

A Proposição e Resolução de Problemas na aprendizagem de Matemática: possibilidades para o Ensino Superior¹

Problem Posing and Solving in Mathematics learning: possibilities for Higher Education

Proposición y Resolución de Problemas en el aprendizaje de las Matemáticas:
posibilidades para la Educación Universitaria

Leonardo Cristiano Gieseler²

Universidade Regional de Blumenau (FURB), Blumenau, SC, Brasil

 <https://orcid.org/0000-0002-8234-2105>,  <http://lattes.cnpq.br/5828273467331892>

Bruno Schneider³

Universidade Regional de Blumenau (FURB), Blumenau, SC, Brasil

 <https://orcid.org/0000-0001-8897-5360>,  <http://lattes.cnpq.br/3234454560457648>

Janaína Poffo Possamai⁴

Universidade Regional de Blumenau (FURB), Blumenau, SC, Brasil

Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL), São Paulo, SP, Brasil

 <https://orcid.org/0000-0003-3131-9316>,  <http://lattes.cnpq.br/9011361495097968>

Norma Suely Gomes Allevalo⁵

Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL), São Paulo, SP, Brasil

 <https://orcid.org/0000-0001-6892-606X>,  <http://lattes.cnpq.br/9614794595123496>

Resumo: Pesquisas recentes constataam a importância de os estudantes desenvolverem o seu papel de forma ativa no processo de ensino e aprendizagem. Nesse sentido, este artigo objetiva analisar contribuições da proposição e resolução de problemas como concepções de ensino a fim de proporcionar aos estudantes do Ensino Superior que estes sejam ativos no desenvolvimento da sua aprendizagem em Matemática ao propor e resolver problemas associados ao conteúdo de análise combinatória. A investigação ocorreu durante o primeiro semestre de 2021, desenvolvida com 56 estudantes matriculados em duas turmas de bacharelado em Ciência da Computação, na Universidade Regional de Blumenau, em Santa Catarina, Brasil. Caracteriza-se como uma pesquisa empírica, sendo os dados de natureza qualitativa-quantitativa e, no que diz respeito aos procedimentos adotados, constitui-se como uma investigação-ação, na qual o registro de dados foi realizado por meio de diário de campo, registro de documentos e gravações audiovisuais. Como resultados obtidos, constatou-se que as concepções de ensino de Matemática adotadas permitiram desenvolver habilidades associadas à aprendizagem matemática, bem como a outras habilidades específicas relacionadas ao contexto de formação profissional dos próprios estudantes. Entretanto, a pesquisa apresentou possibilidades de ensino e de aprendizagem de Matemática a serem investigadas em futuras pesquisas e práticas de ensino, indo além do desenvolvimento

¹ Artigo apresentado no I Simpósio de Resolução de Problemas na Educação Matemática (I SiRPEM), da Universidade Estadual de Maringá, Maringá, Paraná, realizado nos dias 29 e 30 de julho de 2021.

² **Currículo sucinto:** Licenciado em Matemática pela Universidade Regional de Blumenau e mestrando em Ensino de Ciências Naturais e Matemática pela Universidade Regional de Blumenau. **Contribuição de autoria:** Escrita – Primeira Redação. **Contato:** lgieseler@furb.br.

³ **Currículo sucinto:** Licenciado em Matemática pela Universidade Regional de Blumenau e mestrando em Ensino de Ciências Naturais e Matemática pela Universidade Regional de Blumenau. **Contribuição de autoria:** Escrita – Primeira Redação. **Contato:** brunoschneider@furb.br.

⁴ **Currículo sucinto:** Licenciada e bacharel em Matemática pela Universidade Regional de Blumenau, mestre em Ensino de Ciências Naturais e Matemática pela Universidade Regional de Blumenau, doutora em Engenharia de Produção pela Universidade Federal de Santa Catarina, pós-doutoranda em Ensino de Ciências pela Universidade Cruzeiro do Sul e docente na Universidade Regional de Blumenau. **Contribuição de autoria:** Escrita – Revisão e Edição. **Contato:** janainap@furb.br.

⁵ **Currículo sucinto:** Licenciada e bacharel em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina, mestre em Matemática Pura pela Universidade Estadual de Londrina, doutora em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho e pesquisadora na Universidade Cruzeiro do Sul. **Contribuição de autoria:** Escrita – Revisão e Edição. **Contato:** normallev@gmail.com.



exclusivo do pensamento matemático associado ao conteúdo abordado ao permitir que os estudantes tragam para a sala de aula as suas próprias habilidades e conhecimentos, oriundos de suas vivências e contextos pessoais.

Palavras-chave: Análise combinatória; Ciência da Computação; educação superior; ensino remoto; jogos computacionais.

Abstract: Recent research notes the importance of students developing their role actively in the teaching and learning process. In this sense, this paper aims to analyze the contributions of problem posing and problem solving as teaching conceptions in order to provide higher education students to be active in the development of their learning in Mathematics by posing and solving problems associated with the content of combinatorial analysis. The research took place during the first semester of 2021, developed with 56 students enrolled in two undergraduate Computer Science classes at the Regional University of Blumenau, in Santa Catarina, Brazil. It is characterized as an empirical research, with data of a qualitative-quantitative nature, and with regard to the procedures adopted, it is constituted as an action research, in which data was recorded through a field diary, document registration, and audiovisual recordings. As obtained results, it was analyzed that the conceptions of Mathematics teaching adopted allowed the development of skills associated with mathematical learning, as well as other specific skills related to the students' own professional training context. However, the research presented possibilities for teaching and learning Mathematics to be investigated in future research and teaching practices, going beyond the exclusive development of mathematical thinking associated with the content covered by allowing students to bring to the classroom their own skills and knowledge, arising from their personal experiences and contexts.

Keywords: Combinatorial analysis; Computer Science; higher education; remote teaching; computer games.

