A perspectiva de desenvolvimento do pensamento algébrico na observação de regularidades

The developmental perspective of algebraic thinking in the observation of regularities

La perspectiva del desarrollo del pensamiento algebraico en la observación de regularidades

Ana Paula Francisca Pires da Rocha[1]
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais (IFMG), Formiga, MG, Brasil
https://orcid.org/0000-0002-7111-8060, http://lattes.cnpq.br/3120791545164084

Érika Helena Assis[2]
Instituto Educacional Apogeu (Losango), Oliveira, MG, Brasil
https://orcid.org/0000-0002-6461-9916, http://lattes.cnpq.br/4417240326133073

Nayara Thaís Santana Miranda[3]
Escola Estadual Professora Francisca Malheiros, Belo Horizonte, MG, Brasil
https://orcid.org/0009-0001-6243-3800, http://lattes.cnpq.br/7990865805708994

Paula Silveira Alves de Paula[4]
Escola Estadual Geraldina Soares, Belo Horizonte, MG, Brasil
https://orcid.org/0009-0006-8176-6615, http://lattes.cnpq.br/0287705178134546

Resumo: O contexto atual do ensino da Álgebra tem indicado ações que promovam o desenvolvimento do pensamento algébrico. Uma dessas formas de promoção seria explorar a busca de regularidades e generalizações. Se, por um lado, pesquisas e normativas apontam para a necessidade dessa abordagem, por outro, no contexto da prática no ensino dessa temática ainda predomina a forma mecânica, em que se valoriza a manipulação de símbolos e regras, com a visão letrista sendo a dominante. Diante dessas questões, o presente artigo se propõe a discutir como os alunos percebem e consolidam a noção de regularidade, e como indicam a generalização em atividades de Álgebra. Nessa trajetória, analisam-se as respostas a um teste aplicado a 41 alunos do 7º ano do Ensino Fundamental. Constatou-se que os alunos têm facilidade na percepção de regularidades, contudo apresentam dificuldades para expressar a generalização na existência de um padrão e em situações nas quais não há regularidade.

Palavras-chave: pensamento algébrico; regularidades; generalização.

Abstract: The current context of the teaching of Algebra has indicated actions that promote the development of algebraic thinking, and one of these forms of promotion would be to explore the search for regularities and

---

[1] **Currículo sucinto**: Licenciada em Matemática e mestra em Educação, linha Educação Matemática, pela Universidade Federal de Minas Gerais, professora do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais, *Campus* Formiga. **Contribuição de autoria**: Administração do Projeto, Análise Formal, Conceituação, Curadoria de Dados, Escrita – Primeira Redação, Escrita – Revisão e Edição, Investigação, Metodologia, Supervisão e Visualização. **Contato**: ana.rocha@ifmg.edu.br.

[2] **Currículo sucinto**: Licenciada, especialista e mestra em Matemática pela Universidade Federal de Minas Gerais, professora do Instituto Educacional Apogeu. **Contribuição de autoria**: Administração do Projeto, Conceituação, Escrita – Primeira Redação e Metodologia. **Contato**: erikahelenaassis@gmail.com.

[3] **Currículo sucinto**: Licenciada em Matemática pela Universidade Federal de Minas Gerais, especialista em Neuroaprendizagem e Práticas Pedagógicas pela Faculdade Anhanguera, professora da rede estadual de Minas Gerais e da rede municipal de Belo Horizonte. **Contribuição de autoria**: Administração do Projeto, Conceituação, Escrita – Primeira Redação e Metodologia. **Contato**: nayarat54@gmail.com.

[4] **Currículo sucinto**: Licenciada em Matemática pela Universidade Federal de Minas Gerais, especialista em Docência em Matemática e Práticas Pedagógicas pela Faculdade Líbano, professora da rede estadual de Minas Gerais. **Contribuição de autoria**: Administração do Projeto, Conceituação, Escrita – Primeira Redação e Metodologia. **Contato**: aluapj2017@gmail.com.

generalizations. If, on the one hand, research and regulations point to the need for this approach, on the other hand, in the context of the practice in the teaching of this subject, the mechanical form still predominates, in which the manipulation of symbols and rules is valued, with the literate view being the dominant one. Given these issues, this article aims to discuss how students perceive and consolidate the notion of regularity, and how they indicate generalization in Algebra activities. In this context, the answers to a test applied to 41 students in the 7th grade of Elementary School are analyzed; showing that the students can easily perceive regularities, but have difficulties expressing generalization in the existence of a pattern and in situations where there is no regularity.

Keywords: algebraic thinking; regularities; generalization.

Resumen: El contexto actual de la enseñanza del Álgebra ha señalado acciones que promueven el desarrollo del pensamiento algebraico, y una de estas modalidades de promoción sería explorar la búsqueda de regularidades y generalizaciones. Si, por un lado, las investigaciones y normativas señalan la necesidad de este abordaje, por otro, en el contexto de la práctica de la enseñanza de esta asignatura, aún predomina la forma mecánica, en la que se valora la manipulación de símbolos y reglas, siendo la visión letrista la dominante. Teniendo en cuenta estas cuestiones, este artículo pretende discutir cómo los estudiantes perciben y consolidan la noción de regularidad, y cómo indican la generalización en las actividades de Álgebra. En este contexto, se analizan las respuestas de una prueba aplicada a 41 estudiantes de 7º año de Educación Primaria; que muestra que los alumnos perciben con facilidad las regularidades, pero tienen dificultades para expresar la generalización en la existencia de un patrón y en situaciones en las que no hay regularidad.

Palabras clave: pensamiento algebraico; regularidades; generalización.

Data de submissão: 21 de dezembro de 2023.

Data de aprovação: 5 de abril de 2024.

1. Introdução

Conforme Ponte, Branco e Matos (2009), a Álgebra pode ser apresentada como um conjunto de regras para transformações de expressões. Entretanto, na Educação Matemática, em termos de tendências atuais, a Álgebra também pode ser abordada pela busca de regularidades e generalizações (Brasil, 2017; Campos, 2019). Logo, no ensino da Álgebra é possível abordar a linguagem algébrica não apenas como um conjunto de regras de transformação de expressões simbólicas. Pode-se também abordá-la como meio de representar ideias, promovendo o desenvolvimento do pensamento algébrico através do estudo de sequências e regularidades. Nesse ínterim, os alunos devem ser levados a pensar genericamente, notando regularidades e explicitando essas por meio de estruturas ou expressões matemáticas e a pensar funcionalmente, estabelecendo relações entre as variáveis.

Por exemplo, na Base Nacional Curricular Comum (BNCC), homologada em 20 de novembro de 2017, a unidade temática Álgebra é apresentada tendo como finalidade o desenvolvimento do pensamento algébrico. Nesse sentido, para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões, e estabeleçam generalizações (Brasil, 2017).

Ademais, no contexto da prática, o ensino Álgebra tem seus desafios, independente do aspecto contemplado. Revisando a literatura com a temática, encontramos estudos que exploram as dificuldades no ensino-aprendizagem da Álgebra (Booth, 1995; Lins; Gimenez, 1997; Ponte, 2005; Socas *et al.*, 1996; Tinoco, 2011). Diante disso, refletindo sobre o que pode contribuir para as dificuldades dos alunos com o ramo de Álgebra no Brasil, Lins e Gimenez (1997) indicam que o ensino dessa temática tem por domínio a visão letrista. Ponte (2005, p. 37) associa a dificuldade à forma como a Álgebra tem sido ensinada, criando-se um panorama da Álgebra como um conjunto "de regras de transformação de expressões e processos de resolução de equações e sistemas de equações [...]. Trata-se, claramente, de uma visão redutora da Álgebra, que desvaloriza muitos aspectos importantes desta área da Matemática". Já Tinoco (2011) sinaliza que boa parte das dificuldades relacionadas à Álgebra são resultantes de dificuldades de aprendizagem de Aritmética ou da tentativa de fazer generalizações de um campo para outro, que nem sempre são válidas.

