Tetris Pitagórico: o jogo como ferramenta para o ensino de geometria

Pythagorean Tetris: the game as a tool for teaching geometry

Tetris Pitagórico: el juego como herramienta para enseñar geometría

Valdinês Leite de Sousa Júnior[1]
Universidade Federal do Cariri (UFCA), Juazeiro do Norte, CE, Brasil
https://orcid.org/0000-0002-3032-751X, http://lattes.cnpq.br/0144367956615652

Jéssica Ferreira de Alcântara[2]
Prefeitura Municipal de Juazeiro do Norte, Juazeiro do Norte, CE, Brasil
https://orcid.org/0009-0005-4428-1208, http://lattes.cnpq.br/7671181369775059

Erica Boizan Batista[3]
Universidade Federal do Cariri (UFCA), Juazeiro do Norte, CE, Brasil
https://orcid.org/0000-0003-0125-9949, http://lattes.cnpq.br/2842044368178126

Lucas Vidal de Meireles[4]
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Goiano (IF Goiano), Goiania, GO, Brasil
https://orcid.org/0009-0000-1230-6670, http://lattes.cnpq.br/9108358595172188

Resumo: Neste artigo, apresentamos uma maneira lúdica de abordar o ensino da Matemática, usando um jogo pedagógico inspirado no mundialmente conhecido jogo Tetris e no tradicional Teorema de Pitágoras. Nosso objetivo é discutir a proposta de jogo intitulada Tetris Pitagórico, inspirada nos quebra-cabeças pitagóricos. A perspectiva teórico-metodológica discutida neste artigo foca na utilização de matemática recreativa, mais especificamente jogos, para promover um ensino de Matemática mais engajador. Acreditamos que essa abordagem dinâmica pode melhorar a qualidade do ensino, proporcionando uma experiência de aprendizado mais atrativa para os alunos. Por meio do jogo, propõe-se uma perspectiva para o ensino da Matemática que torne o aprendizado dos alunos mais interessante, sem perder de vista a importância da acessibilidade e da aplicação prática dos conceitos matemáticos.

Palavras-chave: Teorema de Pitágoras; ensino; jogos; geometria.

Abstract: In this article, we introduce a creative way to approach Mathematics education, using an educational game inspired by the globally renowned Tetris game and the traditional Pythagorean theorem. Our goal is to discuss the proposed game concept titled “Pythagorean Tetris”, inspired by Pythagorean puzzles. The theoretical-methodological perspective discussed in this article focuses on the use using of recreational mathematics, specifically games, to promote more engaging Mathematics teaching. We believe this dynamic approach can enhance the quality of education by providing a more engaging learning experience for students. Through the game, we propose a perspective for Mathematics education that makes students' learning more interesting while also emphasizing the importance of accessibility and practical application of mathematical concepts.

[1] **Currículo sucinto**: Possui Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Estadual do Piauí, mestrado em Matemática pela Universidade Federal do Piauí, doutorado em Matemática pela Universidade Federal de Goiás. Docente da Universidade Federal do Cariri. **Contribuição de autoria:** Administração do projeto, conceituação, investigação, supervisão, metodologia. **Contato**: valdines.leite@ufca.edu.br.

[2] **Currículo sucinto**: Possui Licenciatura em Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, especialização em Matemática e Física pela Faculdade de Juazeiro do Norte, mestrado em Matemática pelo PROFMAT da Universidade Federal do Cariri. **Contribuição de autoria**: Escrita – primeira redação. **Contato**: jessicaferreirahj@gmail.com.

[3] **Currículo sucinto**: Possui Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual Paulista, mestrado e doutorado em Matemática pela Universidade Estadual Paulista. Docente da Universidade Federal do Cariri. **Contribuição de autoria**: Escrita – revisão e edição. **Contato**: erica.batista@ufca.edu.br.

[4] **Currículo sucinto**: Possui bacharelado e mestrado em Matemática pela Universidade Federal do Piauí, doutorado em Otimização pela Universidade Federal de Goiás. Docente do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Goiano, *Campus* Posse. **Contribuição de autoria**: Escrita – revisão e edição. **Contato**: lucas.vidal@ifgoiano.edu.br.

Keywords: Pythagorean Theorem; teaching; games; geometry.

Resumen: En este artículo, presentamos una manera lúdica de abordar la enseñanza de las Matemáticas, utilizando un juego pedagógico inspirado en el mundialmente conocido juego Tetris y en el tradicional teorema de Pitágoras. Nuestro objetivo es discutir la propuesta del juego titulado "Tetris Pitagórico", inspirado en los rompecabezas pitagóricos. La perspectiva teórico-metodológica discutida en este artículo se centra en el uso de la matemática recreativa, más específicamente en los juegos, para promover una enseñanza de las Matemáticas más atractiva. Creemos que este enfoque dinámico puede mejorar la calidad de la enseñanza, proporcionando una experiencia de aprendizaje más atractiva para los estudiantes. A través del juego, se propone una perspectiva para la enseñanza de las Matemáticas que haga el aprendizaje más interesante, sin perder de vista la importancia de la accesibilidad y la aplicación práctica de los conceptos matemáticos.

Palabras clave: Teorema de Pitágoras; enseñanza; juegos; geometría.

Data de submissão: 3 de novembro de 2023.

Data de aprovação: 22 de maio de 2024.

1. Introdução

Desde os tempos antigos, os quebra-cabeças pitagóricos têm despertado fascínio em matemáticos e entusiastas. Esses desafios são notáveis por sua capacidade de demonstrar geometricamente o Teorema de Pitágoras.

De acordo com Fowler e Knorr (1976), os pitagóricos desempenharam um papel fundamental na exploração de quebra-cabeças como uma ferramenta para compreender tanto a geometria quanto a aritmética, especialmente no contexto do estudo de magnitudes incomensuráveis e na aritmética da incomensurabilidade. Desde então, esses quebra-cabeças têm sido amplamente utilizados para o ensino da Matemática, promovendo o desenvolvimento de habilidades de pensamento crítico e oferecendo entretenimento intelectualmente estimulante.

Segundo Santos, França e Silva (2020, p. 31074),

> [...] faz-se necessário o uso de alternativas metodológicas no ensino do Teorema de Pitágoras, de maneira dinâmica e interessante, proporcionando uma maior interação entre aluno e professor, de forma a socializar o conhecimento adquirido.

Nesse sentido, os quebra-cabeças pitagóricos emergem como ferramentas pedagógicas promissoras, oferecendo uma abordagem prática que estimula a participação ativa dos alunos na resolução de problemas matemáticos. A interação com esses quebra-cabeças permite aos alunos explorarem conceitos complexos de maneira concreta e visual, facilitando a compreensão e aplicação do Teorema de Pitágoras. Ademais, a resolução dos quebra-cabeças promove o desenvolvimento de habilidades cognitivas como o pensamento crítico, a análise, a identificação de padrões e a busca por soluções criativas, contribuindo, assim, para uma aprendizagem mais significativa.

O mais antigo quebra-cabeça pitagórico conhecido é o quadrado pitagórico, que consiste em uma grade de quadrados que são dispostos de forma que a soma dos quadrados em cada linha e coluna seja um quadrado perfeito. Esse quebra-cabeça foi descrito no trabalho de Euclides, “Os Elementos”, escrito no século III a.C.

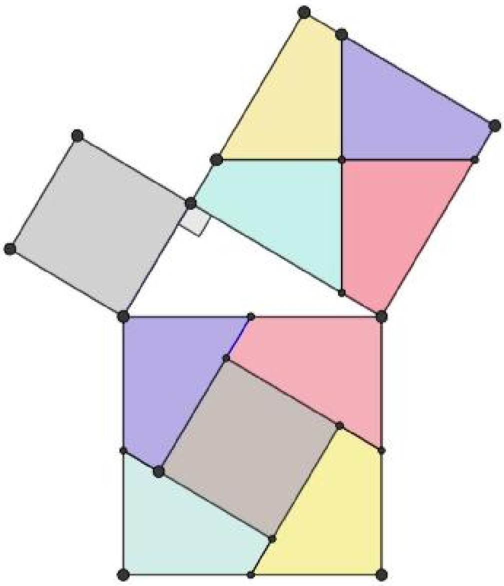
A forma mais simples do quadrado pitagórico é a grade 3 por 3, que tem 9 quadrados no total. Cada quadrado é preenchido com um número que pode variar de 1 a 9, sem repetição de números na mesma linha ou coluna. O objetivo é fazer com que a soma dos números em cada linha e coluna seja um quadrado perfeito.