Resumen: Algunas investigaciones recientes confirman la importancia de que los estudiantes desarrollen activamente su papel en el proceso de enseñanza y aprendizaje. En este sentido, este artículo tiene como objetivo analizar los aportes de la proposición y resolución de problemas como conceptos didácticos con el fin de que los estudiantes de educación universitaria sean activos en el desarrollo de su aprendizaje de las matemáticas al proponer y resolver problemas asociados al contenido del análisis combinatorio. La investigación se llevó a cabo durante el primer semestre de 2021, y fue realizada con 56 estudiantes matriculados en dos cursos de licenciatura en Ciencias de la Computación, en la Universidad Regional de Blumenau, en Santa Catarina, Brasil. Esta investigación se caracteriza por ser empírica, con los datos de carácter cualitativo y cuantitativo, refiriéndose a los procedimientos adoptados. Este estudio se constituye como una acción-investigación, en la cual el registro de los datos se realizó a través de un diario de campo, registro de documentos y grabaciones audiovisuales. Como resultados obtenidos, se observó que los conceptos adoptados en la enseñanza de las matemáticas permitieron el desarrollo de habilidades asociadas con el aprendizaje de las matemáticas, así como otras habilidades específicas relacionadas con el contexto de formación profesional de los propios estudiantes. Sin embargo, la investigación presentó posibilidades para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas sean examinadas en futuras investigaciones y prácticas docentes, yendo más allá del desarrollo exclusivo del pensamiento matemático asociado a los contenidos abordados, permitiendo a los estudiantes llevar sus habilidades y conocimientos a la clase, derivados de sus experiencias y contextos personales.

Palabras clave: Análisis combinatorio; Ciencia de la Computación; educación universitaria; enseñanza remota; juegos de computadora.

Data de submissão: 29 de setembro de 2021

Data de aprovação: 11 de novembro de 2021

1. Introdução

A literatura associada ao ensino de Matemática, ao longo dos últimos anos, direciona-se à melhoria dos processos de ensino e de aprendizagem, de modo a apresentar possibilidades para que os profissionais da educação possam inovar durante suas aulas, principalmente no que diz



respeito às metodologias de ensino, apresentando estratégias em que os estudantes se tornam ativos na construção da sua aprendizagem (CARPES; CARPES, 2020; PACHECO; ANDREIS, 2018).

Em especial no Ensino Superior, parte dos estudantes ingressam nas universidades com a expectativa de adquirirem conhecimentos específicos na área em que buscam atuar profissionalmente sendo que, nesse processo, comumente as salas de aula tornam-se lugares nos quais há um professor explicador de conteúdos e há estudantes que aguardam passivamente para receberem e memorizarem tais conhecimentos. Essa caracterização dos processos de ensino e de aprendizagem constitui-se o ensino tradicionalista, no qual o estudante desenvolve o seu aprendizado de forma passiva ou, não raro, não desenvolve efetivo aprendizado, manifestando dificuldades que condicionam toda a sua trajetória acadêmica e, inclusive, a sua futura carreira profissional (MASOLA; ALLEVATO, 2016).

Visando à promoção de uma aprendizagem de análise combinatória, em que os estudantes são colocados como protagonistas da construção do seu conhecimento, objetiva-se, por meio deste artigo, analisar as contribuições e limitações da Proposição e Resolução de Problemas como concepções de ensino, em uma prática realizada no Ensino Superior, durante o primeiro semestre do curso de bacharelado em Ciência da Computação.

A análise combinatória apresenta-se como um conteúdo relevante, pois, mesmo que se disponha de fórmulas gerais que se aplicam a certos tipos de problemas, “[...] a solução de um problema de combinatória exige quase sempre engenhosidade e a compreensão plena da situação descrita pelo problema” (MORGADO *et al.*, 1991, p. 2). Desse modo, em busca de oportunizar uma aprendizagem ativa pelos estudantes e o desenvolvimento da compreensão matemática associada ao tema de combinatória, a Proposição e Resolução de Problemas constituem-se como concepções de ensino promissoras, uma vez que “[...] atividades de Proposição de Problemas são geralmente tarefas cognitivamente exigentes com o potencial de fornecer contextos intelectuais para o rico desenvolvimento matemático dos alunos” (SINGER; ELLERTON; CAI, 2015, p. 26, tradução nossa).

Ainda, há de se considerar que “quando os alunos se ocupam de tarefas bem escolhidas baseadas na Resolução de Problemas e se concentram nos métodos de resolução, o que resulta são novas compreensões da Matemática embutida na tarefa” (VAN DE WALLE, 2009, p. 57). Dessa forma, oportuniza-se que os estudantes sejam protagonistas na construção do conhecimento matemático.

Na sequência, reflexões acerca de concepções teóricas a respeito da Proposição e Resolução de Problemas como concepções de ensino são desenvolvidas, bem como a caracterização metodológica da pesquisa, seguida da apresentação de dados, dos resultados



obtidos e de sua discussão com base em produções científicas já efetuadas por demais pesquisadores. Ao fim, apresentam-se as conclusões da investigação realizada.

2. Resolução de Problemas

A Resolução de Problemas, utilizada como uma concepção de ensino de Matemática, vem sofrendo seguidas modificações e interpretações impulsionadas por emergentes e iminentes necessidades da sociedade no âmbito da escolarização e da formação acadêmica. Inicialmente, a justificativa para se resolverem problemas em sala de aula se restringia a ratificar a relevância de determinados conteúdos ensinados. Certamente, esse é um papel importante do processo de resolução de problemas, mas não deve ser o único a ser considerado.

Durante o século XX cultivou-se o interesse por investigar a influência de abordagens distintas na utilização de problemas na aprendizagem de Matemática (ONUCHIC, 1999). Nesse sentido, é possível identificar, com o passar do tempo, ao menos três concepções: (1) ensinar *sobre* resolução de problemas; (2) ensinar Matemática *para* resolver problemas; e (3) ensinar Matemática *via* resolução de problemas (SCHROEDER; LESTER, 1989).

