, a diagonal maior e menor do losango, teríamos:

$$A = D.d$$

Todos os trios conseguiram chegar à dedução acima. Entretanto, quatro trios (30,7% das equipes) não conseguiram finalizar a dedução correta da fórmula, muito provavelmente, devido à falta de atenção. Cerca de 69,3% conseguiu observar que o desejado era determinar a área de apenas um dos losangos que foram dispostos no interior do retângulo. Dessa forma, chegaram à conclusão que a área anterior deveria ser dividida por 2, obtendo

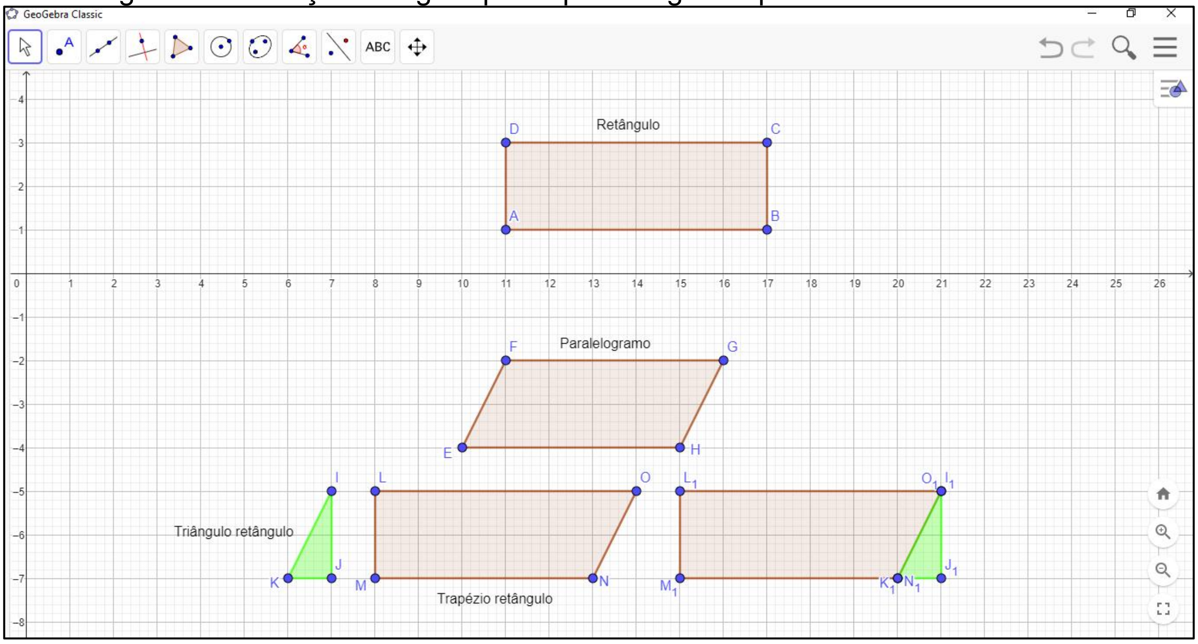
$$A = \frac{D.d}{2}$$

Para a construção do paralelogramo foi necessário o professor-pesquisador relembrar qual seria a referida figura plana, além de sugerir o uso da construção do retângulo para o desenvolvimento da dedução da fórmula da sua área.

Os trios, na sua totalidade, perceberam que o retângulo poderia ser decomposto de forma que fosse extraído dele dois triângulos retângulos congruentes de forma estratégica, resultando no paralelogramo (Figura 5).

CC BY

Figura 5 – Dedução da figura plana paralelogramo por um dos trios de alunos



Fonte: Elaboração dos autores (2023).

Para a dedução da fórmula da área do paralelogramo, onze trios (84,6% dos trios) conseguiram desenvolver o raciocínio. Conseguiram observar que a extração estratégica de um triângulo retângulo do paralelogramo e sua realocação usando a ferramenta mover do GeoGebra poderia formar um retângulo. Portanto, a maior parte dos trios conseguiram concluir que a área do paralelogramo era dada pela mesma área do retângulo, isto é,