Em uma perspectiva exitosa, considerando um estudo envolvendo estudantes dos primeiros anos escolares, Santos, Luvison e Moreira (2018) implementam uma série de três atividades e relatam que os alunos participantes alcançaram progresso na aprendizagem: expansão do vocabulário, identificação de padrões e realização de algumas generalizações. Em uma outra abordagem bem-sucedida, em Campos (2019), foram propostas tarefas com o objetivo de avaliar se os alunos do 6º ano conseguem desenvolver o pensamento algébrico através da resolução de problemas. A autora sinaliza que os alunos demonstraram avanços na aprendizagem, sendo que as atividades exploravam a generalização, a explicitação de leis, o raciocínio intuitivo e dedutivo, bem como a identificação de estruturas operatórias.

Assim, buscou-se a aplicação de uma atividade que propiciasse aos alunos a produção de significado, sem o excesso de exercícios meramente mecânicos, que promovesse o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio do estabelecimento de regularidades e generalizações e, ao mesmo tempo, descontruísse que sempre é possível a produção de padrões, selecionamos uma atividade apresentada em Tinoco (2011), atividade esta que será apresentada na metodologia deste artigo. Ao propor tal atividade nosso objetivo geral é discutir como os alunos percebem e consolidam a noção de regularidade, sem a indicação letrista comumente explorada; e como indicam a generalização no caso de regularidade.

À guisa de introdução, este texto expõe os dados do teste que foi aplicado durante a realização de um estágio curricular de uma das autoras deste artigo, em duas turmas do 7º ano do Ensino Fundamental do município de Belo Horizonte, Minas Gerais, no Centro Pedagógico – Escola de Educação Básica e Profissional da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG). A aplicação levou em consideração o público alvo e alguns aspectos da Álgebra trabalhados em uma disciplina de graduação[1], como as observações e a generalização de padrões, e a busca por regularidades.

Na seção a seguir, apresentamos a fundamentação teórica que embasa este trabalho. Na seção de metodologia, são apresentadas as questões da atividade, assim como os critérios para a implementação da proposta. Na parte de resultados e discussão são apresentadas as respostas dos alunos, analisando-as a base do referencial, levantando-se hipóteses sobre fatores que podem ter dificultado a resolução da atividade.

Nas considerações finais, retomamos o objetivo inicial deste trabalho e apontamos alguns direcionamentos para futuros estudos na área de Álgebra relacionados à busca de generalizações e de regularidades.

2. Concepções, ensino e aprendizagem de Álgebra: embasamento teórico

Ao longo da história, o entendimento sobre a Álgebra recebeu enfoques diferentes. Diofanto (200 d.C. – 284 d.C.) é considerando o fundador da Álgebra e nessa época, segundo Ponte (2005), a Álgebra era entendida como o estudo da resolução de equações, mas sem uma menção direta ao termo.

O termo Álgebra surgiu pela primeira vez em uma obra do matemático persa Al-Khwarizmi (790–840). Nela, a Álgebra era um sistema prático para resolver problemas de casos de herança, contratos, ações judiciais, cobrança de impostos, medições de terra. No século XVI, a Álgebra passou a apresentar uma perspectiva simbólica, como uma tentativa de generalizar os problemas com a representação em símbolos e não apenas apresentar exemplos. A ideia de Álgebra clássica, desenvolvida até o final do século XVIII, era voltada para o estudo de equações numa situação relativamente concreta. Em meados do século XIX, período no qual se inicia a Álgebra Moderna, a resolução de equações se volta para o abstrato, com a Álgebra atrelada ao estudo de estruturas como grupos, anéis e corpos (Ponte; Branco; Matos, 2009).

Em relação ao desenvolvimento da Álgebra em função da sua linguagem, de acordo com Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), destacam-se três fases: a retórica ou verbal, a sincopada e a simbólica. Na fase verbal não se fazia uso de símbolos para expressar o pensamento algébrico. Esta fase se refere a Álgebra dos egípcios, dos babilônios e dos gregos pré-diofantinos que expressam os problemas e suas soluções em sua linguagem natural. A fase sincopada é caracterizada pelo uso de símbolos para abreviar as equações, mas ainda recorrendo ao uso de palavras. O início dessa fase teria ocorrido com Diofanto de Alexandria (século III) e se desenvolvido ainda mais pelos hindus, com destaque para Brahmagupta (século XII). Na fase simbólica, as ideias algébricas passam a ser expressas apenas por meio de símbolos. Viète

[1] Os dados deste trabalho são oriundos de uma atividade desenvolvida pelas autoras deste artigo em uma disciplina de graduação no curso de Matemática, na Universidade Federal de Minas Gerais.

(1540–1603) e Descartes (1596–1650) foram os principais representantes dessa fase com o uso dos sinais germânicos de operações e de letras do alfabeto como incógnitas, respectivamente.

Também nos interessa entender e expor sobre as concepções de Álgebra associadas à educação. Isso porque, em conformidade com Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), existem três concepções de educação algébrica que, de acordo com a história, vem ao longo dos tempos influenciando no ensino desse tema.

A primeira concepção é denominada de linguístico-pragmática e foi predominante no século XIX até a metade do século XX. Nessa concepção, o papel principal do ensino da álgebra era fornecer ao aluno um instrumento técnico chamado de transformismo algébrico, que auxiliava na resolução de equações e problemas dentro da álgebra. Existia ainda um indicativo de que o aluno deveria adquirir um domínio, mesmo que fosse de forma mecânica, das regras e das propriedades algébricas.

Entre 1970 e 1980, prevaleceu a concepção chamada de fundamentalista-estrutural. De acordo com essa concepção, o aluno deveria entender os fundamentos lógicos e as bases estruturais da álgebra. Dessa maneira, deveria se justificar de maneira lógica cada passagem presente no transformismo algébrico. Em termos práticos, isso levaria a uma reorganização dos tópicos algébricos (valores numéricos, expressões algébricas, fatoração), que deveriam ser antecedidos por tópicos fundamentais, como conjuntos numéricos e equações de 1º grau; e sucedidos por novos tópicos algébricos, com funções de 1º grau.

A terceira concepção é chamada de fundamentalista-analógica e pode ser entendida como um compêndio das concepções anteriores, visto que busca recuperar o valor instrumental da Álgebra e ao mesmo tempo manter o caráter fundamentalista, presente na justificação das passagens do transformismo algébrico.

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) defendem que essas três concepções reduzem o pensamento algébrico, de maneira didaticamente negativa, à linguagem algébrica. Entendemos que compreender como se explora o desenvolvimento do pensamento algébrico pode auxiliar no entendimento de algumas das dificuldades dos alunos em relação a Álgebra. Como destacado neste texto, essas três concepções sintetizam que o ensino-aprendizagem da Álgebra se resume ao transformismo algébrico. Para os autores, deveríamos repensar essa tendência de Educação Algébrica que tenciona que o pensamento algébrico só se desenvolve através da manipulação da linguagem específica da Álgebra, e passarmos também a abordar os elementos principais que caracterizam o pensamento algébrico:

> Percepção de regularidades, percepção de aspectos invariantes em contraste com outros que variam, tentativas de expressar ou explicitar a estrutura de uma situação-problema e a presença de generalização (Fiorentini; Miorim; Miguel; 1993, p. 87).

Em análise congênere, segundo Ponte, Branco e Matos (2009), o pensamento algébrico é fundamentado em três aspectos: representação, raciocínio e resolução de problemas. A representação refere-se à habilidade de utilizar diferentes sistemas simbólicos para expressar conceitos matemáticos. No raciocínio, são exploradas habilidades como relacionar, generalizar e deduzir. Na resolução de problemas, o foco está na utilização de modelos para interpretar e resolver questões matemáticas e de outras naturezas.