Onuchic (1999) diferencia as três concepções considerando a forma e as relações entre a implementação do problema e a construção do conhecimento. De acordo com a autora, a utilização do conceito de ensinar *sobre* caracteriza a resolução de problemas como um novo tópico a ser abordado nas aulas, no qual o professor apresenta uma sequência de procedimentos para que seja possível sua resolução. Por sua vez, o ensino *para* direciona-se ao ato de ensinar os conteúdos com o propósito de, posteriormente, solucionar os problemas; desse modo, condiciona o processo de resolução ao professor, e o estudante se torna passivo ao esperar instruções a serem seguidas na busca pela solução do problema proposto. Por último, o ensino *via* que consideramos ligado ao que, atualmente, denotamos de “através”, destaca um processo pelo qual será construído o conhecimento, que coloca o problema como uma oportunidade para desenvolver atividades que instigam a construção de novos conhecimentos em sala de aula de maneira gradual, permitindo vislumbrar, durante sua resolução, novos caminhos para desenvolver habilidades e aprendizagens pelos estudantes.

Seguindo a prerrogativa do ensino *via* Resolução de Problemas, constituiu-se a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, a qual Allevalo e Onuchic (2014) sugerem as seguintes etapas a serem consideradas: (1) O professor propõe um problema para os estudantes resolverem; (2) Os estudantes são desafiados a utilizar seus conhecimentos prévios; (3) Os estudantes formam pequenos grupos; (4) O professor incentiva os estudantes e realiza a mediação; (5) Os estudantes resolvem o problema; (6) As resoluções dos estudantes são apresentadas a todos; (7) Realiza-se uma plenária



discutindo as resoluções desenvolvidas; (8) Busca-se um consenso dos processos de resolução dos estudantes; (9) O professor formaliza o conteúdo matemático; (10) São propostos novos problemas para serem resolvidos.

Nesse sentido, salienta-se que o professor que opta por ensinar Matemática através da Resolução de Problemas pode ter a necessidade de adaptar as atividades de modo a cumprir com o conteúdo curricular recomendado a ser ensinado para o ano e nível de ensino em que atua. Desse modo, constata-se a importância de considerar os conhecimentos prévios e habilidades já desenvolvidas dos estudantes ao implementar essa concepção de ensino, permitindo que possam transpor os conteúdos curriculares aos problemas que tenham interesse em resolver durante as aulas (ECHEVERRÍA; POZO, 1998).

Assim sendo, com o objetivo de impulsionar habilidades de transposição de conteúdos matemáticos para a Resolução de Problemas, há a possibilidade de, ainda, permitir ao estudante propor seus próprios problemas e resolvê-los. Nesse sentido, o protagonismo das aulas passa a ser transferido ao estudante, que propõe os problemas, podendo ser direcionados ou não pelo professor (CARPES; CARPES, 2020). Na sequência, apresenta-se as principais concepções relacionadas ao ensino de Matemática por meio da Proposição de Problemas.

3. Proposição de Problemas

A Proposição de Problemas pode ser entendida como uma atividade na qual professores ou estudantes propõem novos problemas para serem resolvidos ou, ainda, os reformulam, podendo constituir-se de três diferentes modos, conforme elencado por Cai e Hwang (2020) em suas investigações: (1) O professor propõe novos problemas para os estudantes resolverem; (2) O professor prediz quais tipos de problemas os estudantes podem propor; (3) O professor sugere que os estudantes elaborem e proponham novos problemas para resolver.

Ainda, Cai e Hwang (2003) sugerem, quando os estudantes elaborarem os problemas, que lhes solicitem que sejam de diferentes níveis de dificuldade, por exemplo, um problema de fácil, médio e difícil resolução. Destaca-se que o nível de dificuldade do problema deve ser considerado pelos estudantes, no sentido de serem problemas fáceis ou difíceis para os próprios estudantes resolverem, respeitando o conhecimento prévio que eles trazem para a aula.

Em relação aos benefícios de se utilizar essa concepção de ensino e aprendizagem em sala de aula, pesquisadores constataram que, atualmente, o campo da Proposição de Problemas ainda é muito diverso e carece de definição e estruturação (SINGER; ELLERTON; CAI, 2013). Contudo, existem pesquisas sendo realizadas na área da Proposição de Problemas que a relacionam com a Resolução de Problemas. Nestes casos, para verificar a aprendizagem dos



estudantes no processo de aprendizagem, os resultados são normalmente avaliados no decorrer do acompanhamento da resolução dos problemas propostos.

Nesse sentido, descobriu-se que o sucesso dos estudantes no processo de resolução de problemas matemáticos está associado às suas habilidades em propor problemas (SINGER; ELLERTON; CAI, 2015), deste modo, apresentando uma relação entre o desenvolvimento das habilidades em propor problemas e, em seguida, resolvê-los. Nesse contexto, ressalta-se que, por meio de atividades em que os estudantes propõem problemas cada vez mais complexos, eles desenvolvem habilidades que lhes permitem se tornar cada vez melhores solucionadores de problemas, ou seja, a Proposição de Problemas torna-se adequada a ser utilizada como concepção de ensino de Matemática aliada à Resolução de Problemas (CAI; JIANG, 2017; CAI, HWANG, 2003, 2020).

Considerando as possibilidades para aperfeiçoar o desenvolvimento da aprendizagem de Matemática dos estudantes ao incluir as duas concepções de ensino, a Proposição de Problemas e a Resolução de Problemas, a presente pesquisa aplicou ambas as abordagens com estudantes do Ensino Superior. Apresenta-se, na sequência, a caracterização metodológica da investigação acompanhada das etapas adotadas no desenvolvimento das atividades.

4. Caracterização Metodológica

A investigação ocorreu durante o primeiro semestre de 2021, envolvendo 56 estudantes matriculados em duas turmas da disciplina de Fundamentos Matemáticos do curso de bacharelado em Ciência da Computação da Universidade Regional de Blumenau, em Santa Catarina, Brasil. Totalizando 12 horas-aula (10 horas-relógio) em cada turma, com três encontros semanais, as atividades foram realizadas de forma síncrona através da plataforma *Microsoft Teams*, ou seja, por meio da modalidade de Ensino Remoto recomendada pela Universidade, tendo em vista as orientações de distanciamento social adotadas em meio à pandemia da COVID-19.