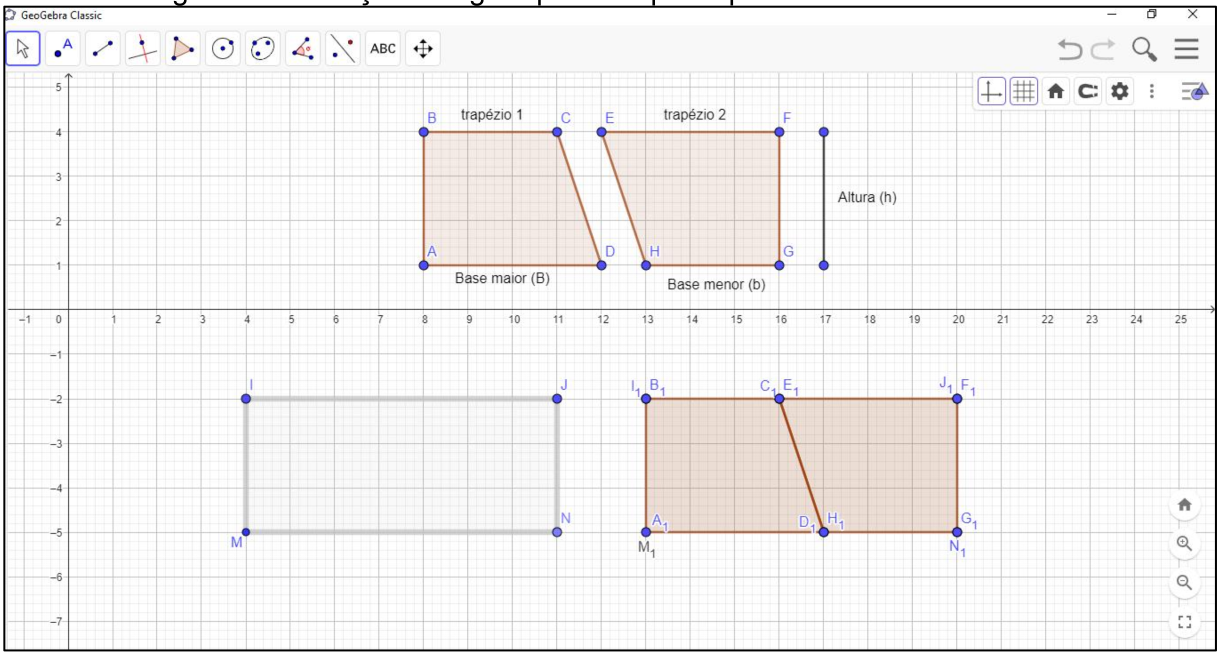
$$A = b.h$$

onde b, h são, respectivamente, a base e a altura do paralelogramo.

Na construção do trapézio a maior parte dos trios já conheciam a figura. Com o auxílio da ferramenta polígono conseguiram facilmente construí-la. Entretanto, usando a estratégia anterior, tiveram dificuldades na dedução da fórmula da sua área, já conhecida pela maioria. Foi sugerido pelo professor-pesquisador que fizessem uso da construção do retângulo com a finalidade de ajudar na dedução da fórmula (Figura 6).

CC BY

Figura 6 – Dedução da figura plana trapézio por um dos trios de alunos



Fonte: Elaboração dos autores (2023).

Os trios perceberam que se fizessem um corte em diagonal passando pela base do retângulo, obtinham dois trapézios retângulos. Para a dedução da fórmula da área do trapézio maior parte dos trios não apresentou dificuldades, correspondendo 69,2% deles. Com a ferramenta mover do software, os dois trapézios foram realocados "dentro" de um retângulo, de forma que a base maior e a base menor dos dois trapézios sejam a base do retângulo.

Como os trios já sabiam que para calcular a área de um retângulo basta efetuar o produto da base pela sua altura, concluíram que a base do retângulo é dada pela soma das bases maior e menor dos dois trapézios ambos com altura. Daí,

$$A = (B + b).h$$

Como o desejado era determinar a área de apenas um dos trapézios que completam o retângulo, concluíram que a área do trapézio pode ser dada por