Diante disso, na perspectiva de ensino da Álgebra existe um indicativo de uma construção do conhecimento por parte do aluno associada ao exercício do desenvolvimento da habilidade de reconhecimento de padrões e sua consequente representação de generalidade. Entretanto, o que experienciamos na sala de aula está associado à realização de exercícios essencialmente mecânicos e com uma ênfase na manipulação simbólica. Nesse viés, a generalização de padrões explorada em situações-problemas como ferramenta do processo do ensino-aprendizagem de Álgebra está distante do que é proposto por pesquisadores e exposto nos documentos. Mormente por concordar que os alunos devem ser levados a construírem suas próprias noções algébricas, a descobrirem diferentes maneiras de representação de um padrão, sendo instigados a pensarem e criarem estratégias de solução de problemas de regularidades simbólicas ou numéricas para favorecer o desenvolvimento do pensamento algébrico, que propomos a atividade que será descrita na seção a seguir.

3. O teste aplicado e os aspectos metodológicos

Objetivando argumentar sobre como os alunos percebem e consolidam a noção de regularidade, e como indicam a generalização no caso de um padrão, selecionamos os resultados de um teste aplicado a 41 alunos do Ensino Fundamental, duas turmas de 7º ano, do município de Belo Horizonte, Minas Gerais.

Na época, as autoras deste artigo cursavam uma disciplina de graduação no curso de Matemática (Licenciatura) na Universidade Federal de Minas Gerais. Em um dos trabalhos da referida disciplina, deveria ser aplicada uma atividade de Álgebra previamente realizada na disciplina a estudantes da Educação Básica. No mesmo período, a primeira autora deste artigo realizava um estágio curricular supervisionado nas turmas de 7º ano outrora citadas e tinha a receptividade e o incentivo da professora supervisora (professora das turmas) na proposição de aulas e atividades para as turmas.

As turmas em questão, eram de alunos do Centro Pedagógico, a Escola de Educação Básica e Profissional da UFMG, uma escola pública que adota o sorteio para ingresso dos alunos, e é responsável pelo ensino fundamental de nove anos (desde 2006), organizado em Ciclos de Formação Humana (desde 1995). Seu objetivo maior é constituir-se como campo de

ROCHA, Ana Paula Francisca Pires da; ASSIS, Érika Helena Assis; MIRANDA, Nayara Thaís Santana; PAULA, Paula Silveira Alves de. A perspectiva de desenvolvimento do pensamento algébrico na observação de regularidades. **REMAT**: Revista Eletrônica da Matemática, Bento Gonçalves, RS, v. 10, n. 2, p. e2002, 4 de outubro de 2024. https://doi.org/10.35819/remat2024v10i2id6979.

experimentação e de pesquisa na Educação Básica e na formação de professores e de profissionais que têm o ambiente escolar como campo de atuação.

O grupo já tinha previamente selecionado algumas atividades envolvendo sequências sobre regularidades e generalização e atividades de recursos analógicos no ensino da Álgebra. Todavia, antes de selecionar a atividade, entendemos que precisaria identificar se teria como aplicar a atividade em tais turmas e quanto tempo teria disponível. Após diálogo com a professora da turma, a mesma concordou com a aplicação, contudo manifestou que na semana pretendida para a aplicação da atividade teria em um dia um período de vinte minutos disponível, e no dia seguinte teria um horário livre de mesma duração. A professora também manifestou que gostaria que, no dia posterior à aplicação do teste, fosse problematizada as possíveis soluções da atividade.

Além do tempo disponível e do público alvo, também consideramos as discussões na disciplina que problematizaram expor aos alunos questões de Álgebra que fossem além de um conjunto de regras sintáticas para manipulação de expressões (Ponte; Branco; Matos, 2009). Diante da experiência de observação nas turmas, a estagiária identificou que esse tipo de abordagem já tinha sido realizado, pois naquele ano, a professora da turma tinha explorado a linguagem algébrica, a equivalência de expressões algébricas e problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais. Posto isso, entendemos que faltava explorar a percepção de regularidades e sua generalização, assim selecionou uma atividade sobre regularidades e generalização que continha três perguntas. A atividade tem como referência Tinoco (2011) e é intitulada no livro como Preço do Estacionamento.

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) sinalizam que, no ensino da Álgebra, precisamos expor técnicas ou abordagens que levem os alunos a raciocinar e pensar matematicamente, e que isso, gradativamente, desenvolve o pensamento algébrico.

Falando sobre a atividade aplicada, na primeira pergunta foi solicitado que os alunos completassem uma tabela a partir dos dados informados. Nessa questão, os alunos deveriam observar uma regularidade entre as grandezas tempo (em horas) e preço (em reais), e assim preencher os preços para os tempos de 4 e 5 horas. Essa percepção de regularidades, é um dos caracterizadores do pensamento algébrico (Fiorentini; Miorim; Miguel; 1993). Ainda nesse sentido, de acordo com a BNCC, durante o ensino de Álgebra os alunos devem ser levados a analisar as regularidades numéricas a partir de dados organizados em tabelas e gráficos (Brasil, 2017).

Na segunda pergunta da atividade, foi perguntado como os alunos calculariam o quanto uma pessoa pagaria de estacionamento se deixasse o carro durante um dia inteiro. Ao propor tal questionamento, buscamos entender como os alunos consolidam a noção de regularidade e como indicam a generalização. Pretendemos explorar a descoberta de padrões, sua generalização e o simbolismo das relações encontradas. Nessa compreensão, Alvarenga e Vale (2007), defendem que:

> [...] os problemas que envolvem a descoberta de padrões contribuem para o desenvolvimento do raciocínio e para o estabelecimento de conexões entre diferentes temas matemáticos. Em particular, é um modo de envolver os alunos em algumas das componentes fundamentais do pensamento algébrico como o particularizar, o conjeturar, o generalizar e, eventualmente, o simbolizar das relações encontradas. (Alvarenga; Vale, 2007, p. 28).

Como também iríamos problematizar as possíveis formas de solução como os alunos, também tínhamos como intenção problematizar os métodos formais trabalhados nas aulas. Esperávamos que os alunos se questionassem como fariam para avaliar mais rapidamente o que foi perguntado ou como poderiam descrever matematicamente a descrição da situação. Essa criação de modelos para generalizar questões de matemática está vinculada a concepção da aritmética generalizada (Usiskin, 1995).

Na terceira e última pergunta do teste, foi perguntado se era possível saber o valor cobrado no estacionamento num período de 6 horas, a partir de dados informados para as cinco horas anteriores. Conforme pontuam Ponte, Branco e Matos (2009), ao mesmo tempo que se estabelecem generalizações, é importante que os alunos tomem consciência que existem generalizações que não são válidas ou não são possíveis de se estabelecer.

Em termos de análise, considerando o objetivo deste trabalho, avaliamos os dados de forma qualitativa, expondo as diferentes soluções apresentadas e refletindo sobre os possíveis aspectos que levaram os alunos a não perceber a regularidade, e/ou a não generalizar a situação, e/ou buscar uma generalização que não se estabelece. Segundo Bogdan e Biklen (1994), os pesquisadores que adotam a pesquisa qualitativa não tem como preocupação os resultados e sim o processo, e “tentam analisar os dados em toda sua riqueza, respeitando, tanto quanto possível, a forma com que estes registros foram registrados ou transcritos” (Bogdan; Biklen, 1994, p. 48).

4. Resultados e discussão

Conforme relatado anteriormente, a atividade aplicada aos alunos do 7º ano já havia sido previamente realizada pelos membros do grupo durante a disciplina. Apresentamos na sequência, um relato contendo as nossas considerações quanto à atividade, os resultados da aplicação da atividade selecionada e uma análise destes resultados.

4.1. Primeira pergunta

Na primeira pergunta do teste, em que se deveria completar a tabela, conforme mostra a Figura 1, observamos que depois da primeira hora, a variação de preços é de R$ 6,00.