Outro quebra-cabeça pitagórico popular é o triângulo pitagórico, que consiste em dispor triângulos retângulos em uma grade de forma que a hipotenusa de cada triângulo esteja em contato com as hipotenusas dos triângulos adjacentes. Esse quebra-cabeça foi descrito pela primeira vez por Pierre de Fermat no século XVII.

O triângulo pitagórico é um exemplo de quebra-cabeça que pode ser resolvido usando conceitos matemáticos, como a Geometria e a Teoria dos Números. Ele pode ser usado como uma ferramenta de ensino para ajudar os alunos a compreenderem o Teorema de Pitágoras de uma forma lúdica.

Outro exemplo que podemos citar são os quebra-cabeças pitagóricos usados no Egito antigo para ensinar Geometria. Alguns desses quebra-cabeças eram dissecções de figuras geométricas, que envolviam cortar uma figura em pedaços e rearranjá-los para formar outras figuras. Um exemplo é apresentado na Figura 1.

Figura 1 – Exemplo de quebra-cabeça pitagórico



Fonte: Nunes (2020, p. 25).

Por permitirem experimentos com polígonos e figuras planas de uma forma tangível e interativa, os quebra-cabeças pitagóricos são recursos manipuláveis importantes para a compreensão, verificação e elaboração de demonstrações do Teorema de Pitágoras. Um quebra-cabeça pitagórico consiste em formar um quadrado com peças que representam as áreas dos quadrados construídos sobre os lados de um triângulo retângulo. Os jogadores devem manipular as peças para encontrar diferentes combinações que satisfaçam o Teorema de Pitágoras. Ao manipular esses objetos, os alunos podem visualizar e explorar as propriedades geométricas envolvidas no teorema de uma maneira mais concreta e intuitiva.

Neste artigo, vamos explorar uma das diversas possibilidades de utilização dos quebra-cabeças pitagóricos como ferramenta didática no ensino da Matemática, apresentando um jogo pedagógico inspirado nos quebra-cabeças utilizados no antigo Egito e no Teorema de Pitágoras. Nosso objetivo é apresentar a proposta do jogo “Tetris Pitagórico” e discutir uma prática pedagógica mais dinâmica. Com essa abordagem lúdica e interativa, buscamos proporcionar aos alunos uma maneira divertida de compreender o Teorema de Pitágoras e aplicar conceitos matemáticos como movimentos rígidos, proporção, simetria e área.

2. **Referencial teórico**

O lúdico pode ser uma estratégia altamente eficaz para o ensino em várias áreas do conhecimento, desde a educação infantil até o ensino superior. Ao utilizar jogos, brincadeiras e atividades lúdicas, os professores podem despertar a curiosidade dos estudantes sobre os conteúdos que estão sendo ensinados. Os jogos, por exemplo, podem ser utilizados para ensinar uma variedade de conceitos matemáticos, desde as operações básicas até tópicos mais avançados, como a Geometria e a Estatística.

Além disso, muitos documentos antigos apresentam problemas que se assemelham à nossa noção atual de Matemática Recreativa, que historicamente foi frequentemente utilizada para ensinar novos conceitos ou aprofundar o conhecimento dentro da própria Matemática.

A Matemática Recreativa é uma abordagem de ensino que utiliza jogos e desafios matemáticos para engajar os alunos e tornar o aprendizado mais significativo. A pesquisadora Bartlová (2016), em sua tese doutoral, apresentou uma definição de um renomado pesquisador da área, Martin Gardner, considerado uma figura proeminente nesse campo. Segundo Gardner (*apud* Bartlová, 2016), a Matemática Recreativa é aquela parte da Matemática que engloba tudo que possui um espírito de jogo.

Em particular, os quebra-cabeças pitagóricos são considerados recursos de Matemática Recreativa devido às suas características desafiadoras e envolventes, que incentivam a exploração e aplicação dos princípios matemáticos de maneira divertida. Esses quebra-cabeças proporcionam uma abordagem lúdica para estudar polígonos, suas propriedades e combinações para formar outras figuras planas. Além disso, eles desempenham um papel importante no estudo, compreensão, verificação e elaboração de demonstrações do teorema de Pitágoras.

Esses quebra-cabeças também oferecem benefícios no desenvolvimento de habilidades espaciais e geométricas. Eles estimulam a visualização e o reconhecimento de figuras, a análise de suas características, a observação de movimentos que preservam essas características, a composição e decomposição de figuras, bem como a percepção de posição e distâncias.

Segundo Grabarchuk (2008), ao resolver os quebra-cabeças pitagóricos os indivíduos aprimoram habilidades de resolução de problemas, treinam a imaginação geométrica, combinatória e espacial, além de aprimorarem a percepção visual e o raciocínio lógico.

2.1. **Jogos no ensino de Matemática**

No contexto do ambiente escolar, é crucial disponibilizar propostas pedagógicas e recursos didáticos que possam contribuir para a prática docente e para a construção do conhecimento matemático dos alunos. De acordo com diversos autores, como Zabala-Vargas (2021), Hussein (2022) e Russo *et al*. (2023), o lúdico na forma de jogos tem se destacado como uma das estratégias para aprendizagem utilizadas no ensino da Matemática. Para Brom, Preuss e Klement (2011), os jogos, como ferramentas educacionais, podem promover o engajamento dos alunos, estimular o pensamento crítico, desenvolver habilidades cognitivas e facilitar a compreensão de conceitos matemáticos complexos.

Nessa perspectiva, os jogos matemáticos apresentam-se como uma ferramenta pedagógica que pode favorecer o processo de ensino-aprendizagem, proporcionando uma experiência mais dinâmica. Agranionih e Smaniotto (2002, p. 16 *apud* Selva e Camargo, 2009, p. 3), definem o jogo matemático como:

> [...] uma atividade lúdica e educativa, intencionalmente planejada, com objetivos claros, sujeita a regras construídas coletivamente, que oportuniza a interação com os conhecimentos e os conceitos matemáticos, social e culturalmente produzidos, o estabelecimento de relações lógicas e numéricas e a habilidade de construir estratégias para a resolução de problemas.

A contribuição que o uso de jogos traz para o aluno é explicitada por Grando (2000), que afirma que o uso de jogos permite que os alunos questionem suas vitórias e derrotas, buscando compreender os conceitos matemáticos envolvidos ao superar dificuldades com a ajuda dos colegas e do professor. Mais especificamente, segundo Grando (2004), o cerne da resolução de problemas reside no processo de criação de estratégias e na análise das diferentes possibilidades de resolução, feita pelo aluno. A autora argumenta que o jogo apresenta uma dinâmica semelhante, uma vez que é uma situação-problema determinada por regras, na qual o indivíduo está constantemente elaborando e reestruturando estratégias para vencer o jogo, ou seja, resolver o problema proposto. Esse dinamismo característico dos jogos possibilita que eles sejam identificados dentro do contexto da resolução de problemas. Além disso, de acordo com Macedo, Petty e Passos (2000), o próprio jogo pode ser constituído a partir de situações-problema.

Borin (1995) classifica jogos matemáticos em dois tipos: jogos de treinamento e jogos de estratégia. A autora define jogos de treinamento como sendo aqueles que são usados para se ter uma melhor fixação do conteúdo. Jogos de estratégia, por sua vez, são jogos que desenvolvem o raciocínio lógico, nos quais a sorte não tem influência, pois vencer requer uma estratégia. Eles estabelecem contextos com regras específicas, o que os torna uma oportunidade para problematizar e introduzir a resolução de problemas nas aulas de matemática, através da elaboração de situações-problema baseadas no jogo.

Por outro lado, Bacich e Moran (2018) afirmam que os jogos em sala de aula têm potencial para servir como ferramenta motivacional, promovendo uma aprendizagem mais rápida e relevante para a vida real. Eles auxiliam no desenvolvimento de habilidades como observação, análise, tomada de decisões e argumentação, além de motivar os alunos a buscarem uma compreensão mais profunda dos propósitos dos conteúdos matemáticos. Porém, para que um jogo seja um recurso pedagógico, é preciso que ele permita ao aluno aplicar e explorar conceitos matemáticos de maneira interativa e lúdica. Além disso, é importante destacar que a utilização de jogos deve estar integrada a um planejamento pedagógico mais amplo, elaborado pelo professor, para que os alunos possam desenvolver a compreensão de conteúdos matemáticos de forma estruturada e coerente. Assim, os jogos podem ser uma valiosa ferramenta no processo de ensino-aprendizagem, oferecendo aos alunos uma experiência mais dinâmica e significativa no aprendizado de matemática.