Este estudo caracteriza-se como uma pesquisa empírica, tendo em vista que é “[...] voltada sobretudo para a face experimental e observável dos fenômenos” (DEMO, 1985, p. 25), sendo os dados de natureza qualitativa-quantitativa, pois a interpretação causada pelo uso isolado de uma das abordagens não permitiria, ao estudo, expressar resultados de diversas perspectivas (CRESWELL; CLARK, 2013). A metodologia qualitativa garantiu englobar aspectos subjetivos do fenômeno, em particular neste trabalho, no desenvolvimento das atividades e na interpretação dos fatos acerca dos problemas. Por outro lado, a metodologia quantitativa, por meio de questionários de avaliação da atividade, permitiu dimensionar a opinião do grupo de acadêmicos a respeito da prática de ensino desenvolvida (KAUARK; MANHÃES; MEDEIROS, 2010).



No que diz respeito aos procedimentos adotados, constitui-se como uma investigação-ação, sendo “[...] realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo” (KAUARK; MANHÃES; MEDEIROS, 2010, p. 28). A coleta de dados foi realizada por meio de três modalidades de registro: diário de campo, documentos (apresentação dos problemas propostos e registro das suas resoluções) e gravações audiovisuais das aulas. Desse modo, a pesquisa pôde ser desenvolvida e registrada, oportunizando a análise dos dados e, conseqüentemente, a construção de resultados.

Em relação às etapas de desenvolvimento da pesquisa com os estudantes, no sentido de considerar ambas as concepções de ensino, a Proposição de Problemas e a Resolução de Problemas, estabeleceram-se da seguinte forma: nas duas primeiras etapas, consideraram-se as concepções da Proposição de Problemas estabelecidas por Cai e Hwang (2020). Já as etapas seguintes, foram adaptadas da Resolução de Problemas definidas por Allevato e Onuchic (2014). Na seqüência constam as etapas adotadas nesta pesquisa:

1. O professor definiu um contexto do problema (jogos computacionais) e um contexto matemático em que o problema deveria estar inserido (análise combinatória);
2. O professor sugeriu que os estudantes realizassem a proposição de dois problemas (fácil e difícil) dentro do contexto do problema e do conteúdo matemático definido inicialmente;
3. Os estudantes formaram pequenos grupos;
4. O professor incentivou os estudantes e realizou a mediação;
5. Os estudantes resolveram os problemas por eles propostos;
6. As resoluções dos estudantes foram apresentadas a todos;
7. Realizou-se uma plenária discutindo as resoluções;
8. Buscou-se um consenso dos processos de resolução dos estudantes;
9. O professor formalizou o conteúdo matemático.

Para o desenvolvimento da pesquisa foi apresentada a atividade aos estudantes no primeiro encontro, no qual foi sugerido que, organizados em pequenos grupos, desenvolvessem um jogo computacional em que estivessem presentes dois problemas associados ao conteúdo matemático de análise combinatória. Contudo, destaca-se que os estudantes foram orientados a propor problemas que remetam a situações em que há a possibilidade de se realizar diferentes combinações ou agrupamentos de itens, sem fazer referência direta ao tema de análise combinatória, tendo em vista a abordagem de ensino desta investigação que realiza a formalização dos conceitos associados ao conteúdo matemático após a resolução dos problemas pelos estudantes. Ainda, inicialmente foram apresentados três exemplos de jogos já



desenvolvidos por meio da plataforma *Scratch*, como uma sugestão do tipo de recurso computacional que eles poderiam utilizar para a realização da atividade.

Os dois problemas a serem propostos pelos estudantes deveriam constituir-se de um problema de fácil resolução e outro problema de difícil resolução, ambos associados ao contexto do jogo computacional desenvolvido. Salienta-se que já foram realizadas pesquisas que obtiveram resultados positivos quanto a essa forma da proposição de problemas pelos estudantes, associada à dificuldade em sua resolução, conforme mencionado por Cai e Hwang (2003) em suas investigações. Após a apresentação dos exemplos, os estudantes reuniram-se em salas virtuais para propor seus próprios problemas matemáticos, conforme solicitado, associando-os ao jogo e finalizando as atividades desenvolvidas no primeiro encontro.

No segundo encontro, as equipes, constituídas pelos mesmos estudantes que integraram os pequenos grupos proponentes dos problemas, jogaram os jogos desenvolvidos por outras equipes e resolveram os problemas propostos no contexto desses jogos, com o professor realizando a mediação entre as equipes. Na sequência, os estudantes apresentaram os jogos e as suas resoluções para a turma em forma de plenária, realizando a discussão das resoluções em busca de um consenso sobre os processos de resolução e as soluções obtidas pelos estudantes.

Por último, no terceiro encontro, realizou-se a formalização do conteúdo pelo professor, de modo a fornecer aos estudantes os aspectos matemáticos formais da análise combinatória, utilizando fórmulas como modo de generalizar as estratégias de resolução dos problemas propostos.

Na próxima seção, apresentam-se os resultados obtidos durante a pesquisa e sua discussão, cujos dados foram analisados com base nos seguintes critérios:

1. Proposição dos problemas – tipo de plataforma utilizada, contexto do jogo e contexto matemático do problema;
2. Resolução dos problemas – utilização de fórmulas, desenvolvimento do raciocínio lógico e do pensamento matemático dos estudantes;
3. Avaliação dos estudantes – nível de satisfação quanto à realização da atividade, habilidades desenvolvidas e sugestões por eles mencionadas.

Nesse espectro de análises desenvolvidas, a discussão faz uma interlocução com demais produções científicas já realizadas por autores da área e com os resultados por eles elencados, juntamente aos obtidos por meio desta pesquisa, de modo a proporcionar a comprovação empírica e científica e/ou ampliar e aprofundar as investigações quanto à análise das contribuições e limitações da Proposição e Resolução de Problemas como concepções de ensino para a aprendizagem de Matemática com estudantes do Ensino Superior.