Figura 1 – Primeira parte do teste aplicado

Priscila foi ao supermercado com sua mãe. Como o estacionamento grátis do supermercado estava lotado, sua mãe precisou deixar o carro num outro estacionamento rotativo, que tinha a tabela de preços abaixo (Tabela I):

Tabela I

Tempo em horas	Preço em R$
1h	5,00
2h	11,00
3h	17,00
4h	
5h	

a) Complete a tabela acima.

Fonte: Acervo das autoras (2023).

Logo, para obter o preço da próxima hora, basta adicionar R$ 6,00 ao preço anterior. Por conseguinte, para o tempo de 4 horas, ficaria um valor de vinte e três reais. Isto porque:

$$R\$\ 17{,}00 + R\$\ 6{,}00 = R\$\ 23{,}00 \quad (1)$$

Para o tempo de 5 horas, teria um valor de vinte e nove reais, pois:

$$R\$\ 23{,}00 + R\$\ 6{,}00 = R\$\ 29{,}00 \quad (2)$$

Conjecturamos que os alunos não apresentariam dificuldades para completar a tabela. Além disso, entendíamos que essa primeira pergunta auxiliaria na resolução da próxima questão. Nesse primeiro item, o objetivo era abordar a percepção da regularidade (Fiorentini; Miorim; Miguel, 1993).

Analisando a atividade feita pelos alunos das turmas do 7º ano, verificou-se que dos 41 alunos que fizeram o teste, apenas um aluno completou a tabela incorretamente. Na resolução dessa pergunta, alguns alunos deixaram indicado a soma do fator “seis” ao preço anterior, conforme exposto na Figura 2.

ROCHA, Ana Paula Francisca Pires da; ASSIS, Érika Helena Assis; MIRANDA, Nayara Thaís Santana; PAULA, Paula Silveira Alves de. A perspectiva de desenvolvimento do pensamento algébrico na observação de regularidades. **REMAT**: Revista Eletrônica da Matemática, Bento Gonçalves, RS, v. 10, n. 2, p. e2002, 4 de outubro de 2024. https://doi.org/10.35819/remat2024v10i2id6979.

Figura 2 – Resolução da primeira parte do teste

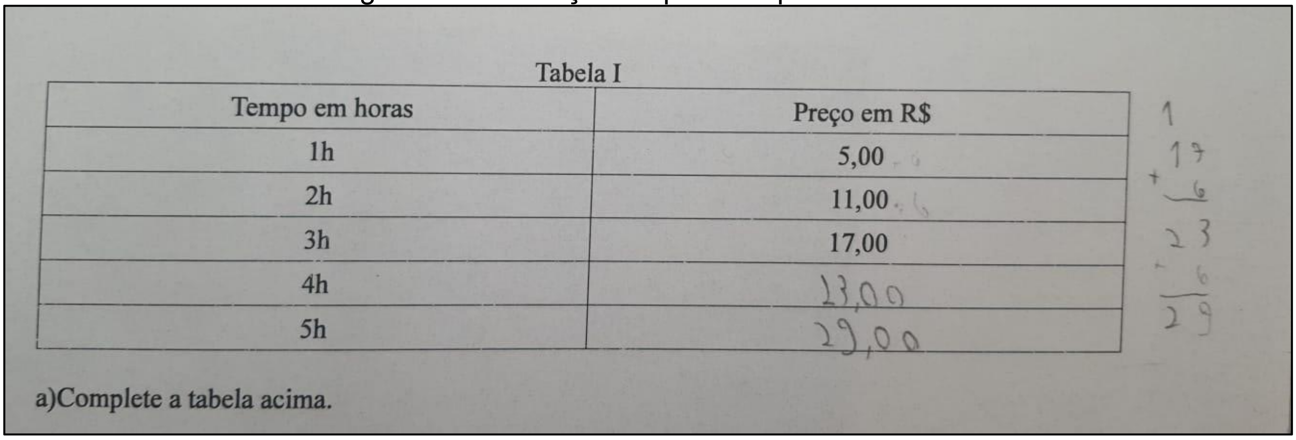


Tabela I

Tempo em horas	Preço em R$
1h	5,00
2h	11,00
3h	17,00
4h	23,00
5h	29,00

a)Complete a tabela acima.

Fonte: Acervo das autoras (2023).

Dessa forma, percebemos que, assim como em Campos (2019), a presença de uma tabela pode facilitar a visualização de regularidades.

Na aula em que foram debatidas as possíveis soluções da questão, o aluno que realizou o referido preenchimento incorreto da Tabela I esclareceu o que o levou a preencher a tabela dessa maneira, conforme apresentado na Figura 3.

Figura 3 – Resolução não esperada da primeira parte do teste

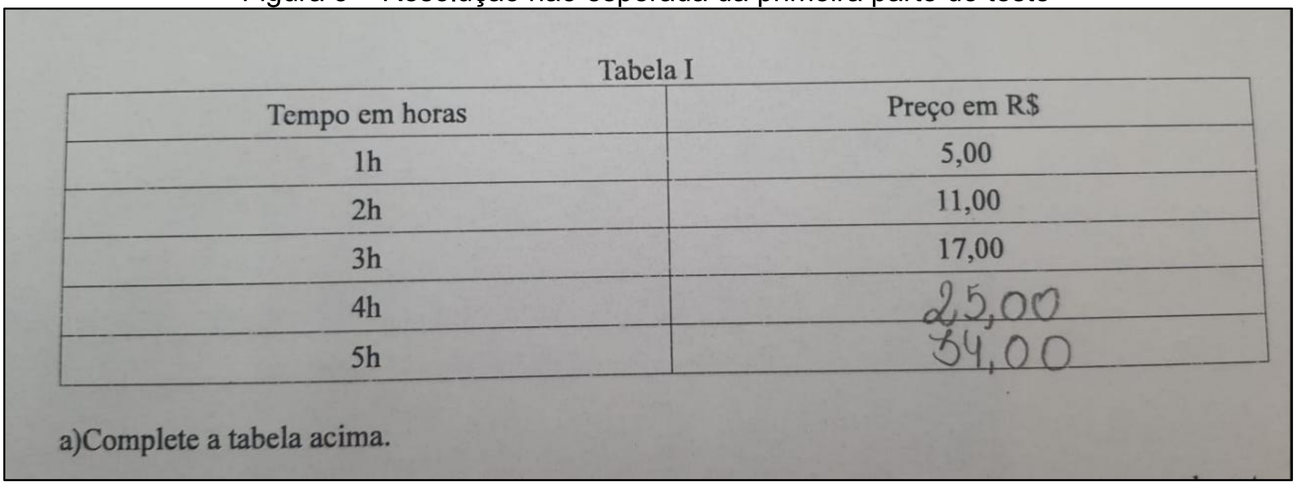


Tabela I

Tempo em horas	Preço em R$
1h	5,00
2h	11,00
3h	17,00
4h	25,00
5h	34,00

a)Complete a tabela acima.

Fonte: Acervo das autoras (2023).

Ele observou que a diferença entre os valores das horas 2 e 1 era de R$ 6,00; porém calculou de maneira errada a diferença entre as horas 3 e 2:

$$R\$\ 17{,}00 - R\$\ 11{,}00 = R\$\ 7{,}00 \text{ (cálculo incorreto do aluno)} \quad (3)$$

Diante disso, ele entendeu que o padrão seria um aumento consecutivo em um real em relação às diferenças anteriores, ou seja, para as primeiras duas horas expressas na tabela seria uma diferença de R$ 6,00, para as duas próximas R$ 7,00, para as duas seguintes seria R$ 8,00, nas duas sequentes R$ 9,00, e assim sucessivamente. Isso o levou a fazer:

$$\text{R\$ } 17{,}00 + \text{R\$ } 8{,}00 = \text{R\$ } 25{,}00 \tag{4}$$

$$\text{R\$}25{,}00 + \text{R\$}9{,}00 = \text{R\$}34{,}00 \tag{5}$$

Esse caso mostra que erros de cálculo podem impactar diretamente na observação de uma regularidade. Segundo Tinoco (2011), por vezes, as dificuldades que se observam nos discentes que estão lidando com questões de Álgebra, estão relacionadas com as dificuldades de aprendizagem de Aritmética. Nesse caso, mais especificamente, apresenta-se um erro em Aritmética. Também, cogitamos que se a Tabela I tivesse mais uma das horas preenchidas, o tempo de 4 horas, por exemplo, talvez o aluno tivesse percebido o tipo de erro cometido.