No contexto educacional atual, o uso de jogos matemáticos ganhou destaque a partir do século XX, especialmente nos anos 1960. Nessa época, houve uma busca por repensar as práticas de ensino da Matemática, a fim de encontrar alternativas que fossem mais motivadoras para os estudantes. Assim, surgiram iniciativas como o Movimento da Matemática Moderna, que defendia a utilização de jogos e outras atividades lúdicas para o ensino da Matemática.

Com o avanço da tecnologia, surgiram novas possibilidades de jogos matemáticos, como softwares e jogos eletrônicos. Atualmente, os jogos matemáticos são amplamente utilizados em salas de aula e em ambientes de aprendizagem online, como uma forma que pode ser eficaz e prazerosa de ensinar e aprender matemática.

De acordo com Callaghan *et al*. (2018), a utilização de jogos como metodologia de ensino não deve ser vista como uma solução única para o ensino da Matemática, mas como um recurso complementar que precisa ser cuidadosamente planejado e orientado pelo professor, com objetivos de aprendizagem claros. É necessário que haja uma intencionalidade educativa por trás da utilização dos jogos, com um planejamento cuidadoso que permita alcançar objetivos pedagógicos predeterminados e extrair do jogo atividades que possam contribuir para o aprendizado dos alunos.

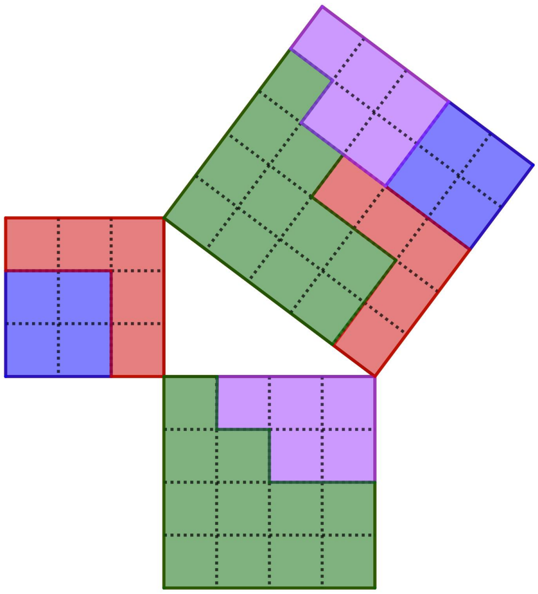
3. Teorema de Pitágoras

O Teorema de Pitágoras, homenagem ao matemático Pitágoras de Samos, é um dos mais famosos teoremas matemáticos. Ele estabelece uma relação entre os lados do triângulo retângulo, afirmando que: “a área do quadrado sobre a hipotenusa de um triângulo retângulo é igual à soma das áreas dos quadrados sobre os catetos” (Hernández, 2000, p. 28). De acordo com Loomis (1968), a importância desse resultado é tão grande que existem diversas demonstrações para o teorema, as quais foram desenvolvidas ao longo dos séculos por matemáticos de diferentes épocas e culturas.

Segundo Macfarlane (1911), acredita-se que a primeira prova da validade do Teorema de Pitágoras foi uma demonstração geométrica baseada na comparação de áreas por meio da dissecção de figuras. Esta teoria é baseada em evidências encontradas em manuscritos antigos, incluindo uma prova encontrada no papiro de Ahmes, que data de cerca de 1650 a.C. No entanto, ao longo dos séculos, inúmeras outras demonstrações foram propostas, cada uma com sua própria abordagem e nível de complexidade. Essas demonstrações variam desde a utilização da Geometria Euclidiana clássica, passando pela Geometria Analítica e até mesmo envolvendo a Álgebra e a Teoria dos Números. A diversidade de demonstrações do Teorema de Pitágoras é um testemunho da sua relevância matemática e cultural, e oferece uma rica oportunidade para explorar as diferentes abordagens da Matemática.

Há diversas formas de demonstrar o Teorema de Pitágoras, uma das mais conhecidas é a prova geométrica. Nessa demonstração, constrói-se três quadrados a partir dos três lados do triângulo retângulo, de modo que cada quadrado tem como medida o comprimento do lado correspondente. Em seguida, colocam-se esses quadrados lado a lado de forma que suas áreas formem um grande quadrado. Um exemplo interessante desse tipo de demonstração foi apresentado pelo famoso designer de quebra-cabeças norte-americano Sam Lloyd. Na Figura 2 é apresentado o quadra-cabeça de Lloyd (Frederickson, 1997).

Figura 2 – Quebra-cabeça pitagórico de Sam Lloyd



Fonte: Elaboração dos autores com base em Frederickson (1997, p. 62).

A solução apresentada por Lloyd é apenas uma das muitas que ilustram a igualdade $5^2 = 4^2 + 3^2$. Essa solução para o "Quebra-Cabeça dos Mosaicos Guido" de Sam Loyd está apresentada em Frederickson (1997). É possível observar, na Figura 2, que é válido o Teorema de Pitágoras para o caso do triângulo retângulo com lados 3, 4 e 5, uma vez que a soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos do triângulo retângulo é igual a área do quadrado construído sobre a hipotenusa do mesmo triângulo. Pode-se verificar este fato ao transladar as peças que compõem os dois quadrados menores, reorganizando-os para formar o quadrado maior.

Esse exemplo ilustra como a incorporação de recursos visuais pode ser extremamente benéfica para o ensino da Matemática, em especial para o estudo de teoremas e conceitos abstratos, tornando esses conceitos mais acessíveis e compreensíveis para os estudantes, o que pode resultar em uma aprendizagem mais significativa.

4. **Tetris Pitagórico**

A inserção de jogos é uma das estratégias de aprendizagem mais utilizadas no processo de ensino da Matemática. Segundo Brom, Preuss e Klement (2011), os jogos, como ferramentas educacionais, podem ajudar a desenvolver conhecimentos e habilidades cognitivas, gerar uma compreensão mais profunda de certos princípios-chave de determinados tópicos, ao lidar com questões complicadas e multifacetadas que são difíceis de compreender apenas por meio do conhecimento factual. Além disso, propicia o desenvolvimento do pensamento estratégico para resolução de problemas e tomada de decisão em grupo, corroborando na compreensão de conceitos e a aprendizagem dos estudantes, tais habilidades e competências estando em consonância com a Base Nacional Curricular Comum – BNCC (Brasil, 2018) e os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs (Brasil, 1997).

O lúdico presente nos jogos proporciona uma abordagem mais leve e descontraída para o processo de aprendizagem. Com esse intuito, propõe-se a união da Matemática, em específico o Teorema de Pitágoras, com um dos jogos mais populares mundialmente, o Tetris, criando assim o jogo denominado como Tetris Pitagórico. Essa junção de conceitos tem como objetivo apresentar aos jogadores uma forma divertida e criativa de aprender matemática, por meio da resolução de desafios e problemas que envolvem o Teorema de Pitágoras, enquanto jogam o Tetris.

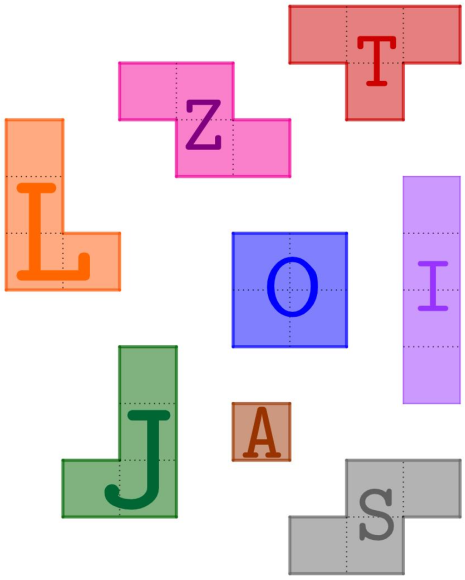
O jogo Tetris foi criado pelo desenvolvedor de *software* russo Alexey Pajitnov, em 1984, enquanto trabalhava no Centro de Computação da Academia de Ciências da União Soviética, em Moscou. Pajitnov se inspirou em jogos de quebra-cabeça como o Pentominó e o jogo de tabuleiro Tangram, e combinou elementos desses jogos com sua paixão por programação para criar o Tetris. Trata-se de um quebra-cabeça eletrônico em que o jogador manipula peças geometricamente diferentes que caem do topo da tela para preencher uma matriz retangular de 10 por 20 células. As peças são formas conhecidas como tetraminós.