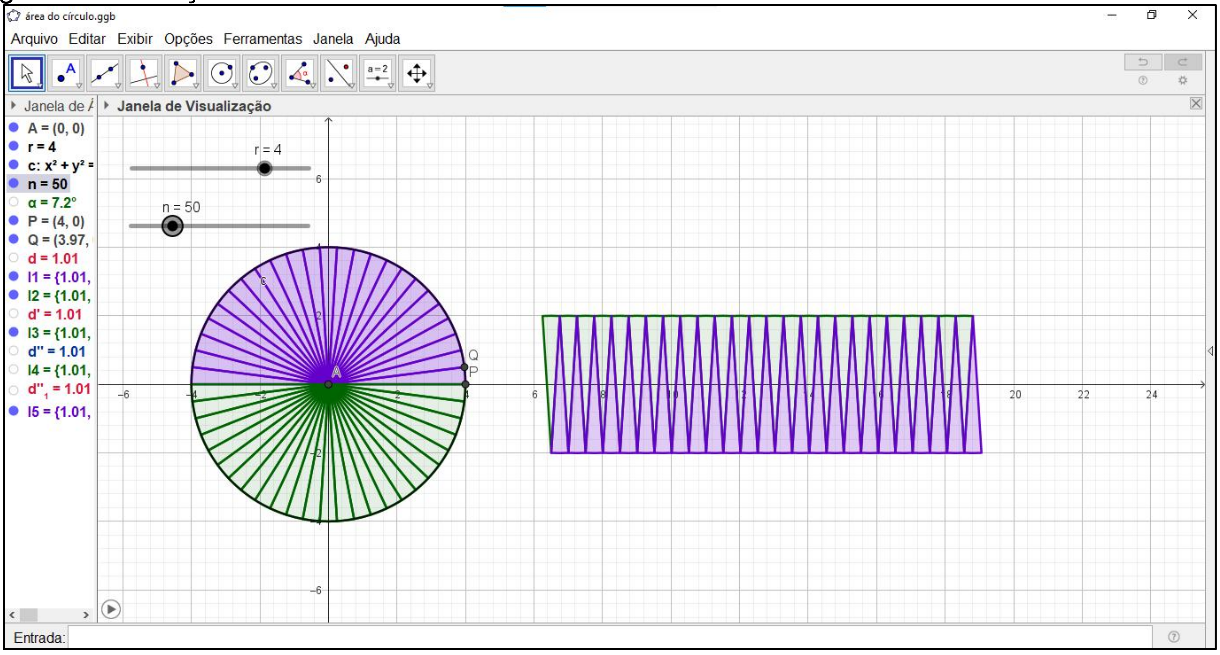
$$A = \frac{(B + b).h}{2}$$

onde B, b, h são, nessa ordem, a base maior, a base menor e a altura do trapézio.

Para determinar a construção do círculo todos os trios conseguiram concluir a atividade com o auxílio da ferramenta "círculo: centro e raio". O problema surgiu na dedução da sua área visto que era necessário dominar alguns comandos específicos do GeoGebra. Para contornar a situação, o professor-pesquisador teve que intervir ativamente, visto que a dedução da fórmula da área da referida figura era, basicamente, uma demonstração intuitiva com base em ferramentas oferecidas pelo software. Veja a imagem da Figura 7 desenvolvida pelo professor juntamente com a turma de alunos.

CC BY

Figura 7 – Dedução da fórmula da área do círculo: divisão do círculo em $n = 50$ setores circulares

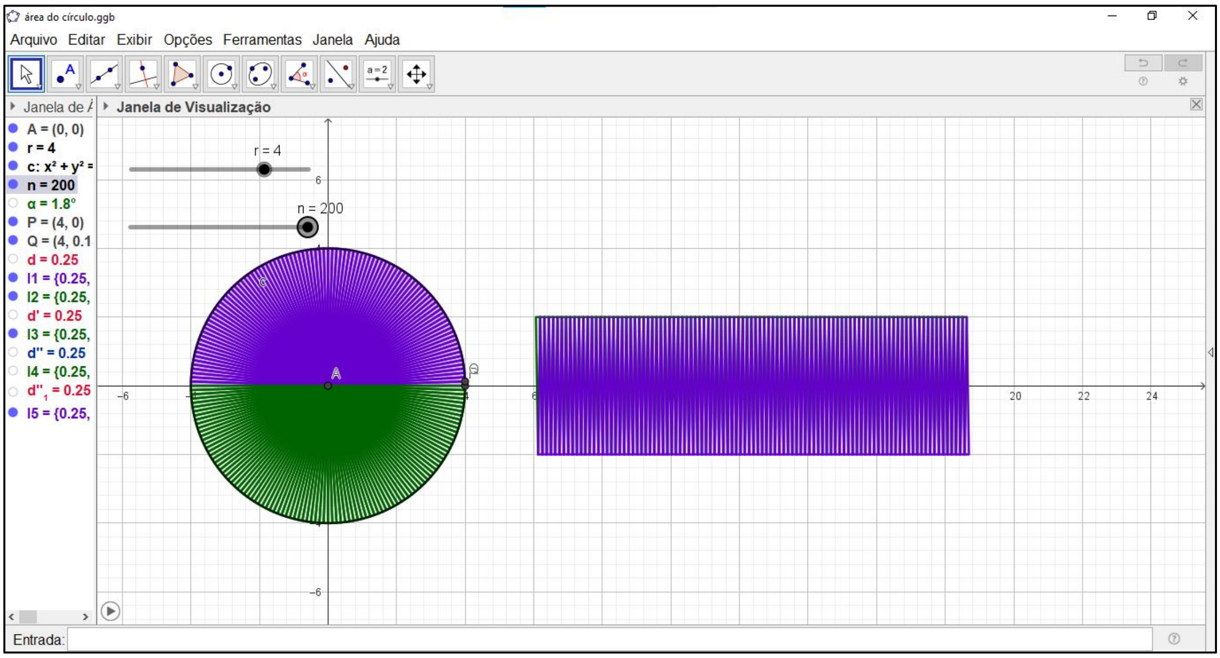


Fonte: Elaboração dos autores (2023).