4.2. Segunda pergunta

Na segunda questão da atividade, conforme ilustra a Figura 4, a pergunta se referia a como o aluno calcularia o preço do estacionamento para o caso em que uma pessoa deixasse o carro durante um dia inteiro, ou seja, para um período de 24 horas[2].

Figura 4 – Segunda pergunta da atividade aplicada

b) Como você calcularia o quanto uma pessoa pagaria de estacionamento se deixasse o carro durante um dia inteiro? Você consegue indicar mais do que uma forma de resolução?

Fonte: Acervo das autoras (2023).

Nessa questão, o objetivo consistia em avaliar as tentativas de expressar ou explicar a estrutura de uma situação problema e a presença do processo de generalização (Fiorentini; Miorim; Miguel; 1993).

Enquanto grupo, resolvemos a questão usando expressões para uma lei geral. Foram apresentadas três expressões distintas, porém todas equivalentes. Em todas elas, a variável t indica o tempo em horas e a variável $p(t)$ representa o preço em reais.

A primeira forma foi a de multiplicar por 6, o número de horas menos a primeira hora, e depois somar o valor referente à primeira hora. Isso porque apenas para o tempo inicial a variação do preço era de R$ 5,00; para os demais intervalos de tempos de uma em uma hora, a variação de preço era de R$ 6,00. Dessa forma, a expressão ficou expressa da seguinte maneira:

[2] Durante a aplicação da atividade foi indicado aos alunos que considerassem que um dia inteiro teria 24 horas.

$$p(t) = 6(t-1) + 5 \tag{6}$$

Desse modo, para o período de 24 horas, o preço do estacionamento seria:

$$p(24) = 6(24-1) + 5 = 6(23) + 5 = 138 + 5 = 143 \tag{7}$$

Na segunda expressão a ideia foi multiplicar por 6 o total de horas e depois subtrair um. Essa unidade subtraída é referente a diferença da variação de preço depois da primeira hora em relação a diferença da variação de preço da primeira hora. Assim sendo, a expressão ficou exposta da seguinte forma:

$$p(t) = 6t - 1 \tag{8}$$

Para o período de 24 horas, o preço a ser pago de estacionamento seria:

$$p(24) = 6(24) - 1 = 144 - 1 = 143 \tag{9}$$

Na terceira expressão, utilizamos a divisão euclidiana para reescrever os preços enquanto dividendos, todos com o divisor fixo 5, o quociente correspondente ao tempo em horas e o resto correspondente ao número de horas menos um. Veja:

$$\begin{gathered} 5 = 5 \cdot 1 + 0 \\ 11 = 5 \cdot 2 + 1 \\ 17 = 5 \cdot 3 + 2 \\ 23 = 5 \cdot 4 + 3 \\ 29 = 5 \cdot 5 + 4 \\ \vdots \\ p(t) = 5 \cdot t + (t-1) \end{gathered} \tag{10}$$

Usando esse raciocínio, temos que para um período de 24 horas, o preço do estacionamento seria:

$$p(24) = 5(24) + (24-1) = 120 + 23 = 143 \tag{11}$$

Analisando as respostas dos alunos, identificamos que boa parte deles resolveu a questão fazendo o cálculo de vinte e quatro horas multiplicando por seis, desconsiderando os cinco reais na primeira hora, chegando no preço de R$ 144,00. Um aluno também sinalizou o mesmo cálculo, porém errou a conta; ele indicou R$ 140,00. Um outro aluno evidenciou o mesmo procedimento, entretanto não apresentou qual seria o preço para o período.

Dois alunos sinalizaram que para um período de 12 horas, se pagaria R$ 71,00, o que está correto. Porém, em seguida, multiplicaram esse valor por 2, chegando ao valor de R$ 142,00 para um dia inteiro. Um outro aluno indicou R$ 71,00 como o preço a ser pago de estacionamento para um dia inteiro. Todavia, interpretou que um dia inteiro seria o correspondente a 12 horas. Essa resolução é apresentada na Figura 5. Na aula seguinte à realização da atividade, o aluno mencionou que não ouviu a indicação de consideração de 24 horas para um dia inteiro.

Figura 5 – Cálculo do preço do estacionamento considerando 12 horas para um dia inteiro

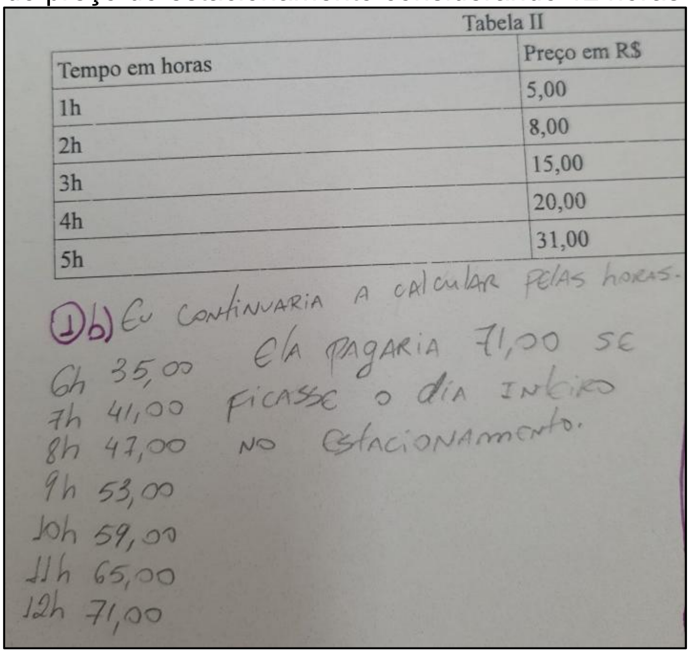


Tabela II

Tempo em horas	Preço em R$
1h	5,00
2h	8,00
3h	15,00
4h	20,00
5h	31,00

1b) Eu continuaria a calcular pelas horas.
6h 35,00
7h 41,00
8h 47,00
9h 53,00
10h 59,00
11h 65,00
12h 71,00
Ela pagaria 71,00 se ficasse o dia inteiro no estacionamento.

Fonte: Acervo das autoras (2023).

Três alunos consideraram o preço para um período de 24 horas como a soma dos preços dos períodos de 20 horas e 4 horas, fazendo a correspondência do preço de 20 horas a quatro vezes o preço do tempo de 5 horas:

$$R\$\,29{,}00 \cdot 4 + R\$\,23{,}00 = R\$\,139{,}00 \qquad (12)$$

Em um raciocínio semelhante ao anterior, um aluno considerou o preço para um período de 24 horas como vinte e quatro vezes o preço do tempo de uma hora, multiplicando 24 por R$ 5,00 e obtendo R$ 120,00 para o preço no período pedido.