Os tetraminós são figuras planas formadas por quatro quadrados congruentes agrupados de modo que pelo menos um quadrado permaneça conectado com todo o lado de outro quadrado. O objetivo do jogo é manipular as peças de forma que elas encaixem perfeitamente umas nas outras, formando linhas horizontais completas sem lacunas.

O Tetris rapidamente se tornou um sucesso global, sendo um dos jogos mais vendidos de todos os tempos. Atualmente, existem inúmeras versões e variações do Tetris disponíveis para jogar em várias plataformas, incluindo consoles, *smartphones* e computadores. O jogo continua a ser uma escolha popular entre jogadores de todas as idades e é frequentemente usado como uma forma de relaxamento ou distração.

Existem várias versões do jogo Tetris, com diversas peças diferentes das originais. Entretanto, para desenvolver o jogo Tetris Pitagórico, escolheu-se a versão original, mantendo as tradicionais peças formadas por quatro quadrados. Além disso, para a completude do jogo, criou-se uma peça extra formada por apenas um quadrado. Essa nova peça é fundamental para que o jogo Tetris Pitagórico tenha solução. A nova peça criada será indicada pela letra A. As demais peças, os tetraminós, serão indicadas pelas letras I, T, Z, L, J, S e O. A Figura 3 ilustra as peças utilizadas para compor o jogo proposto.

Figura 3 – Peças do jogo Tetris



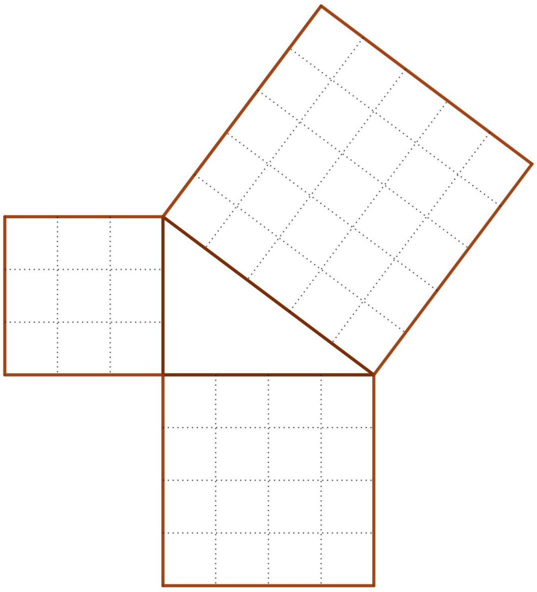
Fonte: Elaboração dos autores.

Por meio deste jogo é possível ilustrar de forma geométrica a relação existente entre as áreas dos quadrados construídos sobre os catetos e a área do quadrado construído sobre a hipotenusa, oferecendo uma ilustração concreta do Teorema de Pitágoras. Esse será o foco principal de nosso artigo.

Vejamos, então, um exemplo de como montar um jogo completo.

Inicialmente, para que o jogo seja mais desafiador, uma regra inicial deve ser respeitada: a peça A só poderá ser usada uma única vez. As demais peças poderão ser utilizadas repetidas vezes como veremos nas seções seguintes, no entanto, para esse primeiro exemplo, apenas uma das peças do jogo será repetida, a peça J. O tabuleiro é apresentado na Figura 4.

Figura 4 – Tabuleiro do jogo

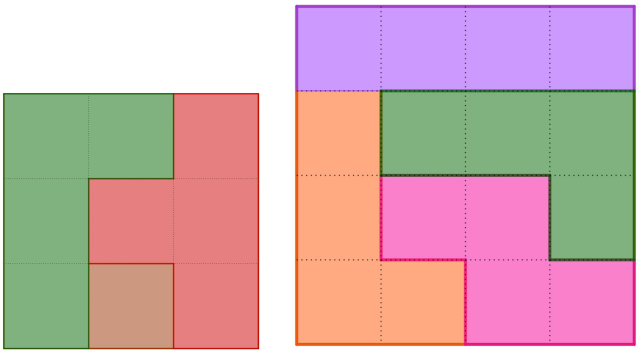


Fonte: Elaboração dos autores.

Primeiramente, preenche-se o quadrado de lado 3 com três peças do jogo. É importante salientar que, ao observar as peças do jogo, nota-se que a peça A irá obrigatoriamente compor o quadrado de lado 3, visto que as demais peças são todas constituídas de 4 quadrados unitários.

Neste exemplo, escolhe-se as peças A, J e T para compor o quadrado menor, como mostra Figura 5.

Figura 5 – As primeiras jogadas



Fonte: Elaboração dos autores.

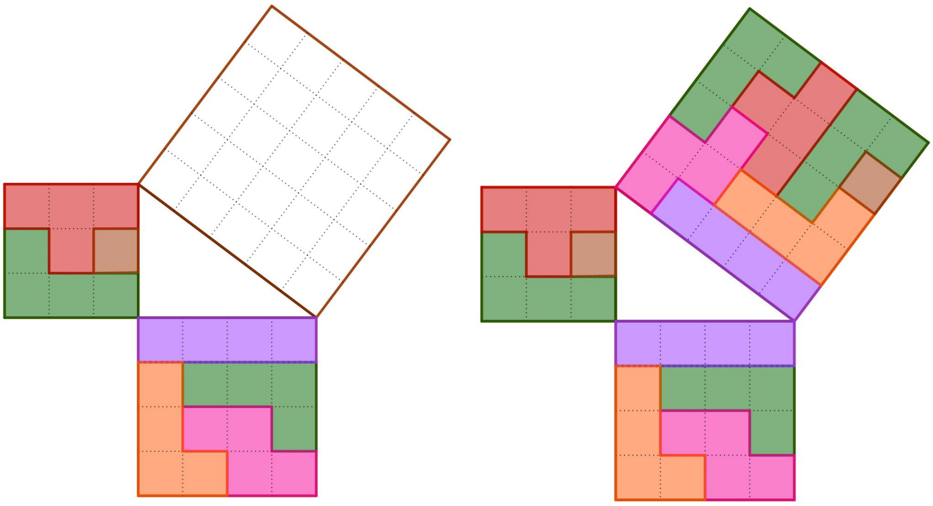
Após completar o quadrado menor, seleciona-se quatro peças que serão utilizadas para preencher o quadrado de lado 4. Para tal, escolhe-se as peças L, Z, I e J. Observe que a peça J foi repetida, uma vez que ela foi usada no quadrado menor.

Os dois quadrados construídos sobre os catetos do triângulo retângulo deverão constituir o quadrado de lado 5, constatando assim a veracidade do Teorema de Pitágoras para o caso do triângulo retângulo de lados 3, 4 e 5. O quadrado de lado 5 deverá ser montado apenas com as

SOUSA JÚNIOR, Valdinês Leite de; ALCÂNTARA, Jéssica Ferreira de; BATISTA, Erica Boizan; MEIRELES, Lucas Vidal de. Tetris Pitagórico: o jogo como ferramenta para o ensino de geometria. **REMAT**: Revista Eletrônica da Matemática, Bento Gonçalves, RS, v. 10, n. 2, p. e2001, 26 de setembro de 2024. https://doi.org/10.35819/remat2024v10i2id6958.

peças usadas nos outros dois quadrados menores. Abaixo, Figura 6, a solução do exemplo em questão.

Figura 6 – As primeiras jogadas

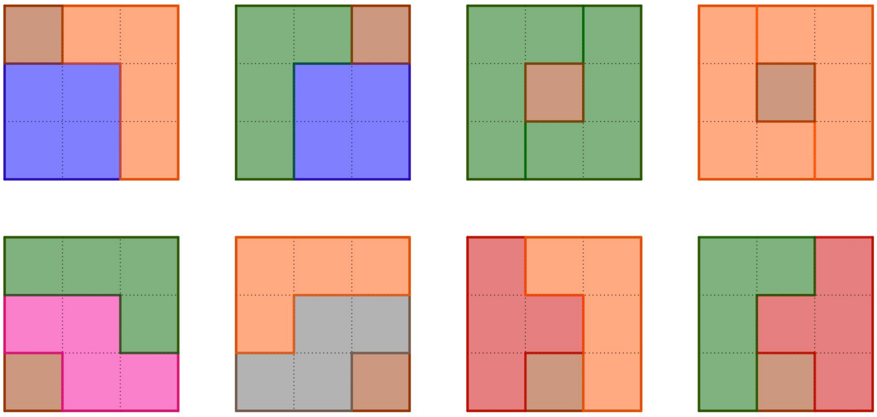


Fonte: Elaboração dos autores.