Na Figura 7, o círculo C de centro A e raio r foi seccionado em 50 setores, sendo que cada setor verde "encaixa" perfeitamente em cada setor lilás (figura ao lado do círculo).

Podemos concluir que se repetirmos o processo indefinidamente a figura construída com os setores (figura ao lado do círculo) se aproxima de um retângulo, cuja base é metade do comprimento da circunferência e altura se aproximando do raio do círculo. Observe a Figura 8.

Figura 8 – Dedução da fórmula da área do círculo: divisão do círculo em $n = 200$ setores circulares



Fonte: Elaboração dos autores (2023).

CC BY
SILVA, Rodolfo dos Santos; MELO, Vanio Fragoso de. A Engenharia Didática como metodologia para a construção do conceito de área no Ensino Médio. **REMAT**: Revista Eletrônica da Matemática, Bento Gonçalves, RS, v. 10, n. 2, p. e2005, 20 de dezembro de 2024. https://doi.org/10.35819/remat2024v10i2id7404.

Donde,

$$A = \frac{C}{2}.r \Rightarrow A = \frac{2\pi r}{2}.r \Rightarrow A = \pi r^2$$

Confrontando as hipóteses que foram projetadas na fase *a priori* com os dados que foram apresentados *a posteriori*, podemos fazer algumas considerações: podemos considerar que maior parte dos objetivos foram alcançados. Foi percebido que os alunos conseguiram entender que algumas figuras eram compostas por uma sequência de quadrados unitários, cuja área era dada pela sua quantidade. Além disso, conseguiram explorar dinamicamente a mudança de forma, fazendo decomposições, originando outras figuras. Também conseguiram visualizar algumas propriedades geométricas de alguns polígonos que podem ser aplicadas em outros. Entretanto, alguns trios não conseguiram alcançar a segunda parte da atividade que era referente à dedução das fórmulas.

A Tabela 2 ilustra a situação.

Tabela 2 – Quantidade de alunos

Construções	Conseguiram	Quantidade aproximada de alunos	Conseguiram parcialmente	Quantidade aproximada de alunos
Quadrado	100%	39	–	–
Retângulo	100%	39	–	–
Triângulo	76,9%	30	23,1%	9
Losango	69,3%	27	30,7%	12
Paralelogramo	84,6%	33	15,4%	6
Trapézio	69,2%	27	30,8%	12
Círculo	100%	39	–	–

Fonte: Elaboração dos autores (2023).

Diante dos dados, podemos concluir que os alunos demonstraram maiores dificuldades nas figuras planas losango e trapézio. Em ambos os casos por se tratarem de polígonos poucos visualizados no dia a dia, o que acarreta o esquecimento de fórmulas e conceitos de grande importância.

3.2. Atividade 2 – Problema com contextualização histórica

Para Mendes (2009), a construção do conhecimento matemático é fruto de representações mentais e simbólicas que se constrói em um processo de generalização e síntese. Concordando com o autor e acrescentando, construir um conceito matemático não é fácil, visto que existe diversas variáveis envolvidas no processo. No entanto, quando se traz conhecimentos que despertem a curiosidade, o processo de aprendizado pode se tornar mais efetivo.

Segundo os PCNs, a História da Matemática é importante porque (Brasil, 2001, p. 45):

> Ao revelar a matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor tem a possibilidade de desenvolver atitudes e valores mais favoráveis do aluno diante do conhecimento matemático.

Com isso, propõe-se a atividade a seguir que foi contemplada em uma hora/ aula e que teve como metodologia a resolução individual de uma questão – problema do papiro de Rhind (Aguiar, 2012, p. 17). O processo consistiu em analisar as respostas encontradas pelos alunos, seguido de uma análise mais detalhada que será feita na fase da análise *a posteriori*.

Texto adicional: O papiro de Rind ou Ahmes é um dos documentos matemáticos mais antigos, datando de cerca de 1650 a.C., que contém uma série de problemas de aritmética, fração, cálculo de áreas, cálculo de volumes, progressões, proporcionalidade, repartições, regra de três simples, equações lineares, trigonometria básica e geometria.