Outros três alunos apontaram que se pagaria R$ 85,00, R$ 134,00 e R$ 427,00, porém não expressaram, nem mesmo na aula seguinte, como chegaram a esses valores. Um aluno anunciou que aumentaria R$ 6,00 a cada hora até chegar ao período de um dia inteiro, todavia

ROCHA, Ana Paula Francisca Pires da; ASSIS, Érika Helena Assis; MIRANDA, Nayara Thaís Santana; PAULA, Paula Silveira Alves de. A perspectiva de desenvolvimento do pensamento algébrico na observação de regularidades. **REMAT**: Revista Eletrônica da Matemática, Bento Gonçalves, RS, v. 10, n. 2, p. e2002, 4 de outubro de 2024. https://doi.org/10.35819/remat2024v10i2id6979.

escreveu que o valor seria R$ 141,00. Outro estudante explicou que somaria R$ 29,00 a sete reais e que essa conta daria o resultado da quantia a pagar, sem indicar que isso seria feito sucessivas vezes. Esse último aluno mencionou que, na aula de explicação da atividade, quis escrever seis reais ao invés de sete reais, contudo continuou não indicando a necessidade de repetir essa soma até chegar ao período de 24 horas.

Dessa forma, nota-se que a maioria dos alunos enfrentou dificuldades para responder à pergunta. Considerando o que é exposto por Ponte, Branco e Matos (2009), alguns alunos apresentam dificuldades em utilizar os diversos sistemas simbólicos para expressar conceitos matemáticos, bem como em explorar habilidades como relacionar, generalizar e deduzir; e focar na utilização de modelos para interpretar e resolver questões matemáticas e de outras naturezas. Além disso, destaca-se a importância de utilizar modelos para interpretar e resolver problemas, o que pode ser uma área de desafio para alguns alunos. Essas são áreas-chave que os educadores precisam abordar ao promover o desenvolvimento do pensamento algébrico em seus alunos.

Dentre aqueles que tiveram êxito na solução da questão, seis deles contaram de R$ 6,00 em R$ 6,00 até chegar a 24 horas. Outro estudante indicou que multiplicaria 24 por R$ 5,00 e acrescentaria R$ 23,00, sendo essa indicação análoga a terceira expressão sinalizada pelo grupo. Outros três alunos fizeram 24 vezes R$ 6,00 e subtraíram R$ 1,00, apresentando análise semelhante à segunda expressão aqui exposta.

Destaca-se a exposição que um desses alunos fez em sua turma na aula seguinte. Ele relatou que chegou a fazer apenas 24 vezes R$ 6,00, porém analisou que a resposta não fazia sentido. Isso porque observou que os algarismos da unidade dos preços se repetem de acordo com a sequência {5,1,7,3,9}. Assim, independentemente do tempo em horas, o último algarismo do preço seria um dos elementos apresentados na sequência; logo, R$ 144,00 não poderia ser a resposta correta, pois o algarismo quatro não pertence a sequência. Diante disso, ele voltou a observar a tabela e percebeu a variação diferente na primeira hora de R$ 5,00 e verificou que bastava subtrair um real do resultado anterior.

Quando esse aluno explicou a ideia da sequência no quadro para os colegas, ele precisou escrever os próximos cinco preços para explicitar sua ideia. Perante o exposto, a estagiária indicou que a diferença entre os preços de mesma terminação era sempre de R$ 30,00. Observe o Quadro 1.

Quadro 1 – Preços com mesma terminação

1h	R$ 5,00	6h	R$ 35,00	11h	R$ 65,00
2h	R$ 11,00	7h	R$ 41,00	12h	R$ 71,00
3h	R$ 17,00	8h	R$ 47,00	13h	R$ 77,00
4h	R$ 23,00	9h	R$ 53,00	14h	R$ 83,00
5h	R$ 29,00	10h	R$ 59,00	15h	R$ 89,00

Fonte: Elaboração das autoras (2023).

Assim, convidou os alunos a pensarem em como poderiam utilizar essa informação para obter o preço do estacionamento para 24 horas.

Um aluno disse que como 24 é múltiplo de 4, ele começaria do valor correspondente a 4 horas, R$ 23,00, e o adicionaria a R$ 120,00, sendo que este seria o correspondente a R$ 30,00 vezes quatro. Outros alunos, depois de um tempo, observaram que essa mesma ideia poderia ser utilizada para outros tempos de partida, até mesmo para o caso que o tempo não fosse múltiplo de 24, caso de 5 horas. As diferentes generalizações para as análises são:

$$R\$\ 5{,}00 + R\$\ 30{,}00 \cdot 4 + R\$6{,}00 \cdot 3 = R\$143{,}00 \tag{13}$$

$$R\$\ 11{,}00 + R\$\ 30{,}00 \cdot 4 + R\$6{,}00 \cdot 2 = R\$143{,}00 \tag{14}$$

$$R\$\ 17{,}00 + R\$\ 30{,}00 \cdot 4 + R\$6{,}00 \cdot 1 = R\$143{,}00 \tag{15}$$

$$R\$\ 23{,}00 + R\$\ 30{,}00 \cdot 4 + R\$6{,}00 \cdot 0 = R\$143{,}00 \tag{16}$$

$$R\$\ 29{,}00 + R\$\ 30{,}00 \cdot 3 + R\$6{,}00 \cdot 4 = R\$143{,}00 \tag{17}$$

Neste momento, ficou evidente o envolvimento dos alunos dessa turma na discussão da atividade, sendo que a professora da turma ressaltou os excelentes apontamentos que os alunos estavam realizando. Assim como Grillo *et al.* (2018), observamos a importância do processo de socialização, ou seja, do compartilhamento das hipóteses e das estratégias criadas.

A estagiária aproveitou a oportunidade e compartilhou com os alunos as generalizações da questão usando as três expressões aqui anteriormente apresentadas. Ponte, Branco e Matos

(2009) destacam que, uma vez que os alunos conseguem identificar a lei de formação de uma sequência, adquirem conhecimentos essenciais para a construção do conceito de número em um contexto específico e começam a estabelecer bases para o desenvolvimento da habilidade de identificar generalizações. Essa mesma discussão foi realizada com os alunos da outra turma, que também demonstraram entusiasmo com as observações e as representações, pois existiam diversas formas de descobrir o padrão. Esse tipo de abordagem corrobora com a ideia de Vale *et al.* (2011) que afirmam que a descoberta de padrões contribui para o desenvolvimento da abstração e de outras capacidades matemáticas, principalmente o pensamento algébrico.

4.3. Terceira pergunta

Na terceira questão do teste, na qual era apresentada uma Tabela II como preços preenchidos para os tempos da primeira hora até a quinta hora e se perguntava se era possível saber o preço do estacionamento num período de 6 horas, expomos que não era possível saber o valor para o período visto que não existe uma regularidade entre o tempo e o preço. A diferença entre os valores das horas 2 e 1 era de R$ 3,00; entre as horas 3 e 2 a diferença é de R$ 7,00; para o intervalo entre 4 e 3 horas a diferença de preço é de R$ 5,00 e para o período de 4 a 5 horas aumentasse R$ 11,00 no preço, como exposto na Figura 6.

Figura 6 – Última parte do teste aplicado

c) Se no estacionamento houvesse a tabela indicada abaixo (Tabela II), poderia se saber o preço do estacionamento num período de 6 horas? Por quê?

Tabela II

Tempo em horas	Preço em R$
1h	5,00
2h	8,00
3h	15,00
4h	20,00
5h	31,00

Fonte: Acervo das autoras (2023).

Nessa parte da atividade, o entendimento era de que para consolidar a noção de regularidade, o aluno precisa explorar situações nas quais não há regularidade. Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) indicam que um dos elementos caracterizadores do desenvolvimento do pensamento algébrico é a percepção de aspectos invariantes em contraste de outros que variam.

Analisando as respostas dessa questão, identificamos que 6 alunos responderam de forma afirmativa à pergunta e dos 35 que responderam que não era possível saber o preço para o período, 5 deles mesmo assim apresentaram um valor ou uma justificativa não coerente do ponto de vista algébrico. Na justificativa daqueles que responderam não, os alunos utilizaram termos como lógica, preço irregular, padrão ou quantidade exata, conforme exposto no Quadro 2.