4.1. **Soluções do quadrado de lado 3**

O jogo em si pode ser uma atividade bastante desafiadora, entretanto, é essencial compreender as diferentes nuances que compõem sua estrutura. Ao dividi-lo em etapas, o jogador pode se concentrar em cada quadrado individualmente, o que pode tornar o processo mais gerenciável e menos intimidante. Uma das etapas mais importantes do jogo é a solução do quadrado de lado 3 (Figura 7).

Figura 7 – Soluções para o quadrado de lado 3



Fonte: Elaboração dos autores.

Embora possa parecer simples à primeira vista, é necessário ter um conhecimento sólido das possibilidades de solução para garantir que o jogo possa ser concluído com sucesso. Felizmente, existe um número limitado de opções disponíveis, o que significa que é possível estudar e aprender todas as soluções possíveis.

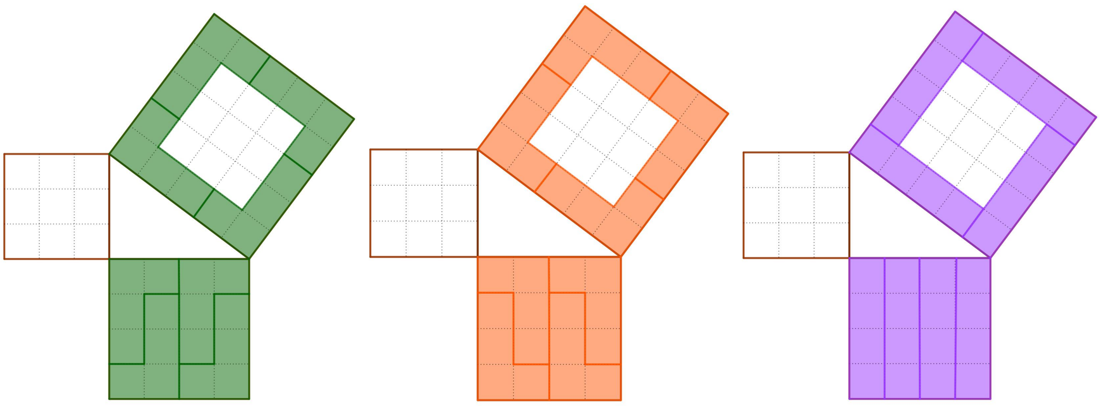
SOUSA JÚNIOR, Valdinês Leite de; ALCÂNTARA, Jéssica Ferreira de; BATISTA, Erica Boizan; MEIRELES, Lucas Vidal de. Tetris Pitagórico: o jogo como ferramenta para o ensino de geometria. **REMAT**: Revista Eletrônica da Matemática, Bento Gonçalves, RS, v. 10, n. 2, p. e2001, 26 de setembro de 2024. https://doi.org/10.35819/remat2024v10i2id6958.

Na Figura 7 todas as soluções possíveis para o quadrado de lado 3 são apresentadas. São oito soluções ao todo. É crucial que o jogador esteja familiarizado com essas soluções antes do início do jogo, pois isso pode ajudar a otimizar o tempo. Compreendendo as diferentes combinações de peças, o jogador pode determinar a melhor maneira de preencher cada quadrado, minimizando a necessidade de tentativas múltiplas e melhorando sua eficiência na resolução dos desafios propostos. Além disso, conhecer as soluções possíveis também pode ajudar a desenvolver uma estratégia para o jogo em si, possibilitando que o jogador antecipe as jogadas futuras, com base em qual solução se encaixa melhor no tabuleiro. Isso pode ajudar a garantir que cada jogada seja eficaz e contribua para a solução do jogo como um todo.

4.2. **Soluções gerais**

Após completar o quadrado menor, o jogador deve traçar uma estratégia para solucionar o quadrado de lado 4. A busca pelas soluções do jogo possui vários níveis de dificuldade, isso dependerá do número de peças repetidas. Quanto mais o jogador repetir a mesma peça, mais fácil será encontrar soluções para o problema. Na Figura 8, a seguir, apresenta-se três configurações possíveis para solucionar o quadrado de lado 4. Nessas configurações, as peças I, J e L foram repetidas quatro vezes. Assim, para encontrar uma solução do jogo basta acrescentar qualquer solução do quadrado de lado 3.

Figura 8 – Quadrado de lado 4 preenchido com as peças J, L e I

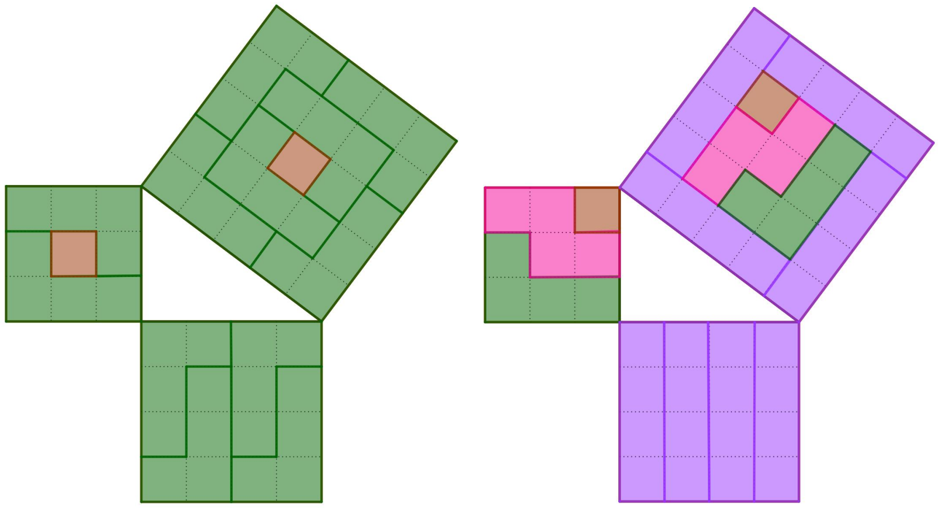


Fonte: Elaboração dos autores.

A Figura 9 exemplifica duas aplicações singulares da configuração previamente exposta. Cada uma dessas disposições pode originar oito soluções distintas, resultando em um conjunto de 24 soluções potenciais, exclusivamente a partir dessas três configurações.

SOUSA JÚNIOR, Valdinês Leite de; ALCÂNTARA, Jéssica Ferreira de; BATISTA, Erica Boizan; MEIRELES, Lucas Vidal de. Tetris Pitagórico: o jogo como ferramenta para o ensino de geometria. **REMAT**: Revista Eletrônica da Matemática, Bento Gonçalves, RS, v. 10, n. 2, p. e2001, 26 de setembro de 2024. https://doi.org/10.35819/remat2024v10i2id6958.

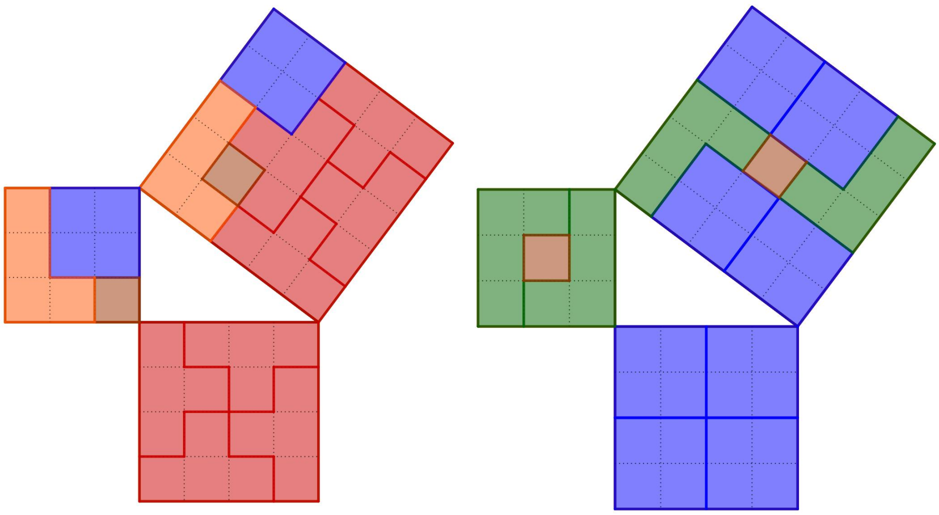
Figura 9 – Soluções com repetição quádrupla das peças I e J



Fonte: Elaboração dos autores.