5. Resultados e Discussão

No primeiro encontro, foram formadas quinze equipes de dois a quatro estudantes, cada, as quais tiveram que desenvolver um jogo computacional e propor dois problemas associados ao contexto de análise combinatória, conforme definido previamente, sendo que os problemas eram propostos dentro deste jogo criado. Assim sendo, doze equipes utilizaram a mesma plataforma apresentada pelo professor como exemplo para o desenvolvimento de jogos, *Scratch*, enquanto três equipes utilizaram-se de conhecimentos prévios em diferentes tipos de programação de jogos computacionais, constituídos a partir de sua experiência com a futura área de atuação profissional. Sendo assim, durante a atividade de desenvolvimento dos jogos, verificou-se que a oportunidade de utilizar as habilidades e conhecimentos prévios se revelou como uma possibilidade, além das esperadas pelo professor ao sugerir que os estudantes desenvolvessem jogos e propusessem seus próprios problemas a serem resolvidos.

Sobre os contextos dos problemas propostos pelos estudantes, resolvidos pelos colegas durante o segundo encontro, verificou-se que muitos envolveram situações conectadas a temas de seu interesse, desde atividades realizadas em seu dia a dia, como transporte e alimentação, até situações associadas a entretenimento, tais como esportes e jogos eletrônicos. Esses aspectos, conforme já descrito em pesquisas anteriores, sugerem que quando os problemas são propostos pelos estudantes, estes são propensos a conectar a Matemática presente no problema aos temas de seu interesse pessoal (ANDREATTA; ALLEVATO, 2020; SINGER; ELLERTON; CAI, 2015).

Tratando da interface e da apresentação dos problemas no contexto dos jogos, pode-se verificar a diversidade em tipos de jogos desenvolvidos e de contextos nos quais os problemas estavam presentes, além das diversas formas de interação com o jogador que foram requisitadas, podendo ocorrer pela utilização do teclado ou do *mouse*, inserindo informações ou selecionando opções na tela do jogo. A Figura 1 apresenta dois jogos no contexto de venda de alimentos, em que um problema não possui alternativas de resposta, mas o outro possui esse recurso.



Figura 1 – Jogos de alimentos: Equipe 6 (esquerda); Equipe 8 (direita)

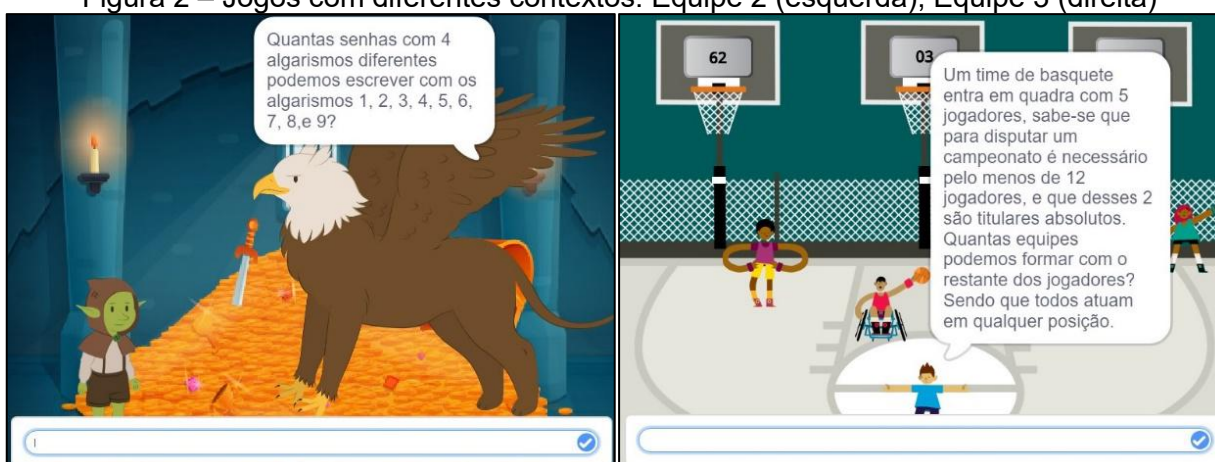


Fonte: Acervo de pesquisa (2021).

Em relação ao contexto matemático presente nos problemas, todos os problemas propostos pelos estudantes se constituíram em problemas possíveis de serem resolvidos, além de todos abordarem a análise combinatória, oportunizando que o currículo matemático exigido na ementa da disciplina tenha sido efetivado. De acordo com Silver (2013), a Proposição de Problemas pelos estudantes pode ser vista como um meio de alcançar objetivos curriculares importantes, especialmente aqueles relacionados ao raciocínio e à resolução de problemas matemáticos.

Na Figura 2 pode-se visualizar que as equipes trouxeram diferentes contextos de problemas, apesar de todos abordarem o mesmo contexto matemático definido inicialmente. Enquanto o contexto do problema da Equipe 2 abordou o tema de senhas, a Equipe 3 trouxe o tema esportes inserido em seu contexto ao propor um problema associado à formação de times de basquete.

Figura 2 – Jogos com diferentes contextos: Equipe 2 (esquerda); Equipe 3 (direita)



Fonte: Acervo de pesquisa (2021).



Ao considerar que algumas equipes desenvolveram seus jogos utilizando conhecimentos prévios que possuíam sobre outras plataformas, também se constata, por meio desta investigação, que a Proposição de Problemas, quando realizada pelos estudantes, pode revelar conhecimentos e habilidades úteis que vão além do previsto e exigido pelo professor no momento da sugestão de realização da atividade. Desse modo, a Figura 3 apresenta dois jogos desenvolvidos por meio de outras plataformas, ou seja, plataformas distintas da apresentada pelo professor durante a apresentação de exemplos.

