

Resolução de problemas em Educação Matemática e o desenvolvimento de habilidades de pensamento de ordem superior¹

Problem solving in Mathematics Education and the development of higher order thinking skills

Resolución de problemas en Educación Matemática y desarrollo de habilidades de pensamiento de orden superior

Gilberto Vieira²

Centro de Inovação e Tecnologias Educacionais da Prefeitura Municipal de São José dos Campos (CITE-SJC-SP), São José dos Campos, SP, Brasil

 <https://orcid.org/0000-0002-7943-4113>,  <http://lattes.cnpq.br/9084160392335878>

Norma Suely Gomes Allevalo³

Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL), São Paulo, SP, Brasil

 <https://orcid.org/0000-0001-6892-606X>,  <http://lattes.cnpq.br/9614794595123496>

Resumo: Neste artigo buscou-se explorar a relação entre resolução de problemas em Educação Matemática e o desenvolvimento de habilidades de pensamento de ordem superior. Para tanto, conceituou-se o que são habilidades de pensamento de ordem superior e como elas podem ser desenvolvidas nas aulas de Matemática a partir da abordagem da resolução de problemas. Para ilustrar como o trabalho com resolução de problemas pode colaborar para com o desenvolvimento dessas habilidades foram apresentadas duas situações propostas e realizadas no âmbito da sala de aula. Trata-se de dados de pesquisas realizadas com alunos de sexto e oitavo anos do Ensino Fundamental, que utilizaram a resolução de problemas como estratégia de aprendizagem. O artigo é um estudo qualitativo, de natureza descritiva/interpretativa, que utilizou procedimentos de Análise Textual Discursiva no tratamento dos dados, que consistem na resolução escrita (e/ou desenhada) dos problemas propostos aos alunos. Evidenciou-se que a resolução de problemas pode contribuir para o desenvolvimento de habilidades de pensamento de ordem superior, como a conversão de registros (escritos-visuais), a comparação de diferentes afirmações, a elaboração de justificativas e provas, a comunicação matemática e o desenvolvimento do pensamento criativo, e que o tipo de problema a ser trabalhado é um fator que pode contribuir decisivamente para o sucesso da proposta.

Palavras-chave: criatividade; pensamento matemático; tarefas intelectualmente exigentes; pensamento criativo.

Abstract: This research paper aims at exploring the relationship between problem solving in Mathematics Education and the development of higher order thinking skills. Therefore, it was conceptualized what higher-order thinking skills are and how they can be developed in Mathematics classes based on the problem-solving approach. In order to illustrate how problem-solving approach can contribute to the development of these skills, two situations were carried out in the classroom. It is about a research conducted with sixth and eighth grade students attending elementary schools who used problem-solving skills as a learning strategy. This is a descriptive–interpretive qualitative research method, which used Discourse Textual Analysis procedures in the treatment of data, which consider the written (and/or drawn) resolution of the problems

¹ Artigo apresentado no I Simpósio de Resolução de Problemas na Educação Matemática (I SiRPEM), da Universidade Estadual de Maringá, Maringá, Paraná, realizado nos dias 29 e 30 de julho de 2021.

² **Currículo sucinto:** Licenciado em Matemática pela Universidade do Vale do Paraíba (UNIVAP), Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL), Doutor em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL), docente do Centro de Inovação e Tecnologias Educacionais da Prefeitura Municipal de São José dos Campos (CITE-SJC-SP). **Contribuição de autoria:** Administração do Projeto, Conceituação, Escrita – Primeira Redação, Escrita – Revisão e Edição. **E-mail:** gilbertoeducador@yahoo.com.br.

³ **Currículo sucinto:** Licenciada e Bacharel em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL), Mestre em Matemática Pura pela Universidade Estadual de Londrina (UEL), Doutora em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP), docente e pesquisadora do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul. **Contribuição de autoria:** Supervisão. **E-mail:** normallev@gmail.com.



proposed to the students. It was evident that problem-solving approach can contribute to the development of higher order thinking skills, such as the conversion of records (written-visual), the comparison of different statements, the elaboration of justifications and proofs, mathematical communication and the creative thinking development. Likewise, the type of problem to be worked on is a factor that can decisively contribute to the success of the proposal.

Keywords: creativity; mathematical thinking; intellectually demanding tasks; creative thinking.