Além das peças I, J e L, existem outras que podem ser replicadas até quatro vezes. Na Figura 10, é possível observar que as peças T e O foram replicadas quatro vezes em duas soluções distintas. Ressaltamos que essas peças apresentam diversas soluções e podem ser ajustadas para se adequarem a diversos contextos e desafios.

Figura 10 – Soluções com repetição quádrupla das peças T e O

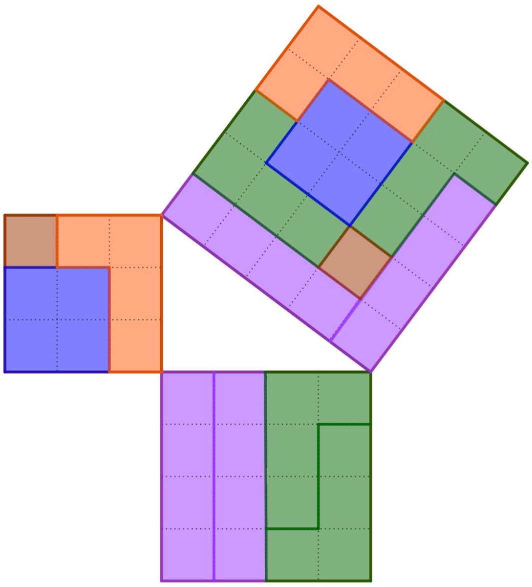


Fonte: Elaboração dos autores.

A repetição de peças como a T e a O, em conjunto com outras peças disponíveis, proporciona uma ampla gama de possibilidades para a concepção de soluções cada vez mais inovadoras.

A solução apresentada na Figura 11 é classificada como uma solução de nível intermediário, em que cada peça é repetida no máximo duas vezes. Isso significa que a figura é composta por uma variedade de peças que se repetem em até duas instâncias.

Figura 11 – Solução com repetição dupla das peças J e I



Fonte: Elaboração dos autores.

A limitação na repetição de peças pode levar a soluções mais diversas e complexas devido à variedade de peças na figura. Ao considerar as soluções intermediárias, é possível criar figuras com diferentes configurações, adaptando-se às necessidades específicas de cada contexto e problema. Note que as peças J e I foram repetidas apenas duas vezes cada uma.

Existem outras soluções possíveis que utilizam a repetição de peças no máximo duas vezes. A quantidade de soluções possíveis aumenta à medida que novas peças são adicionadas ao conjunto de peças disponíveis para montagem.

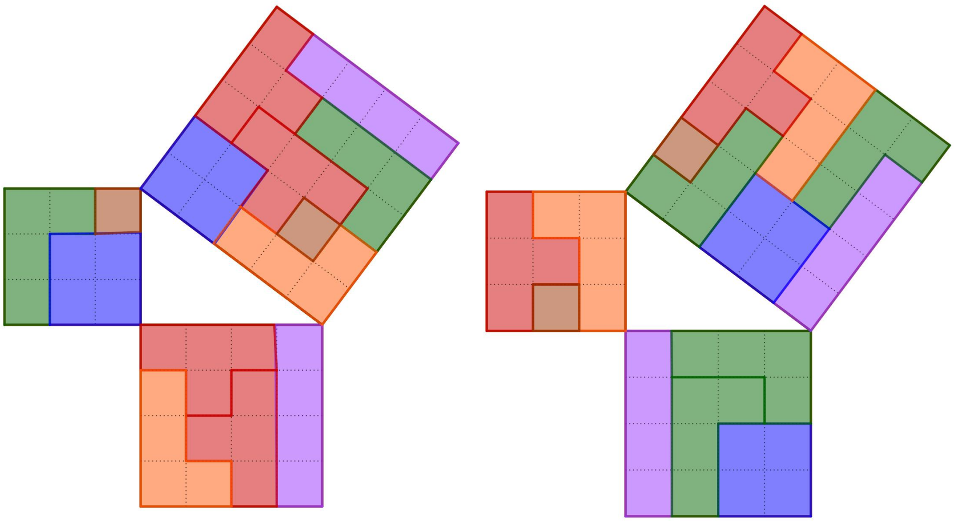
Por fim, o caso mais complicado é quando apenas uma repetição é permitida. É o caso da solução apresentada na Figura 12, no qual somente as peças T e J se repetem. Quando apenas uma repetição de cada peça é permitida, o caso se torna mais complicado. Com a possibilidade de repetição de peças, é possível aumentar a variedade de combinações possíveis e, portanto, aumentar as chances de encontrar uma solução satisfatória. No entanto, quando apenas uma repetição é permitida, é preciso ser mais criativo e explorar diferentes configurações para encontrar uma solução eficiente.

Considerando as diferentes possibilidades de repetição de peças no jogo, pode-se argumentar que o Tetris Pitagórico se torna mais interessante quando apenas uma peça é repetida. Com essa limitação, o jogador é desafiado a encontrar soluções mais criativas, que utilizem de maneira inteligente e estratégica cada uma das peças disponíveis. Isso estimula a inovação e a experimentação, tornando o jogo mais dinâmico e divertido.

SOUSA JÚNIOR, Valdinês Leite de; ALCÂNTARA, Jéssica Ferreira de; BATISTA, Erica Boizan; MEIRELES, Lucas Vidal de. Tetris Pitagórico: o jogo como ferramenta para o ensino de geometria. **REMAT**: Revista Eletrônica da Matemática, Bento Gonçalves, RS, v. 10, n. 2, p. e2001, 26 de setembro de 2024. https://doi.org/10.35819/remat2024v10i2id6958.

Além disso, a limitação de repetição de peças pode aumentar a complexidade do jogo, oferecendo desafios adicionais ao jogador. Isso requer mais atenção aos detalhes e uma análise cuidadosa de cada movimento realizado.

Figura 12 – Solução com repetição das peças T e J



Fonte: Elaboração dos autores.

Outro ponto a favor dessa limitação é que ela pode estimular o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas e pensamento criativo dos jogadores, já que é preciso encontrar soluções eficientes utilizando recursos limitados. Portanto, pode-se concluir que a limitação de repetição de peças é um elemento importante para tornar o jogo mais interessante, estimulando a criatividade, o pensamento estratégico e o desenvolvimento de habilidades cognitivas.

Este jogo também pode proporcionar uma oportunidade para explorar uma variedade de outros conceitos geométricos. Os alunos podem examinar as peças do quebra-cabeça para identificar uma variedade de tipos de simetria, como a simetria axial e a rotacional. Ao utilizar ferramentas como espelhos ou manipulação direta das peças, eles podem experimentar e aprimorar sua compreensão visual desses princípios geométricos, o que permitiria uma aprendizagem mais significativa.

Além disso, esta abordagem pode ser estendida para o estudo dos movimentos rígidos. Os alunos podem começar explorando as simetrias por meio de reflexões, antes de progredir para deslocamentos de peças, conhecidos como translações, e examinar diferentes ângulos de rotação, observando como a posição das peças se altera enquanto suas formas permanecem inalteradas. Finalmente, os alunos podem ser desafiados a obter uma peça de outra, por exemplo a peça L a partir da peça J, e a combinar os movimentos aprendidos para transferir uma peça de uma posição para outra no tabuleiro.

SOUSA JÚNIOR, Valdinês Leite de; ALCÂNTARA, Jéssica Ferreira de; BATISTA, Erica Boizan; MEIRELES, Lucas Vidal de. Tetris Pitagórico: o jogo como ferramenta para o ensino de geometria. **REMAT**: Revista Eletrônica da Matemática, Bento Gonçalves, RS, v. 10, n. 2, p. e2001, 26 de setembro de 2024. https://doi.org/10.35819/remat2024v10i2id6958.

Adicionalmente, o professor pode incentivar os alunos a criarem modelos de figuras ampliadas ou reduzidas utilizando as peças de tetraminós. Dessa forma, eles podem explorar como as proporções entre os comprimentos das arestas e as áreas das figuras são modificadas quando as figuras são escaladas para cima ou para baixo. Essa atividade não apenas reforça a compreensão das propriedades geométricas das formas, mas também promove o desenvolvimento de habilidades de raciocínio proporcional e de resolução de problemas.