Problema 48 do Papiro de Rhind (adaptado de Aguiar, 2012, p. 17): Mostra uma possível solução para o cálculo da área do círculo. Ahmes compara a área do círculo com a área do quadrado circunscrito. Os egípcios concluíram que a área do círculo poderia ser dada pela aproximação de um octógono gerado pela circunscrição de um quadrado.

Com base nessas informações, foram propostas as atividades I e II em trios:

I. Representar o esquema ilustrativo de resolução que é proposto no problema 48 do Papiro de Rhind sabendo que o lado do quadrado circunscrito deve ser particionado no seu terço médio;
II. Adaptando o problema 48 do Papiro de Rhind e observando a seguinte conclusão dos egípcios: "a área do círculo poderia ser dada pela aproximação de um octógono gerado pela circunscrição de um quadrado" – solução apontada por Aguiar (2012, p. 17) – foi solicitado calcular a área do octógono, sabendo que o quadrado tem lado l e o círculo tem diâmetro D.

i) Análise *a priori* da atividade 2

Trazer a história da matemática aplicada em uma das questões da sequência didática, tem o objetivo de envolver os alunos na busca de informações, despertando a curiosidade em entender como os egípcios desenvolviam estratégias no cálculo de áreas.

Para a atividade I, espera-se que os grupos representem corretamente o esquema gráfico da resolução do problema 48 do Papiro de Rhind, entendendo o conceito de circunscrição.

Na atividade II, espera-se que os grupos visualizem que a área do círculo é aproximada à área do octógono não regular. Tal estratégia foi adotada pelos egípcios; processo conhecido como quadratura do círculo. Além disso, espera-se que os alunos consigam calcular a área do octógono pela diferença da área do quadrado e dos quatros triângulos retângulos isósceles e congruentes que são formados pelos terços médios dos lados do quadrado.

ii) Análise *a posteriori* da atividade 2

Na atividade I, notou-se que a maior dificuldade em representar a situação do problema 48 do Papiro de Rhind foi o fato de como usar a informação da partição dos lados do quadrado no seu terço médio. Dois trios, correspondendo a 15,38% dos alunos, não conseguiram interpretar que o lado do quadrado deveria ser particionado em três partes de mesmo comprimento. Nesse momento, o professor-pesquisador teve que intervir, com o objetivo de esclarecer a dúvida dos seis alunos. Após os devidos esclarecimentos, todas as equipes conseguiram alcançar a primeira hipótese da análise *a priori*.

Na atividade II, temos a seguinte análise:

- Cinco trios, cerca de 38,46% dos alunos, perguntaram se tinha uma fórmula para o cálculo da área do octógono com o objetivo de facilitar os cálculos, visto que a maioria das figuras planas apresentam uma fórmula específica para o cálculo de sua área.
- Oito trios, cerca de 61,53% dos alunos, notaram que se a área dos quatro triângulos fosse retirada, sobraria apenas a área do octógono. Entretanto, as equipes não conseguiram concluir o raciocínio correto, sendo que a área dos triângulos deveria ser retirada da área do quadrado.
- Após uma breve discussão entre os alunos, e observando as ideias que cada grupo apresentava na euforia do momento, todos os grupos conseguiram entender que a área do octógono era dada pela diferença da área do quadrado e áreas dos triângulos. Isto é,

$$A_O = A_Q - 4A_T$$

denotando A_O como a área do octógono, A_Q a área do quadrado e A_T a área do triângulo.

Uma dificuldade que surgiu durante os cálculos foi o de usar o diâmetro do círculo para calcular a área do octógono, assim como faziam os egípcios. Para contornar a situação, o professor-pesquisador teve que intervir, orientando que o lado do quadrado era igual ao diâmetro D do círculo.

Por conseguinte, algumas análises puderam ser feitas mediante às observações:

- De imediato onze dos treze trios, correspondendo 84,61% dos alunos, conseguiram entender que o lado do quadrado em função do diâmetro do círculo era dado por $\mathrm{l} = \frac{\mathrm{D}}{3}$.
- Dessa forma, concluíram que a base e altura dos triângulos também eram iguais a $\frac{\mathrm{D}}{3}$. Após uma breve explicação, as demais equipes conseguiram compreender o porquê de o lado do quadrado ser $\frac{\mathrm{D}}{3}$.