Resumen: Este artículo busca explorar la relación entre la resolución de problemas en Educación Matemática y el desarrollo de habilidades de pensamiento de orden superior. Por lo tanto, se conceptualizó qué son las habilidades de pensamiento de orden superior y cómo se pueden desarrollar en las clases de Matemáticas desde el enfoque de resolución de problemas. Para ilustrar cómo el trabajo de resolución de problemas puede contribuir al desarrollo de estas habilidades, se presentaron dos situaciones propuestas y llevadas a cabo en el aula. Estos son datos de una investigación realizada con alumnos de sexto y octavo curso de la primaria, que utilizaron la resolución de problemas como estrategia de aprendizaje. El artículo es un estudio cualitativo, de carácter descriptivo/interpretativo, que utilizó procedimientos de Análisis Textual Discursivo en el tratamiento de datos, que consisten en la resolución escrita (y/o dibujada) de los problemas propuestos a los estudiantes. Se ha evidenciado que la resolución de problemas puede contribuir al desarrollo de habilidades de pensamiento de orden superior, como la conversión de registros (escrito-visual), la comparación de diferentes afirmaciones, la elaboración de justificaciones y pruebas, la comunicación matemática y el desarrollo del pensamiento creativo, y que el tipo de problema a trabajar es un factor que puede contribuir decisivamente al éxito de la propuesta.

Palabras clave: creatividad; pensamiento matemático; tareas intelectualmente exigentes; pensamiento creativo.

Data de submissão: 19 de setembro de 2021.

Data de aprovação: 6 de outubro de 2021.

1. Introdução

Resolução de problemas é uma expressão abrangente que pode ser utilizada em diversos contextos e com diferentes significados. Neste artigo, a resolução de problemas será tratada no contexto da Educação Matemática, mais especificamente, considerando-a como uma abordagem para o ensino de Matemática.

Historicamente, a resolução de problemas está estreitamente relacionada ao desenvolvimento da Matemática, seja por meio de problemas de natureza prática relacionados ao cotidiano das pessoas, como, por exemplo, os problemas de demarcação de terras após as enchentes à beira do Rio Nilo, no Egito; ou por problemas inseridos no próprio contexto da Matemática, como os três problemas clássicos da Antiguidade (quadratura do círculo, duplicação do cubo e trissecção do ângulo) que, milhares de anos depois, se revelaram impossíveis de serem resolvidos apenas com régua e compasso (BOYER, 2001). De qualquer modo, foi motivado pela resolução de problemas que se deu grande parte do desenvolvimento da Matemática.

No âmbito educacional, a resolução de problemas constitui-se como teoria a partir dos estudos do matemático e pesquisador George Polya e tem como marco referencial o livro



intitulado *How to solve it: a new aspect of mathematical method*¹ (POLYA, 1945). As ideias apresentadas por Polya exerceram forte influência em estudiosos que começavam a dedicar suas pesquisas ao ensino e à aprendizagem de Matemática.

Polya, para alguns, pode não ter sido o pioneiro a trabalhar com resolução de problemas. Entretanto, a história mostra que uma visão mais profunda e mais compreensiva da resolução de problemas nos currículos escolares de Matemática só foi possível a partir de seus estudos e escritos (ONUCHIC; MORAIS, 2014, p. 24).

Apesar da influência dos apontamentos de Polya com relação à resolução de problemas no ensino de Matemática, especialmente relacionados aos processos heurísticos envolvidos na dinâmica de resolução de um problema, com o advento da Matemática Moderna, nos anos 1960, as discussões acerca da resolução de problemas perderam força. Mas, com o declínio da Matemática Moderna na década de 1970, os trabalhos e pesquisas envolvendo resolução de problemas no ensino de Matemática ressurgiram com vigor, constituindo-se em um campo específico de estudos. Cabe aqui destacar a construção de diferentes compreensões sobre o trabalho com resolução de problemas em sala de aula: (1) o ensino sobre resolução de problemas, (2) o ensino para a resolução de problemas e (3) o ensino através da resolução de problemas. Tais compreensões coexistem e se fazem perceber até os dias de hoje, já tendo sido objeto de estudo e análise em diversas pesquisas e trabalhos (ALLEVATO, 2005; ALLEVATO; ONUCHIC, 2009; ONUCHIC; ALLEVATO, 2011).