4.3 Do jogo surge um teorema

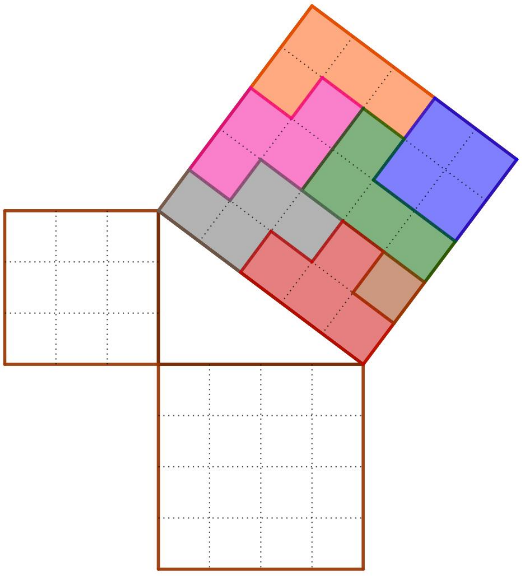
Até este ponto, discutimos soluções que envolviam a repetição de peças. No entanto, surge uma pergunta natural: é possível completar o jogo sem repetir nenhuma das oito peças? Embora seja demonstrado na Figura 13, a seguir, que é viável montar o quadrado de lado 5 sem repetir nenhuma peça, argumentaremos que não é possível concluir o jogo sem repetir nenhuma peça.

Para comprovar isso, consideraremos o preenchimento do quadrado de lado 4. Provaremos que, necessariamente, teremos que usar as peças L e J na sua composição, provocando uma contradição, uma vez que, pelo menos uma dessas peças, será obrigatoriamente usada no quadrado de lado 3.

Em seguida, eliminaremos as peças possíveis para a montagem do quadrado de lado 4, até que não reste uma quantidade suficiente para preencher o quadrado.

SOUSA JÚNIOR, Valdinês Leite de; ALCÂNTARA, Jéssica Ferreira de; BATISTA, Erica Boizan; MEIRELES, Lucas Vidal de. Tetris Pitagórico: o jogo como ferramenta para o ensino de geometria. **REMAT**: Revista Eletrônica da Matemática, Bento Gonçalves, RS, v. 10, n. 2, p. e2001, 26 de setembro de 2024. https://doi.org/10.35819/remat2024v10i2id6958.

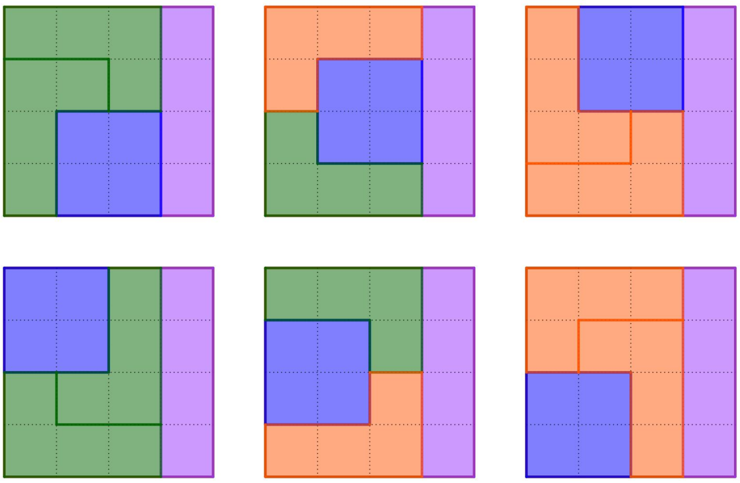
Figura 13 – Solução para o quadrado de lado 5 sem repetição de peça



Fonte: Elaboração dos autores.

Primeiramente, provaremos a seguinte afirmação: fixada a peça I, não é possível resolver o quadrado de lado 4 sem que haja repetição de peça. Para provar tal afirmação, observaremos como a peça I se combina com as demais. A Figura 14 ilustra as seis possibilidades (excluindo soluções simétricas) no qual a peça O pode ser disposta no quadrado de lado 4.

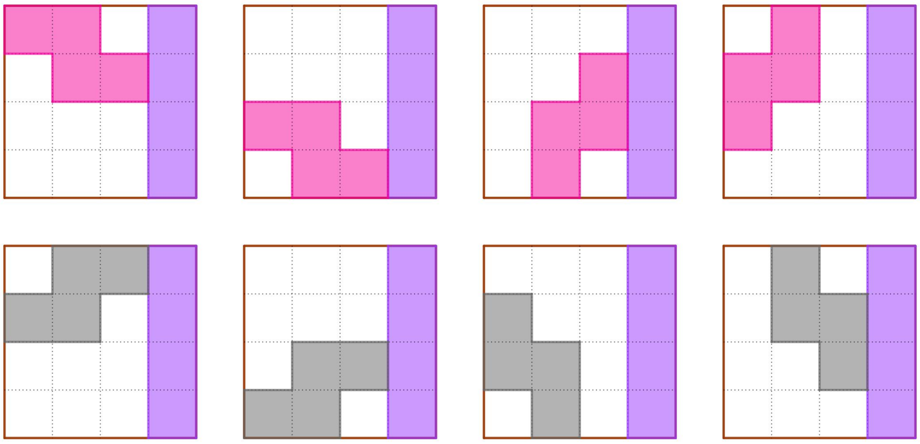
Figura 14 – Soluções do quadrado de lado 4 fixando as peças I e O



Fonte: Elaboração dos autores.

Observe que, para completar o jogo sem repetir nenhuma das oito peças, necessariamente utiliza-se as peças L e J na montagem do quadrado, gerando dois tipos de repetição: ou as peças se repetem na montagem do quadrado de lado 4, ou uma delas já foi utilizada na montagem do quadrado de lado 3 (veja Figura 7). Dessa forma, a peça O não poderá compor o quadrado de lado 4 junto com a peça I sem que haja repetição de peça. Logo excluiremos a peça O.

Figura 15 – Configurações sem solução com as peças I, Z e S

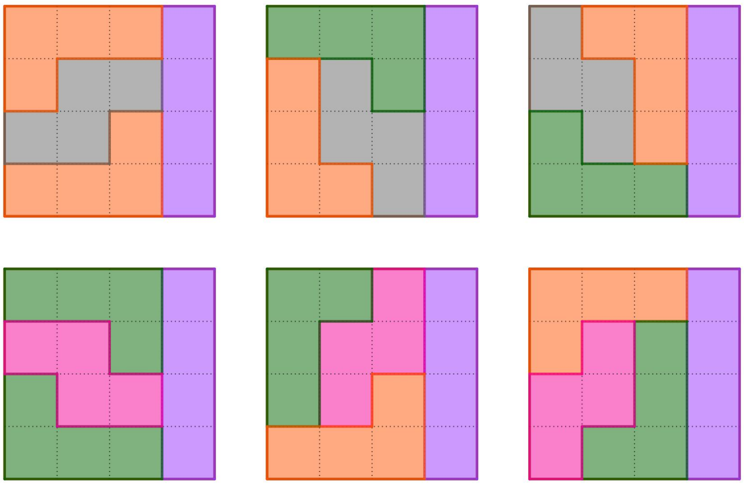


Fonte: Elaboração dos autores.

A seguir, escolhe-se as peças Z e S. Nas Figuras 14 e 15, vê-se todas as configurações possíveis para as peças Z e S, fixada a peça I. Não é possível resolver o quadrado com as configurações da Figura 15.

Já na Figura 16, vê-se as soluções possíveis usando as peças Z ou S. Em todas elas há repetição, seja no próprio quadrado ou usando uma peça que já foi usada no quadrado de lado 3 (veja Figura 7).

Figura 16 – Soluções com as peças I, Z e S



Fonte: Elaboração dos autores.

Sendo assim, as peças Z e S não podem ser usadas junto com a peça I sem que haja repetição. Assim, as peças Z e S também são descartadas. Dessa forma, sobram apenas as peças T, J e L para compor com a peça I o quadrado de lado 4. Mesmo que fosse possível encontrar uma solução com essas quatro peças, necessariamente usaríamos as peças J e L, entretanto, pelo menos uma dessas peças já foi usada no quadrado de lado 3. Portanto, a peça I não pode ser utilizada no quadrado de lado 4 sem que haja alguma repetição.

Excluída a peça I, é fácil observar que fixado a peça O, não é possível resolver o quadrado de lado 4 sem que haja repetição de peça. Essa afirmação é mais simples de ser provada, uma vez que, fixada a peça O, as configurações possíveis com essa peça se resumem às apresentadas na Figura 14, provocando pelo menos uma repetição de peça ou a utilização da peça I. Logo as peças I e O não podem ser utilizadas na montagem do quadrado de lado 4 sem que haja alguma repetição.