- A totalidade de trios conseguiu calcular a área do quadrado, obtendo

$$\mathrm{A_Q = D^2}$$

- A totalidade dos trios conseguiu calcular a área dos triângulos, obtendo

$$A_T = \frac{\frac{D}{3} \cdot \frac{D}{3}}{2} = \frac{D^2}{18}$$

- Como todos os trios já sabiam que a área do octógono era dada pela diferença da área do quadrado e dos triângulos, conseguiram facilmente alcançar a hipótese II após a superação de alguns obstáculos, como foi discutido. Os grupos conseguiram desenvolver o seguinte cálculo:

$$A_O = A_Q - 4.A_T \Rightarrow$$
$$A_O = D^2 - 4.\frac{D^2}{18} \Rightarrow A_O = \frac{7}{9}D^2$$

Dessa forma, mediante o que foi verificado, podemos confrontar as hipóteses da análise *a priori* com as observações da análise *a posteriori*. Como relatado anteriormente, o professor-pesquisador teve que intervir em alguns momentos, além de os próprios alunos que contribuíram com sugestões, o que favoreceu para que alguns trios pudessem fazer uso das informações. Tal episódio foi permitido, pois o processo de ensino e aprendizagem vai além da transmissão de informações pelo professor.

Com isso, podemos concluir que apesar das dificuldades interpretativas que os alunos apresentaram durante o desenvolvimento da segunda atividade, a totalidade dos alunos conseguiram calcular a área do octógono, alcançando a hipótese II traçada na fase da análise *a priori*.

3.3. Atividade 3 – Resolução de situação-problema

Observou-se durante a aplicação da atividade diagnóstica que alguns alunos apresentaram dificuldades em problemas que tratavam de representações gráficas. Proporemos uma atividade-problema que retrata uma aplicação do cálculo de áreas de terrenos que era utilizada pelos egípcios e que ainda é usado em comunidades que não possuem métodos muito sofisticados. Esse sistema de medição era chamado de cubação que é feita com o uso de cordas ou uma vara chamada de braça e consiste em medir o contorno de terrenos cuja área é dada considerando o seu relevo.

Para que a sequência didática tivesse continuidade, foi preciso o professor – pesquisador intervir e explicar para os alunos como funcionava a cubação. Foi esclarecido que o processo é aplicado apenas em terrenos em forma de quadriláteros e que está relacionado à aproximação de figuras para facilitar os cálculos de áreas, por exemplo, um quadrilátero ABCD pode ser aproximado para um retângulo fazendo a média aritmética dos comprimentos dos lados opostos. Por conseguinte, segue atividade a ser aplicada em sala de aula.

Um terreno quadrangular foi destinado para o plantio de milho. Sabe-se que as suas dimensões são 300 m, 240 m, 210 m e 180 m. Com o objetivo de irrigar toda a área, um agricultor mediu a maior diagonal do terreno para instalar um cano responsável pelo transporte de água, obtendo 360 m. Determine a área aproximada do plantio.

i) Análise *a priori* da atividade 3

Para a atividade proposta, espera-se que os alunos consigam:

- representar a situação-problema de forma geométrica;
- calcular a área aproximada usando conhecimentos sobre a cubação de terrenos;
- usar conhecimentos específicos da geometria plana, como a fórmula de Herão, para calcular a área exata do terreno.

ii) Análise *a posteriori* da atividade 3

Para a realização da atividade 3, foi sugerido que os alunos a executassem de forma individual. Observou-se em I que todos os alunos conseguiram representar a situação-problema sem dificuldades, visto que já conheciam o que era um quadrilátero irregular, pois o terreno descrito no problema era composto por dimensões de valores diferentes.

Em II todos os 39 alunos também não apresentaram dificuldades, pois a aproximação do quadrilátero formado pelo terreno em um retângulo era feita por meio de cálculos simples de média aritmética dos lados opostos. E como já conheciam a fórmula básica para o cálculo da área de um retângulo, conseguiram chegar ao valor aproximado da área do terreno que foi de 52650 m^2.

Como em III necessitava de alguma estratégia para determinar a área da superfície irregular, cerca de 15 alunos, correspondendo a 38,46% da turma apresentaram dificuldades para desenvolver uma estratégia viável para o cálculo exato da área do terreno. Os alunos alegaram que não existia uma fórmula específica para calcular a área da figura que tinham encontrado em I. No entanto, mais da metade da turma, cerca de 61,54% dos alunos, conseguiram identificar uma maneira de contornar o obstáculo. Viram que poderiam usar a informação do comprimento da maior diagonal do quadrilátero para particionar a figura e obter dois triângulos. Dessa forma, observaram que poderiam aplicar a pouco usada fórmula de Herão, para calcular a área do terreno, obtendo o valor de 50677,56 m^2.