De modo geral, quanto à proposição dos problemas pelos estudantes, percebeu-se que, de acordo com resultados de pesquisas já realizadas com outro público-alvo, a Proposição de Problemas muitas vezes exige que o propositor do problema vá além dos procedimentos de resolução de problemas para refletir sobre a estrutura mais ampla do problema em si e sobre o objetivo da atividade proposta pelo professor, apresentando uma área repleta de possibilidades para serem desenvolvidas em sala de aula (CAI *et al.*, 2013; DUARTE, 2020).

Figura 3 – Jogos desenvolvidos em plataformas distintas: Equipe 1 (esquerda); Equipe 7 (direita)



Fonte: Acervo de pesquisa (2021).

Considerando a resolução dos problemas propostos pelos estudantes, verificou-se que em alguns problemas eles pesquisaram pelo tema e utilizaram fórmulas estudadas durante o Ensino Médio para realizar a resolução, enquanto que, para outros, perceberam que um certo raciocínio lógico poderia ser utilizado a fim de proporcionar a resolução do problema. Desse modo, conforme constatado em pesquisas anteriores associadas ao pensamento matemático (SCHOENFELD, 1992), a forma de abordagem das atividades nessa concepção de ensino de Matemática por meio da resolução de problemas pode contribuir para a construção de uma comunidade matemática em sala de aula, ao promover o desenvolvimento do pensamento matemático dos estudantes durante a sua interação com os demais colegas e com o professor, ao mesmo tempo em que praticam o seu raciocínio lógico ao longo da resolução dos problemas.



A Figura 4 apresenta duas resoluções que exemplificam esses casos de utilização de uma fórmula e do raciocínio lógico durante a resolução dos problemas na qual constam os problemas em questão, a saber:

1. Resolvido pela fórmula: Você é um técnico de um time amador de vôlei e precisa organizar seus jogadores para o próximo torneio que acontecerá daqui a um mês. Seu time é composto de 12 jogadores que jogam em qualquer posição, dos quais 6 jogam na linha. Qual é a quantidade de combinações possíveis de jogadores na linha?
2. Resolvido por lógica: Sabendo que participarão 5 times no torneio de vôlei, além do seu, quantas são as formas dos times se enfrentarem?

Figura 4 – Exemplos de resolução

Resolvido por meio da fórmula de combinação	
$C_{12,6} = n! / p! (n - p)!$	
$C_{12,6} = 12! / 6! * 6!$	
$C_{12,6} = 12 * 11 * 10 * 9 * 8 * 7 * 6! / 6! * 6!$	
$C_{12,6} = 12 * 11 * 10 * 9 * 8 * 7 / 6 * 5 * 4 * 3 * 2 * 1$	
$C_{12,6} = 665.280 / 720$	
$C_{12,6} = 924$ combinações possíveis de jogadores na linha	
Resolvido por meio da lógica:	
Time 6 pode jogar com os times 5,4,3,2,1, sem repetições =	5 possibilidades
Time 5 pode jogar com os times 4,3,2,1, sem repetições =	4 possibilidades
Time 4 pode jogar com os times 3,2,1, sem repetições =	3 possibilidades +
Time 3 pode jogar com os times 2,1, sem repetições =	2 possibilidades
Time 2 pode jogar com o time 1, sem repetições =	1 possibilidade
Time 1 joga com todos acima, sem repetições.	----- 15 possibilidades

Fonte: Acervo de pesquisa (2021).

Ainda, na Figura 5 pode-se visualizar a construção do princípio aditivo da contagem, utilizado como um dos modos de se resolver um problema de análise combinatória, que teve a resolução desenvolvida mesmo sem ter a explicação desse conteúdo matemático pelo professor, constatando que os estudantes são capazes de desenvolver seu pensamento matemático de forma ativa em conjunto com os colegas, com o professor mediando o processo de aprendizagem, constituindo-se uma comunidade de praticantes de Matemática. Desse modo, contribui-se para a sugestão de que a Matemática “[...] deve ser ensinada como forma de incentivo para a investigação lógica do estudante” (ONUHCIC *et al.*, 2017, p. 234), ou seja, promove-se a construção de conhecimentos matemáticos pelos estudantes enquanto estes estão *fazendo matemática*.



Figura 5 – Construção do princípio aditivo da contagem

Dadas todas as opções de casquinhas, sabores de sorvete e adicionais, quantos tipos diferentes de sorvete eu posso pedir?	C - Banana - Canudo C - Baunilha - Canudo C - Limão - Canudo C - Morango - Canudo
Duas casquinhas, dois adicionais e 4 sabores:	C - Banana - Granulado e Canudo C - Baunilha - Granulado e Canudo C - Limão - Granulado e Canudo C - Morango - Granulado e Canudo
C - Banana C - Baunilha C - Limão C - Morango	* O mesmo para a outra casquinha
C - Banana - Granulado C - Baunilha - Granulado C - Limão - Granulado C - Morango - Granulado	2! = casquinhas 3! = adicionais + nenhum 4! = sabores 2! + 3! + 4! = 32

Fonte: Acervo de pesquisa (2021).

No decorrer do terceiro encontro verificou-se que, por meio dos próprios problemas propostos pelos estudantes, a formalização do conteúdo proporcionou o cumprimento do currículo exigido pela ementa da disciplina de Fundamentos Matemáticos, utilizando a Proposição e Resolução de Problemas como concepções de ensino de Matemática no âmbito do Ensino Superior, em um curso de graduação em bacharelado em Ciência da Computação.

Portanto, destaca-se que por meio da proposição de problemas, quando realizada pelos estudantes, permite que o ensino formal dos conteúdos matemáticos seja realizado de modo a considerar os conhecimentos prévios dos estudantes, bem como proporciona que a sua aprendizagem possa ser desenvolvida durante sua participação nas atividades da Resolução de Problemas. A Figura 6 apresenta uma parte da formalização do conteúdo de análise combinatória realizada ao longo do terceiro encontro, por meio da modalidade virtual, fazendo o uso da plataforma *Microsoft Teams*.