Das ideias de Polya até os dias de hoje, muitas nuances, possibilidades e avanços foram observados nos estudos, nas pesquisas e nas práticas em resolução de problemas no ensino de Matemática, tanto do ponto de vista acadêmico, na formulação e no desenvolvimento de uma teoria da resolução de problemas na Educação Matemática, como do ponto de vista prático, como abordagem metodológica em sala de aula. Entretanto, os estudos envolvendo essa temática são bastante dinâmicos e multifacetados, sempre possibilitando a construção de novas perspectivas de trabalho.

Assim, considerando a existência de diferentes perspectivas e aportes teóricos relativos à resolução de problemas no ensino de Matemática, nos dispomos, uma vez mais, a discorrer sobre essa temática, pois, como diversas pesquisas apontam, trata-se de um campo fértil que permite que muitas pesquisas se desenvolvam e, a partir dela, engendrem ideias, articulem pensamentos e produzam conhecimentos de forma efetiva para a prática e na prática de sala de aula, que é o cenário onde a resolução de problemas ganha vida. (ONUCHIC; LEAL JUNIOR; PIRONEL, 2017, p. 14).

¹ Título em Português: A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.



Nesse sentido, acreditamos que um aspecto que merece ser mais amplamente explorado é a relação entre resolução de problemas em Educação Matemática e o desenvolvimento de habilidades de pensamento de ordem superior. Pretendemos, neste artigo, apresentar o que são as habilidades de pensamento de ordem superior e discutir uma possibilidade de desenvolvimento dessas habilidades, qual seja, a partir do trabalho com resolução de problemas nas aulas de Matemática.

Trata-se de um trabalho em que buscamos nos apoiar em autores nacionais e internacionais que apresentam pesquisas consolidadas sobre o tema para subsidiar nossas considerações em situações didáticas e de aprendizagem ocorridas em sala de aula no decurso de pesquisas envolvendo a temática da resolução de problemas.

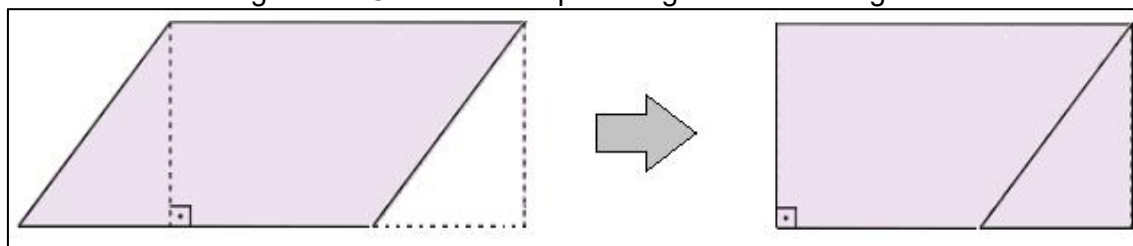
2. Das habilidades de pensamento de ordem superior à resolução de problemas

As habilidades de pensamento de ordem superior são aquelas envolvendo processos cognitivos tais como análise, avaliação e síntese, resultando na construção de novos conhecimentos. A ideia central de classificar determinadas habilidades de pensamento como de ordem superior reside no reconhecimento de que alguns modelos de aprendizagem exigem processos cognitivos mais complexos do que outros.

Segundo Lewis e Smith (1993), o pensamento de ordem superior ocorre quando uma pessoa inter-relaciona novas informações com informações já armazenadas na memória, reorganiza essas informações e as utiliza para atingir um determinado objetivo ou encontrar possíveis respostas para novas situações. Trata-se de um aspecto abrangente que reúne características da resolução de problemas e do pensamento crítico, levando em consideração aportes teóricos dos campos da Filosofia e da Psicologia. Para os autores, as habilidades de pensamento de ordem superior envolvem a realização de conjecturas, a análise de evidências, a construção de argumentos, a realização de inferências para além do que é explicitamente apresentado, a construção de representações e o estabelecimento de relações. Contrastando com habilidades de pensamento menos complexas, que exigem apenas a aplicação mecânica de algoritmos e a lembrança de informações adquiridas anteriormente, as habilidades de pensamento de ordem superior são desenvolvidas quando o aluno é levado a manipular, analisar e interpretar informações. Para ilustrar seu entendimento acerca das habilidades de pensamento de ordem superior, Lewis e Smith (1993) apresentam a seguinte situação: considere que uma criança conhece a fórmula para o cálculo da área de um retângulo, mas não sabe como calcular a área de um paralelogramo não retângulo. Se a criança consegue visualizar a conversão do paralelogramo em um retângulo com a mesma área (Figura 1), então, pode-se afirmar que foi empregado um pensamento de ordem superior.