Confrontando-se as informações da análise *a priori* com as da análise *a posteriori* podemos perceber que nem todas as hipóteses foram alcançadas em sua totalidade para essa atividade. Percebeu-se que quando é necessário desenvolver algum raciocínio mais elaborado, um pequeno percentual de alunos ainda apresenta dificuldades em interpretação, visto que esse obstáculo será superado com o desenvolvimento do hábito da prática matemática, que consiste em leitura e resolução de problemas.

3.4. Atividade 4 – Uma aplicação para o estudo de áreas de figuras planas usando a Etnomatemática presente no artesanato têxtil

Para que a última atividade da sequência didática fosse realizada, foi necessário o professor-pesquisador apresentar o material que seria trabalhado em sala que consistia em peças artesanais confeccionadas na arte do filé.

Inicialmente, foi feito um breve relato sobre o artesanato de filé relacionando contextualização histórica, econômica, cultural, social, artística e matemática, sendo esta última o nosso foco, visto que a produção dos utensílios é feita em uma malha quadriculada que se assemelha ao plano cartesiano. Além disso, a sua trama é formada por um agrupamento de figuras planas variadas como, por exemplo, quadrados, retângulos, losangos, triângulos, entre outras.

Seguindo com a aplicação da atividade, foi solicitado que a turma de 39 alunos fosse dividida em trios. Logo em seguida, foi entregue alguns utensílios para cada equipe, como tapetes, *suplat*, marca página e guardanapos.

A atividade foi composta de dois momentos: o primeiro foi em que cada grupo replicasse em tamanho real, em uma malha quadriculada com quadrados de 1 cm de lado, algumas figuras planas que encontrassem nos materiais que lhes foram entregues. Essa primeira fase da atividade durou uma hora/aula e os materiais que os alunos fizeram uso foram lápis para colorir, folhas A4, régua e uma malha quadriculada. Veja a Figura 9.

CC BY

Figura 9 – Reprodução de figura plana em malha quadriculada

Fonte: Elaboração dos autores (2024).

O segundo momento da atividade consistiu em usar conhecimentos básicos da geometria plana para calcular área e perímetro das figuras representadas na malha quadriculada. O objetivo era fazer uma correlação com o trabalho prático das artesãs e o científico.

Na segunda fase da atividade, os alunos devem realizar os cálculos de perímetros e áreas de duas formas: analisando as quantidades de quadrados que compõem a figura plana representada na malha quadriculada, fazendo, dessa forma, uma analogia ao trabalho artesanal das fileseiras e a segunda, usando os conhecimentos adquiridos nas atividades anteriores, como o uso de fórmulas, por exemplo.

i) Análise *a priori* da atividade 4

Para a atividade 4, espera-se que os alunos consigam:

- identificar e reproduzir as figuras planas encontradas nos utensílios de filé nas suas dimensões reais;
- calcular o perímetro das figuras planas contando o número de quadrado de 1 cm de lado que as compõem;
- calcular a área das figuras planas contando quantidade de quadrados de 1 cm de lado que as compõem;
- calcular a área das figuras planas usando fórmulas;
- comparar as áreas obtidas em III e IV.

ii) Análise *a posteriori* da atividade 4

A primeira etapa da atividade 4 que foi a identificação e reprodução das figuras planas nos utensílios de filé foi realizada sem nenhuma dificuldade. Alguns grupos de alunos conseguiram visualizar na mesma peça figuras planas que outras equipes não conseguiram, usando o método da decomposição de figuras visto na primeira atividade da sequência didática.

Após a reprodução das figuras planas que os grupos conseguiram identificar nos utensílios, percebeu-se que os itens II e III da análise *a priori* foram alcançados muito facilmente, visto que o processo consistia apenas na contagem de quadrados unitários (unidade de área), seu lado e diagonal para se determinar área e perímetro de algumas figuras, como quadrados, retângulos, triângulos, trapézios e losangos. Para o cálculo de perímetro de algumas figuras, algumas equipes tiveram que usar o conhecimento do teorema de Pitágoras, visto que, em alguns casos era necessário calcular a diagonal do quadrado, outras imediatamente associaram que um quadrado de lado l tem diagonal $l\sqrt{2}$.