Quadro 2 – Respostas negativas da letra c)

Aluno 1	Não, porque a tabela não tem uma adição lógica nos preços.
Aluno 2	Não, porque o preço da tabela é irregular assim não dá para saber o valor do estacionamento em 6h.
Aluno 3	Não, porque os preços não têm um padrão, eles mudam constantemente. Na tabela ia de 6 em 6 reais e na tabela 2 não se pode saber, parece que vai aumentando sem nenhum padrão.
Aluno 4	Não, porque os preços da tabela estão com valores diferentes e não tem uma quantidade exata entre eles.

Fonte: Acervo das autoras (2023).

Ademais, há um destaque para a explicação em detrimento da ordem, sinalizando que o que alguns alunos chamaram de ordem, outros chamaram de lógica, preço irregular, padrão ou quantidade exata, conforme exposto no Quadro 3.

Quadro 3 – Respostas da letra c): aspecto ordem

Aluno 5	Não, pois o estacionamento não está seguindo uma ordem nos preços.
Aluno 6	Não. Porque a ordem dos preços não aumenta no mesmo valor.
Aluno 7	Não, porque não tem ordem, tipo cada hora é mais 10,00 reais.
Aluno 8	Não, pois a ordem está se alterando, com isso não se indica uma sequência.
Aluno 9	Não, porque essa tabela não segue uma ordem como 5 em 5, 6 em 6, etc.
Aluno 10	Eu acho que não, porque não tem uma ordem, a outra tabela tem a ordem de 6,00 reais.
Aluno 11	Não. Porque a ordem dos números se altera, assim não tem como saber a sequência.

Fonte: Acervo das autoras (2023).

Destacamos que uma das alunas argumentou negativamente utilizando o mesmo fundamento que apresentamos enquanto grupo na disciplina, de que não era possível saber o valor para o período de 6 horas devido a diferença entre os valores das horas 2 e 1 ser diferente das horas 3 e 2, que também eram distintos para o intervalo entre 4 e 3 horas e para o período de 4 a 5 horas, respectivamente, R$ 3,00, R$ 7,00, R$ 5,00 e R$ 11,00.

Os alunos que responderam afirmativamente à pergunta apresentaram explicações que são expostas no Quadro 4.

Quadro 4 – Respostas afirmativas da letra c)

Aluno 12	Sim. Porque tinha que somar todas as horas e juntar com de 6h.
Aluno 13	Sim. 6.6 = 36.
Aluno 14	Eu acho que dá 42. Não sei explicar minha lógica.
Aluno 15	Sim. Você pegaria o valor do resultado de cinco horas mais o de uma, daria o resultado de 6 horas.
Aluno 16	Sim, se seguisse a contagem e a lógica da tabela para completar e achar o resultado.
Aluno 17	Sim, porque tem uma lógica na tabela, intercala um número ímpar e um par, então teríamos que ver qual a diferença dos números e somar com essa diferença o penúltimo número. O valor a ser pago deve ser par.

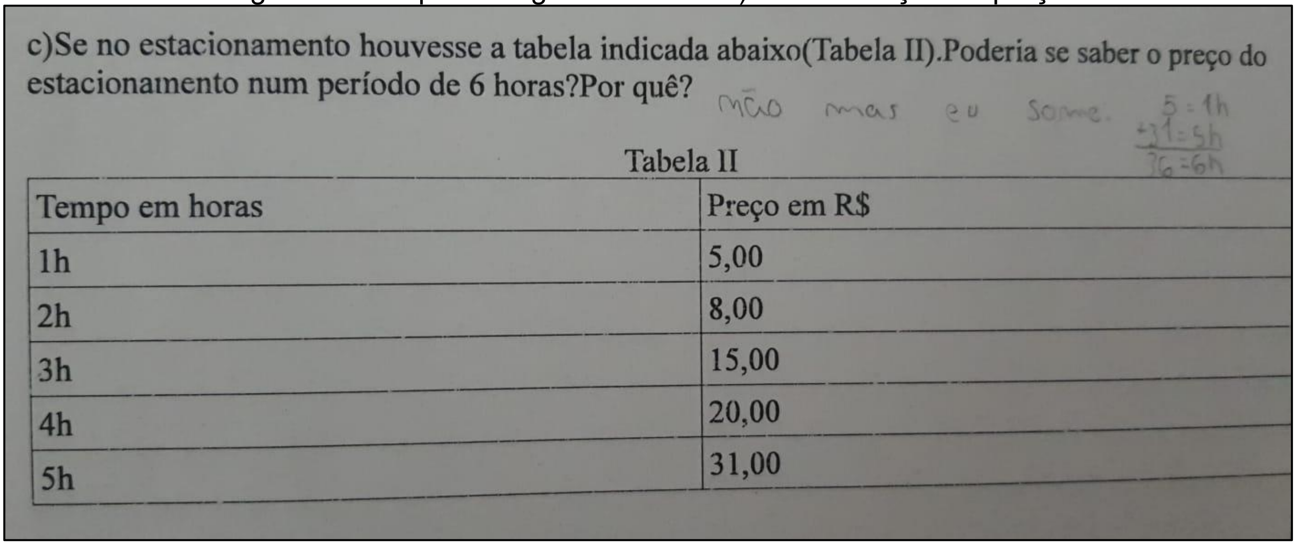
Fonte: Acervo das autoras (2023).

Desses casos sinalizados, alguns refletem que o aluno, quando não consegue estabelecer um padrão, tende a dar respostas aleatórias, como no caso das respostas dos alunos 14 e 16.

Em relação às respostas que disseram que não era possível saber o preço e mesmo assim apresentaram um valor ou uma justificativa não coerente do ponto de vista algébrico, identificamos que três alunos disseram que não era possível, pois o padrão não era o mesmo da Tabela I que era de 6 reais. Para esses alunos só seria possível determinar o valor do estacionamento na Tabela II, se a variação de preço a cada hora fosse a mesma da outra tabela. Na aula de exposição das respostas dois desses alunos deixaram claro que para eles se a variação fosse, por exemplo, sempre de 3 reais a cada hora, mesmo assim, não seria possível saber o valor do preço do estacionamento.

Também, verificamos que dois alunos, mesmo escrevendo que não era possível, apresentaram um valor para o estacionamento num período de 6 horas. Um desses alunos apresentou um raciocínio análogo ao aluno 15, expondo o cálculo do valor do estacionamento de uma hora adicionado com o preço do estacionamento para cinco horas, conforme mostra a Figura 7.

Figura 7 – Resposta negativa da letra c) com indicação de preço



c)Se no estacionamento houvesse a tabela indicada abaixo(Tabela II).Poderia se saber o preço do estacionamento num período de 6 horas?Por quê? não mas eu somei. $5 = 1h$ $+31 = 5h$ $36 = 6h$

Tabela II

Tempo em horas	Preço em R$
1h	5,00
2h	8,00
3h	15,00
4h	20,00
5h	31,00

Fonte: Acervo das autoras (2023).

O outro aluno argumentou que dificilmente poderia se saber o preço do estacionamento para o período, pois a tabela não tem uma ordem. Porém, ele escreveu que achava que o valor seria 38 reais. Ele sustentou essa ideia baseado no que ele chamou de valor aumentativo. Os valores aumentativos para os preços apresentados seriam de 3 (oito menos cinco), 7 (quinze menos oito), 5 (vinte menos quinze) e 11 (trinta e um menos vinte). Para ele, poderia se obter o próximo valor aumentativo fazendo-se a diferença entre os dois valores aumentativos anteriores, caso o segundo valor fosse o maior, adicionado a um real. Caso o segundo valor aumentativo fosse menor do que o primeiro, se faria a soma desses valores e subtrairia um real:

$$\text{R\$ } 7{,}00 - \text{R\$ } 3{,}00 + \text{R\$ } 1{,}00 = \text{R\$ } 5{,}00 \tag{18}$$

(próximo valor aumentativo, da terceira para a quarta hora)

$$\text{R\$ } 5{,}00 + \text{R\$ } 7{,}00 - \text{R\$ } 1{,}00 = \text{R\$ } 11{,}00 \tag{19}$$

(próximo valor aumentativo, da quarta para a quinta hora)

$$\text{R\$ } 11{,}00 - \text{R\$ } 5{,}00 + \text{R\$ } 1{,}00 = \text{R\$ } 7{,}00 \tag{20}$$

(próximo valor aumentativo, da quinta para a sexta hora)

Dessa forma, ele apontou que o valor aumentativo entre 5 e 6 horas era de R$ 7,00, e adicionado esse valor a R$ 31,00, chegaria ao preço de R$ 38,00.