Figura 1 – Conversão do paralelogramo em retângulo



Fonte: Elaboração dos autores.

Ao associar a área do paralelogramo não retângulo com a área do retângulo (informação já armazenada na memória), a criança elabora uma estratégia de resolução para o problema, sem a necessidade de recorrer a um algoritmo apresentado anteriormente. Por conseguinte, a habilidade de pensamento de ordem superior designa um processo que vai além da simples aplicação de fórmulas.

King, Goodson e Rohani (2008) também discorrem sobre as habilidades de pensamento de ordem superior. Segundo os autores, tais habilidades incluem pensamento crítico, lógico, reflexivo, metacognitivo e criativo, desenvolvendo-se quando nos deparamos com situações desconhecidas, incertezas ou dilemas. Essas habilidades são consideradas como de ordem superior, pois, além de serem mais complexas, exigem métodos de aprendizagem e de ensino diferentes dos métodos empregados para a aprendizagem e ensino de fatos e conceitos, como memorização e repetição de procedimentos. Os autores acrescentam, ainda, que problemas complexos da vida real geralmente exigem soluções complexas, que são obtidas através do pensamento de ordem superior, relacionado a processos como raciocínio criativo, tomada de decisões, resolução de problemas, visualizações e compreensão da própria aprendizagem. Em Matemática, esses processos se evidenciam em diversos momentos, quando, por exemplo, utilizamos e justificamos diferentes estratégias para a abordagem de uma situação problema ou quando buscamos determinar a razoabilidade dos resultados encontrados.

Outro aspecto que não pode deixar de ser abordado quando se fala em habilidades de pensamento de ordem superior é a criatividade, ou, pensamento criativo. Embora algumas referências não incluam explicitamente a criatividade como pensamento de ordem superior, ela não pode ser desconsiderada. O próprio ato de descobrir soluções para problemas requer o processo criativo de ir além dos conceitos e regras aprendidos anteriormente (KING; GOODSON; ROHANI, 2008).

A respeito da criatividade, Vincent-Lancrin *et al.* (2019) pontuam que, juntamente com o pensamento crítico, ela tem se tornado cada vez mais importante no mercado de trabalho, contribuindo também com a vida pessoal de cada um e com o convívio em sociedade e que, em uma sociedade mais digital, com a perspectiva de que a inteligência artificial e a robótica levem à automatização de uma parcela considerável de profissões e postos de trabalho, competências



mais difíceis de automatizar, como criatividade e pensamento crítico, tornam-se cada vez mais valiosas.

Embora boa parte dos currículos escolares dos mais diversos países inclua o desenvolvimento de habilidades de pensamento de ordem superior como um objetivo de aprendizagem e considerem que tais habilidades ajudam os alunos a pensar de maneira independente, muitas vezes, o significado e as implicações do desenvolvimento dessas habilidades não são evidentes para os professores em sua prática pedagógica diária.

Mais do que um problema de 'resistência a mudanças' ou 'cansaço da inovação', a não implementação de propostas que promovam essas competências decorre da falta de clareza sobre o que esses grandes conceitos realmente significam e como se traduzem nas práticas de ensino, aprendizagem e avaliação formativa. (VINCENT-LANCRIN *et al.*, 2019, p. 20).

Nesse sentido, concordamos com Onuchic e Zuffi (2007) que, em detrimento da realização de tarefas resolvidas como mero exercício de recordação e memória e com a utilização mecânica de esquemas algorítmicos e de receitas pré-concebidas, propõem a realização de tarefas que propiciem um esforço de raciocínio, um esforço intelectual, as chamadas tarefas intelectualmente exigentes (GONZÁLES, 1998). Para as autoras,

[...] a vivência e realização de tais tarefas pelos alunos constituem-se numa oportunidade para aprender e estimular a ativação de seus processos de pensamento de ordem superior, levando-os a maior chance de se tornarem indivíduos intelectualmente competentes. (ONUCHIC; ZUFFI, 2007, p. 84).