Fazendo um confronto entre a análise *a priori* e a análise *a posteriori*, podemos perceber que todos os itens que foram apontados na fase *a priori* foram alcançados muito facilmente, evidenciando que a sequência didática trouxe um complemento notável para o conhecimento dos alunos acerca do conteúdo de áreas de figuras planas. É notável que todos os grupos tem um maior domínio na aplicação de fórmulas de áreas de figuras planas. Além disso, obtiveram uma ferramenta muito importante para esse estudo, que se trata da decomposição das mesmas, visto que em muitas situações do seu cotidiano, podem se deparam com problemas que necessitem do uso de cálculo de áreas e de perímetros que sejam relacionados às figuras não convencionais e que seja necessário fazer uso do processo da decomposição, chegando-se às figuras tradicionais, nas quais podem ser empregadas todas os conceitos adquiridos ao longo da sequência didática.

Podemos evidenciar que uma atividade prática relacionada a um conteúdo da grade curricular dos alunos, traz um maior envolvimento dos estudantes, visto que desperta o interesse por manusear um material concreto. Além disso, as experiências matemáticas vivenciadas pelas artesãs foram absorvidas e aprimoradas pelos alunos em um contexto mais técnico. De fato, percebeu-se que o processo artesanal facilitou no entendimento de composição de figuras planas, cálculos de perímetros e de áreas fazendo uso da contagem do número de quadrados que as compõem.

4. Considerações finais

Fazendo uma síntese das atividades que propomos durante a sequência didática, constatamos que as maiores dificuldades ainda persistem no fator atenção e prática, pois a matemática precisa está sendo exaustivamente praticada para que conceitos e fórmulas estejam sempre presentes no acervo intelectual do aluno. Entretanto, mesmo com os obstáculos que foram observados pudemos notar uma perceptível evolução ao longo das quatro atividades da sequência didática, desde a introdução do conceito de áreas de figuras planas até a resolução de problemas que exigiram um pouco mais de raciocínio estimulando o aluno a desenvolver estratégias, aliado ainda à uma aplicação prática que contribuiu na concretização dos principais conceitos e aplicação de fórmulas de figuras planas que envolvia cálculos de áreas e de perímetros.

As situações de aprendizagem foram aplicadas de forma que cada equipe seguia uma sequência lógica que tinha objetivos pré-determinados de maneira a colocar os alunos diante de problemas que necessitavam de uma solução. Algumas atividades foram simples e imediatas, outras tinham como objetivo desenvolver o senso crítico do aluno despertando as suas habilidades. Vale salientar que todas as atividades favoreceram, gradualmente, na construção do conceito de área.

Com tudo isso, podemos concluir que a sequência didática permitiu trabalhar diversos objetivos, dando prioridade à superação das dificuldades e obstáculos dos alunos verificadas no teste diagnóstico. Sob a ótica da Engenharia Didática foi considerado o conteúdo de áreas de figuras planas, apresentando atividades que favorecessem no entendimento do conceito, com o objetivo de minimizar as dificuldades que foram apresentadas pelos estudantes.

Além disso, por meio da metodologia de pesquisa da Engenharia Didática, pudemos confirmar a maioria das hipóteses que foram apontadas durante a fase *a priori* de cada uma das atividades da sequência didática, mostrando-se fundamental no desenvolvimento e fixação de conceitos inerentes ao estudo de áreas de figuras planas.

Concluímos assim, que o processo de ensino-aprendizagem pode ser facilitado quando bem articulado e norteado por uma proposta didática que seja de fácil aceitação e desenvolvimento por parte do grupo a qual foi submetida.

Referências

AGUIAR, Rafael Hamilton de S. **A matemática descrita no Papiro de Rhind**. Orientador: Sinval Braga de Freitas. 2012. 26 f. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso – Licenciatura em Matemática) – Universidade Católica de Brasília, Brasilia, 2012. Disponível em: https://repositorio.ucb.br:9443/jspui/handle/10869/1315. Acesso em: 20 dez. 2024.

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. Tradução: Elza F. Gomide. 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996. 512 p.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação Fundamental, 1997.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. 3. ed. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Fundamental, 2001.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Etnomatemática**: elo entre as tradições e a modernidade. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 1987.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 1, p. 99-120, jan./abr. 2005. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/ep/v31n1/a08v31n1.pdf. Acesso em: 1 dez. 2023.

GERDES, P. **Etnomatemática**: cultura, matemática, educação. Moçambique: ISP, 1989.

GERDES, Paulus. **Etnogeometria**: Cultura e o despertar do pensamento geométrico. Reedição. Moçambique: Instituto Superior de Tecnologias e de Gestão, 2012.

MACHADO, S. D. A. Engenharia Didática. *In*: MACHADO, S. D. A. (org.). **Educação Matemática**: uma (nova) introdução. São Paulo: EDUC, 1999.

MENDES, I. A. **Matemática e investigação em sala de aula**: tecendo redes cognitivas na aprendizagem. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.