Conforme sinaliza Tinoco (2011), boa parte das dificuldades relacionadas à Álgebra, são resultantes da tentativa de fazer generalizações de um campo para outro, que nem sempre são válidas.

Delineamos que algumas respostas errôneas apresentadas nessa questão podem estar associadas ao fato de que alguns alunos, por verem a existência da regularidade em alguns casos, acreditam que esta sempre existirá. Além disso, entendemos que a forma como nós professores abordamos os exercícios de regularidade contribuem para isso, pois tendemos a explorar sequências nas quais um padrão existe. Como sinaliza Grillo *et al.* (2018), é papel do professor abordar sequências em que não haja regularidade. Isso é importante para desafiar os alunos a pensar criticamente, explorar diferentes estratégias de resolução de problemas e desenvolver uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos. Enfrentar sequências não regulares também ajuda os alunos a entenderem que nem todos os problemas matemáticos têm soluções simples ou padrões previsíveis.

5. Considerações finais

Ao abordar situações-problema que envolvam a percepção de regularidades e a busca de generalizações estamos pensando na importância de ações que desenvolvam o pensamento algébrico, constituindo ações conjuntas de pesquisadores, órgãos normativos e professores. Este trabalhou sinalizou enquanto objetivo o debate de como os alunos percebem e consolidam a noção de regularidade, e como indicam a generalização em atividades de Álgebra.

Mostramos que os alunos investigados indicam que detêm facilidade para perceber a regularidade; contudo, apresentam dificuldades para expressar a generalização de uma mesma situação problema, e dificuldades para explorar questões de aspectos invariantes em conjunto com questões de aspectos que variam. Romper com essas dificuldades perpassa por oportunizar mais vezes aos alunos esse tipo de exploração para que não se infira que a regularidade sempre existirá. Além disso, algumas dessas dificuldades são oriundas da prática engessada quase que unicamente no mecanicismo das transformações algébricas, prática com o predomínio do uso das letras.

Entendemos que nem sempre o que ocorre nas salas de aula está conforme preconizado nos documentos curriculares e indicado por pesquisadores, pois isto exige um domínio não apenas teórico específico da área, no caso de Álgebra, como também dos conhecimentos relacionados aos alunos e de como eles aprendem. Dessa forma, precisamos nos ater a esse papel de seleção e organização do que ensinamos, como ensinamos e para quem ensinamos. Nesse sentido, não sugerimos a substituição da cultura escolar algébrica pautada na visão letrista por outras abordagens que busquem o desenvolvimento do pensamento algébrico, e sim a coexistência de diferentes condutas de promoção do conhecimento.

Um apontamento relevante deste trabalho é que os alunos devem perceber a necessidade de usar os procedimentos formais, para que faça sentido que tenham que aprender esses procedimentos formais. Manifestamos também o indicativo de que o desenvolvimento do pensamento algébrico é um processo que se dá pela observação, exploração, descobertas, discussão e significação de situações-problema.

Referências

ALVARENGA, D.; VALE, I. A exploração de problemas de padrão: um contributo para o desenvolvimento do pensamento algébrico. **Quadrante**, v. 16, n. 1, p. 27-55, 30 jun. 2007. DOI: https://doi.org/10.48489/quadrante.22813.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Tradução: ALVAREZ, M. J.; SANTOS, S. B.; BAPTISTA, T. M. Porto: Porto Editora, 1994.

BOOTH, L. R. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. *In*: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (org.). **As idéias da Álgebra**. Tradução: DOMINGUES, H. H. 23. ed. São Paulo: Atual, 1995. p. 23-36.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase. Acesso em: 16 out. 2023.

CAMPOS, M. A. **Uma sequência didática para o desenvolvimento do pensamento algébrico no 6º ano do ensino fundamental**. Orientador: Luiz Márcio Santos Farias. 2019. 206 f. (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2019. Disponível em: http://repositorio.ufba.br/ri/handle/ri/29633. Acesso em: 13 set. 2024.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. Contribuição para um repensar da Educação Algébrica Elementar. **Pro-posições**, Campinas, v. 4, n. 1, 1993. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/proposic/article/view/8644384/11808. Acesso em: 30 set. 2023.

GRILLO, C. L.; LUCIO, C. C. B.; CUSTÓDIO, I. A; FRARE, R. E. B. O desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio. *In*: NACARATO, Adair Mendes; CUSTÓDIO, Íris. (org.). **O desenvolvimento do pensamento algébrico na Educação Básica**: compartilhando propostas de sala de aula com o professor que ensina (ensinará) Matemática. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2018, p. 13-23. Disponível em: https://www.sbembrasil.org.br/files/ebook_desenv.pdf. Acesso em: 25 mar. 2024.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. 4. ed. Campinas: Papirus Editora, 1997.

PONTE, J. P. Álgebra no currículo escolar. **Educação e Matemática**, n. 85, 31 nov./dez. 2005. Disponível em: https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/1434. Acesso em: 13 set. 2024.

PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico**. Lisboa: Ministério da Educação, Direcção Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular, 2009. Disponível em: https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/7105/1/Ponte-Branco-Matos%20%28Brochura_Algebra%29%20Set%202009.pdf. Acesso em: 30 set. 2023.

SANTOS, C. C. S.; LUVISON, C. C.; MOREIRA, K. G. A construção do pensamento algébrico no Ensino Fundamental I: possíveis trabalhos para a percepção de regularidades e de generalizações. *In*: NACARATO, Adair Mendes; CUSTÓDIO, Íris. (org.). **O desenvolvimento do pensamento algébrico na Educação Básica**: compartilhando propostas de sala de aula com o professor que ensina (ensinará) Matemática. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2018. p. 13-23. Disponível em: https://www.sbembrasil.org.br/files/ebook_desenv.pdf. Acesso em: 25 mar. 2024.

SOCAS, M. M.; CAMACHO M.; PALAREA M.; HERNÁNDEZ J. **Iniciación al algebra**. Madrid: Ed Sínteses, 1996.

TINOCO, L. A. A. (coord.). **Álgebra**: pensar, calcular, comunicar. 2. ed. Rio de Janeiro: UFRJ/IM, 2011.

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações de variáveis. *In*: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (org.). **As idéias da Álgebra**. Tradução: DOMINGUES, H. H. São Paulo: Atual, 1995.

VALE, I.; BARBOSA, A.; FONSECA, L.; PIMENTEL, T., BORRALHO, A.; CABRITA, I.; BARBOSA, E. **Padrões em matemática**: uma proposta didática no âmbito do novo programa para o ensino básico. Lisboa: Texto, 2011.

ROCHA, Ana Paula Francisca Pires da; ASSIS, Érika Helena Assis; MIRANDA, Nayara Thaís Santana; PAULA, Paula Silveira Alves de. A perspectiva de desenvolvimento do pensamento algébrico na observação de regularidades. **REMAT**: Revista Eletrônica da Matemática, Bento Gonçalves, RS, v. 10, n. 2, p. e2002, 4 de outubro de 2024. https://doi.org/10.35819/remat2024v10i2id6979.