Figura 6 – Formalização do conteúdo

1.3 Permutação com repetição

A permutação de n elementos dos quais α é um tipo, β é outro e γ é outro, com $\alpha + \beta + \gamma = n$, é dada por:

$$P_n^{\alpha, \beta, \gamma} = \frac{n!}{\alpha! \beta! \gamma!}$$

ANA $\Rightarrow 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$

ANA
AAN
NAA } 3P

PROBLEMA DA EQUIPE 9: Com a palavra ARARA, quantos anagramas podem ser formados?

A $\rightarrow 3 \times$
R $\rightarrow 2 \times$

5 4 3 2 1
A
R
A
R
A

$$\frac{5!}{3! 2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{3! \cdot 2 \cdot 1} = \frac{20}{2} = 10p$$

Fonte: Acervo de pesquisa (2021).



Sobre a Resolução de Problemas percebeu-se que, quando esta é utilizada como concepção de ensino de Matemática, ou seja, como um meio e não um fim, oportuniza aos estudantes que desenvolvam sua compreensão do conteúdo matemático ao associá-lo com o contexto dos problemas por eles propostos e com seus conhecimentos prévios, pois a compreensão pode ser definida como “[...] uma medida da qualidade e da quantidade de conexões que uma ideia tem com as já existentes” (VAN DE WALLE, 2009, p. 45).

De modo geral, quanto à Proposição e Resolução de Problemas, constatou-se serem concepções de ensino de Matemática que proporcionam a identificação do desenvolvimento de diversas habilidades pelos estudantes durante as atividades realizadas. Nesse sentido, por meio de um questionário, 90% dos estudantes identificaram o raciocínio lógico como uma habilidade desenvolvida, 88% deles afirmaram terem desenvolvido a criatividade e 85% dos estudantes constataram terem desenvolvido a habilidade em resolver problemas.

Ainda, verificou-se o nível de satisfação dos estudantes ao fim da atividade proposta, no qual, considerando uma escala de satisfação que abrange o valor zero como nem um pouco satisfeito e 10 como totalmente satisfeito. Nesse contexto, os estudantes avaliaram o seu nível de satisfação com um valor médio de 9,15, ou seja, obteve-se um alto índice de satisfação pela realização das atividades de proposição de problemas.

Destaca-se, ainda, que 17% dos estudantes sugeriram que em uma futura utilização dessas mesmas concepções de ensino seja disponibilizado mais tempo para o desenvolvimento dos jogos, mesmo lhes tendo sido concedida uma semana, após a finalização das atividades em aula, para concluírem a programação computacional. Consideramos que isso poderia vir a direcionar próximas aulas e atividades futuras como modo de dar continuidade ao processo de propor problemas, apresentando, por exemplo, a possibilidade de os estudantes aprimorarem os problemas.

A Figura 7 apresenta a transcrição de alguns comentários realizados pelos estudantes durante a avaliação da atividade, informando algumas concepções que estes obtiveram a respeito da prática de ensino realizada.



Figura 7 – Comentários dos estudantes

<p>Estudante A</p> <p>"Achei muito legal esse trabalho, pois criar um jogo tem muito haver com a faculdade que estamos fazendo, desde o trabalho em grupo, como raciocínio lógico, programação e até mesmo o encaixe do conteúdo estudado com os demais. Adorei o trabalho!"</p>
<p>Estudante B</p> <p>"[...] a interação entre a disciplina e a área de atuação dos alunos agrega muito valor"</p>
<p>Estudante C</p> <p>"[...] espero realmente que tenha mais atividades voltadas a programadores, sou um aluno que já está finalizando a faculdade, voltei para fazer essa matéria e a professora me surpreendeu com essa atividade, achei legal a associação dos conteúdos"</p>
<p>Estudante D</p> <p>"Achei desafiadora, por nem apresentar o conteúdo e sim fazer a gente pensar nele"</p>

Fonte: Acervo de pesquisa (2021).

Por último, ratificamos que as concepções de ensino de Matemática por meio da Proposição e Resolução de Problemas permitiram desenvolver habilidades associadas à aprendizagem matemática, à criatividade e a outras habilidades específicas relacionadas ao contexto do próprio estudante. Nesse sentido, ao sugerir que os estudantes proponham e resolvam seus próprios problemas, constitui-se em sala de aula uma possibilidade emergente de pesquisa no âmbito do ensino de Matemática, que eleva a Proposição de Problemas e a Resolução de Problemas a um patamar ainda mais alto no que se refere ao desenvolvimento da compreensão matemática do estudante e às contribuições para a sua aprendizagem.

6. Considerações Finais

Com o intuito de analisar contribuições da Proposição e Resolução de Problemas como concepções de ensino, a prática educativa realizada com estudantes do Ensino Superior visou à compreensão e formalização do conteúdo de análise combinatória a partir da proposição de problemas pelos estudantes em um ambiente de jogo computacional.

O desenvolvimento das atividades para esta pesquisa oportunizou que a aprendizagem fosse realizada de forma ativa pelos estudantes, bem como proporcionou o desenvolvimento da compreensão matemática associada ao tema de análise combinatória, elencando contribuições da Proposição e Resolução de Problemas como concepções de ensino de Matemática. Essa perspectiva contribuiu para o desenvolvimento da aprendizagem de Matemática de forma ativa



pelos estudantes, apresentando atividades possíveis de serem desenvolvidas no Ensino Superior que proporcionam aos estudantes serem os protagonistas na construção do seu conhecimento matemático ao proporem seus próprios problemas para resolver.

Sobre as sugestões apresentadas para o aperfeiçoamento da prática de ensino, considerando suas limitações, verificou-se que os estudantes observaram a necessidade de ampliação do tempo para aperfeiçoar os seus jogos e problemas, apresentando, assim, uma possibilidade para dar continuidade em um processo de aprimoramento dos problemas, contribuindo, desta forma, para o aperfeiçoamento e desenvolvimento do conhecimento matemático dos estudantes em um processo de aprendizagem contínua, melhorando também o processo de escrita.