Analogamente, ao fixar as peças Z e S, as configurações dessas peças se resumem àquelas apresentadas nas Figuras 15 e 16, provocando alguma repetição de peça. Logo, podemos excluir as peças Z e S na montagem do quadrado de lado 4.

Com o argumento acima, sobram apenas as peças T, L e J, não sendo possível montar o quadrado de lado 4 com apenas três peças. Assim, podemos observar que não é possível resolver o jogo Tetris Pitagórico sem que haja alguma repetição de peça.

5. Considerações finais

O lúdico na forma de jogos tem se destacado como uma das estratégias para aprendizagem utilizadas no ensino da Matemática. Os jogos, como ferramentas educacionais, podem promover o engajamento dos alunos, estimular o pensamento crítico, desenvolver habilidades cognitivas e facilitar a compreensão de conceitos matemáticos complexos. O presente estudo apresentou o jogo Tetris Pitagórico como uma proposta para o ensino de geometria, combinando elementos do jogo Tetris com os quebra-cabeças pitagóricos.

Neste artigo, propomos uma abordagem do Teorema de Pitágoras por meio de uma proposta destinada a proporcionar uma experiência de aprendizagem significativa. Através do jogo Tetris Pitagórico, os estudantes terão a oportunidade de visualizar e manipular formas geométricas, explorar propriedades e relações espaciais, além de aplicar estratégias de resolução de problemas.

Uma das principais vantagens dessa abordagem é a possibilidade de desenvolver o raciocínio lógico e a argumentação matemática. Além disso, ao apresentarmos a demonstração de um resultado relacionado ao jogo, buscamos despertar o interesse dos alunos e professores pela lógica matemática e pela importância da argumentação em matemática. Através desse exemplo, esperamos encorajar os leitores a explorar e investigar novas propriedades e resultados no contexto do jogo Tetris Pitagórico, bem como em outras áreas da matemática.

SOUSA JÚNIOR, Valdinês Leite de; ALCÂNTARA, Jéssica Ferreira de; BATISTA, Erica Boizan; MEIRELES, Lucas Vidal de. Tetris Pitagórico: o jogo como ferramenta para o ensino de geometria. **REMAT**: Revista Eletrônica da Matemática, Bento Gonçalves, RS, v. 10, n. 2, p. e2001, 26 de setembro de 2024. https://doi.org/10.35819/remat2024v10i2id6958.

Os professores desempenham um papel fundamental ao estabelecer conexões entre o jogo e os conteúdos curriculares, promovendo discussões em sala de aula, incentivando a reflexão dos alunos e fornecendo suporte durante o processo de aprendizagem.

A utilização de jogos, como o Tetris Pitagórico, pode ser uma estratégia valiosa no ensino de geometria e de outros conceitos matemáticos. Através dessa abordagem, os alunos têm a oportunidade de vivenciar a matemática de maneira prática e desafiadora, desenvolvendo habilidades essenciais para o seu aprendizado e crescimento intelectual. Espera-se que os resultados deste estudo sirvam de inspiração para educadores, incentivando-os a explorar ainda mais o potencial dos jogos como ferramentas pedagógicas, com vistas a enriquecer o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Nesse sentido, pretendemos aplicar a estratégia de ensino proposta neste trabalho em futuras experiências de sala de aula, com o intuito de promover uma abordagem mais dinâmica e participativa no processo de aprendizagem.

Referências

BACICH, L.; MORAN, J. (org.). **Metodologias ativas para uma educação inovadora**: uma abordagem teórico-prática. Porto Alegre, RS: Penso, 2018.

BARTLOVÁ, T. **History and current state of recreational mathematics and its relation to serious mathematics**. Orientador: Luboš Pick. 2016. 148 f. Tese (Doutorado em Matemática) – Departamento de Análise Matemática, Universidade Charles, Praga, 2016.

BORIN, J. **Jogos e resolução de problemas**: uma estratégia para as aulas de matemática. São Paulo, SP: IME-USP, 1995.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: Secretaria de Educação Fundamental, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

BROM, C.; PREUSS, M.; KLEMENT, D. Are educational computer micro-games engaging and effective for knowledge acquisition at high schools? A quasi-experimental study. **Computers & Education**, v. 57, n. 3, p. 1971-1988, 2011. DOI: https://doi.org/10.1016/j.compedu.2011.04.007.

CALLAGHAN, M. N.; LONG, J. J.; VAN ES, E. A.; REICH, S. M.; RUTHERFORD, T. How teachers integrate a math computer game: Professional development use, teaching practices, and student achievement. **Journal of Computer Assisted Learning**, v. 34, n. 1, p. 10-19, 2018. DOI: https://doi.org/10.1111/jcal.12209.

FOWLER, D. H.; KNORR, W. R. The Evolution of the Euclidean Elements: A Study of the Theory of Incommensurable Magnitudes and Its Significance for Early Greek Geometry. **The Mathematical Gazette**, v. 60, n. 413, p. 229, 1976.

FREDERICKSON, G. N. **Dissections**: plane and fancy. [*S. l.*]: Cambridge University Press, 1997.

GRABARCHUK, S. **The Simple Book of Not-So-Simple Puzzles**. [*S. l.*]: A K Peters/CRC Press, 2008.

GRANDO, R. C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. Orientadora: Lucila Diehl Tolaine Fini. 2000. 239 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas/SP, Brasil, 2000. DOI: https://doi.org/10.47749/T/UNICAMP.2000.210144.

GRANDO, R. C. **O jogo e a matemática no contexto da sala de aula**. São Paulo, SP: Paulus, 2004.

HERNÁNDEZ, J. A. Teorema de Pitágoras: Una demostración sin palabras. **Tecnura**, v. 3, n. 6, p. 28-31, 2000. Disponível em: https://revistas.udistrital.edu.co/index.php/Tecnura/article/view/6084. Acesso em: 15 ago. 2024.

HUSSEIN, M. H; OWL, S. H; ELAISH M. M; JENSEN, E. O. Digital game-based learning in K-12 mathematics education: a systematic literature review. **Education and information technologies**, v. 27, n. 2, p. 2859-2891, 2022. DOI: https://doi.org/10.1007/s10639-021-10721-x.

LOOMIS, E. S. **The Pythagorean Proposition**. Washington, DC: National Council of Teachers of Mathematics, 1968.

MACEDO, L. de; PETTY, A. L. S.; PASSOS, N. C. **Aprender com jogos e situações-problema**. Porto Alegre: Artes Médicas, 2000.

MACFARLANE, A. The Pythagorean theorem. **Science**, New York, v. 34, n. 867, p. 181-182, 1911.

NUNES, I. B. D. **Demonstrações visuais: provas com e sem palavras**. Orientador: Carlos Alexandre Gomes. 2019. 144 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2020. Disponível em: https://repositorio.ufrn.br/handle/123456789/29256. Acesso em: 23 set. 2024.

RUSSO, J.; BRAGG, L.; RUSSO, T; MINAS, M. Identifying the characteristics of non-digital mathematical games most valued by educators. **Education Sciences**, v. 13, n. 30, p. 1-14, 2023. DOI: https://doi.org/10.3390/educsci13010030.

SANTOS, E. A. dos; FRANÇA, G. dos S. de S.; SILVA, S. S. e. Quebra-cabeças pitagórico como material concreto manipulável: um relato de experiência. **Brazilian Journal of Development**, v. 6, n. 5, p. 31072-31083, 2020. DOI: https://doi.org/10.34117/bjdv6n5-532.

SELVA, K. R.; CAMARGO, M. O jogo matemático como recurso para a construção do conhecimento. *In*: ENCONTRO GAÚCHO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2009, Ijuí. **Anais** [...]. Ijuí: Editora Unijuí, 2009. p. 1-13. Disponível em: http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cd_egem/fscommand/CC/CC_4.pdf. Acesso em: 25 set. 2024.

ZABALA-VARGAS, Sergio A.; GARCÍA-MORA, Lewis H.; ARCINIEGAS-HERNANDEZ, Edgar; REINA-MEDRANO, Jerson I.; DE BENITO-CROSETTI, Bárbara; DARDER-MÉSQUIDA, Antonia. Strengthening Motivation in the Mathematical Engineering Teaching Processes: A Proposal from Gamification and Game-Based Learning. **International Journal of Emerging Technologies in Learning**, v. 16, n. 6, p. 4-19, 2021. DOI: https://doi.org/10.3991/ijet.v16i06.16163.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.