Por fim, a pesquisa abordou possibilidades de ensino e de aprendizagem de Matemática a serem investigadas em futuras pesquisas e práticas de ensino, que permitem aos estudantes serem os protagonistas da construção do seu conhecimento matemático ao propor e resolver seus próprios problemas, oportunizando o aperfeiçoamento de diversas habilidades, indo além do desenvolvimento exclusivo do pensamento matemático relacionado ao conteúdo abordado, ao permitir que os estudantes lancem mão das habilidades que já possuem e utilizem seus conhecimentos prévios, oriundos de suas vivências e contextos pessoais.

Referências

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: Por que através da Resolução de Problemas? *In*: ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. (org). **Resolução de problemas**: teoria e prática. Jundiaí, SP: Paco Editorial, 2014.

ANDREATTA, C.; ALLEVATO, N. S. G. Aprendizagem matemática através da elaboração de problemas em uma escola comunitária rural. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros, v. 4, n. 10, p. 1-23, 14 abr. 2020. DOI: <https://doi.org/10.24116/emd.e202013>.

CAI, J.; HWANG, S. A Perspective for Examining the Link between Problem Posing and Problem Solving. **International Group for the Psychology of Mathematics Education**, Paderborn, v. 3, p. 103-110, 2003. Disponível em: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED501014.pdf>. Acesso em: 20 dez. 2021.

CAI, J.; HWANG, S. Learning to teach through mathematical problem posing: Theoretical considerations, methodology, and directions for future research. **Elsevier: International Journal of Educational Research**, [s. l.], v. 102, p. 101391, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2019.01.001>.

CAI, J.; JIANG, C. An Analysis of Problem-Posing Tasks in Chinese and US Elementary Mathematics Textbooks. **International Journal of Science and Mathematics Education**, [s. l.], v. 15, p. 1521-1540, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10763-016-9758-2>.



- CAI, J.; MOYER, J. C.; WANG, N.; HWANG, S.; NIE, B.; GARBER, T. Mathematical problem posing as a measure of curricular effect on students' learning. **Educational Studies in Mathematics**, [s. l.], v. 83, n. 1, p. 57-69, 2013. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10649-012-9429-3>.
- CARPES, P. P. G.; CARPES, C. Q. Criar e resolver problemas: habilidades para serem mobilizadas com licenciandos em Matemática. **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática**, Bento Gonçalves, v. 6, n. 2, p. e2008, 2020. DOI: <https://doi.org/10.35819/remat2020v6i2id4224>.
- CRESWELL, J. W.; CLARK, V. L. P. **Pesquisa de métodos mistos**. 2. ed. Porto Alegre, RS: Penso, 2013.
- DEMO, P. **Introdução à metodologia da ciência**. 2. ed. São Paulo, SP: Atlas, 1985.
- DUARTE, E. M. **O desenvolvimento de jogos educacionais digitais sob a perspectiva da formulação de problemas e a aprendizagem no ensino superior**. Orientadora: Norma Suely Gomes Allevato. 2020. 245 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2020.
- ECHEVERRÍA, M. P. P.; POZO, J. I. Aprender a Resolver Problemas e Resolver Problemas para Aprender. In: POZO, J. I. (org.). **A Solução de Problemas: Aprender a Resolver Problemas e resolver para Aprender**. Porto Alegre, RS: Artmed, 1998.
- KAUARK, F.; MANHÃES, F. C.; MEDEIROS, C. H. **Metodologia da pesquisa: guia prático**. Itabuna, BA: Via Litterarum, 2010.
- MASOLA, W. J.; ALLEVATO, N. S. G. Dificuldades de aprendizagem Matemática de alunos ingressantes na educação superior. **Revista Brasileira de Ensino Superior**, Passo Fundo, v. 2, n. 1, p. 64-74, 2016. DOI: <https://doi.org/10.18256/2447-3944/rebes.v2n1p64-74>.
- MORGADO, A. C. O.; CARVALHO, J. B. P.; CARVALHO, B. C. P.; FERNANDEZ, P. **Análise combinatória e probabilidade**. Rio de Janeiro, RJ: Graffex, 1991.
- ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (org.). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas**. São Paulo, SP: Editora UNESP, 1999. p. 199-218.
- ONUCHIC, L. R.; LEAL JUNIOR, L. C.; PIRONEL, M. (org.). **Perspectivas para Resolução de Problemas**. São Paulo: Livraria da Física, 2017.
- PACHECO, M. B.; ANDREIS, G. da S. L. Causas das dificuldades de aprendizagem em Matemática: percepção de professores e estudantes do 3º ano do Ensino Médio. **Revista Principia**, João Pessoa, n. 38, p. 105-119, 2018. DOI: <http://dx.doi.org/10.18265/1517-03062015v1n38p105-119>.
- SCHOENFELD, A. H. Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In: GROUWS, D. A. **Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning**. New York: MacMillan, 1992.
- SCHROEDER, T. L.; LESTER, F. K. Developing understanding in mathematics via problem solving. In: Trafton, P. R.; Shulte, A. P. **New directions for elementary school mathematics**. Reston: NCTM, 1989.



SILVER, E. A. Problem-posing research in mathematics education: looking back, looking around, and looking ahead. **Educational Studies in Mathematics**, [s. l.], v. 83, p. 157-162, 2013. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10649-013-9477-3>.

SINGER, F. M., ELLERTON, N.; CAI, J. Problem-posing research in mathematics education: new questions and directions. **Educational Studies in Mathematics**, [s. l.], v. 83, p. 1-7, 2013. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10649-013-9478-2>.

SINGER, F. M.; ELLERTON, N. F.; CAI, J. **Mathematical Problem Posing: From Research to Effective Practice**. New York: Springer, 2015.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. 6. ed. Porto Alegre, RS: Artmed, 2009.

Agradecimentos

Agradecimentos ao Programa UNIEDU/FUMDES – Pós-Graduação (Programa de Bolsas Universitárias de Santa Catarina/Fundo de Apoio à Manutenção e ao Desenvolvimento da Educação Superior) pela concessão da Bolsa de Pesquisa à Leonardo Cristiano Gieseler e Bruno Schneider, que muito têm auxiliado a realizar nossas pesquisas.