Além disso, o desempenho em Matemática (e sua conseqüente aprendizagem) está associado à ativação, pelo estudante, de processos intelectuais de ordem superior demandados por tarefas próprias da Matemática, especialmente a resolução de problemas. Ou seja, as tarefas de resolução de problemas são um terreno propício para o desenvolvimento das chamadas habilidades de pensamento de ordem superior.

Ainda sobre essa temática, Forster (2004) considera que, além do desenvolvimento de competências mínimas, os alunos também precisam desenvolver o que é frequentemente chamado de habilidades de pensamento de ordem superior. Uma conceituação útil das habilidades de pensamento de ordem superior distingue dois contextos nos quais essas habilidades são empregadas: contextos em que são necessários processos para resolver problemas e tomar decisões na vida cotidiana; e contextos em que os processos mentais são necessários para melhorar a compreensão de um determinado conteúdo, incluindo comparação, avaliação, justificação e comunicação matemática. A capacidade de empregar habilidades de pensamento de ordem superior nesses contextos é vista como essencial em um mundo em constante mudança e o desenvolvimento dessas habilidades inclui o uso de linguagem matemática, modelagem e resolução de problemas.



A atitude de solucionar um problema demanda uma série de decisões sucessivas (selecionar informações que sejam relevantes, descartar informações desnecessárias, relacionar o contexto com situações anteriormente exploradas, elaborar um plano de ação, executar o plano elaborado, avaliar o resultado encontrado, comunicar as conclusões, etc.), sendo cada uma potencialmente útil para o desenvolvimento de habilidades de pensamento de ordem superior.

Embora o processo de resolução de problemas revele-se interessante para a promoção de tais habilidades, sua condução, em sala de aula, muitas vezes não atinge esse objetivo. Tal fato decorre, muitas vezes, de compreensões equivocadas acerca da utilização da resolução de problemas como metodologia de ensino e aprendizagem. Não é raro observar situações em que a suposta resolução do problema se configura como a aplicação de uma fórmula ou de um algoritmo previamente apresentado, prática pautada pela reprodução de modelos e que pouco contribui para o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos.

[...] ainda se observa a presença da forma tradicional de ensino – baseada na apresentação primeira do conteúdo, seguida de um exemplo e posterior aplicação desse conteúdo pelos alunos nas atividades conhecidas como exercícios e mesmo naquelas que são contextualizadas. Nessa forma tradicional de ensino, tais atividades são muitas vezes consideradas, equivocadamente, como problemas. Nesse sentido, o professor acaba utilizando a estratégia de ensino de resolução de problemas de forma inadequada, pois, na verdade, está abordando o problema após essa apresentação primeira do conteúdo que se quer ensinar. (PROENÇA, 2018, p. 11).

Cabe, nesse momento, evidenciar nossa compreensão acerca da expressão resolução de problemas, aqui considerada como uma abordagem de ensino de Matemática na qual o problema é tido como ponto de partida da atividade matemática (problema gerador), e que é durante o processo de resolução de problemas que se dá a construção do conhecimento matemático. Consideramos, porém, que esse conhecimento matemático não se resume apenas aos conteúdos curriculares, mas compreende também habilidades de pensamento de ordem superior. Tal compreensão acerca do processo de resolução de problemas em sala de aula vai ao encontro da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014).

Apresentamos, a seguir, os procedimentos metodológicos utilizados no decurso deste trabalho.

3. Procedimentos metodológicos

Para ilustrar como o trabalho com resolução de problemas pode colaborar com o desenvolvimento de habilidades de pensamento de ordem superior, serão apresentadas duas situações propostas e realizadas no âmbito da sala de aula.



É importante destacar que as contribuições aqui retratadas correspondem a um estudo qualitativo de natureza descritiva/interpretativa, no qual revisitamos os dados de algumas pesquisas (ALLEVATO; VIEIRA, jun. 2016; VIEIRA; ALLEVATO, 2019) que abordaram a resolução de problemas como estratégia de ensino.

Os sujeitos das pesquisas são alunos dos anos finais do Ensino Fundamental (alunos de sexto e oitavo anos) da rede pública de ensino da cidade de São José dos Campos, interior do estado de São Paulo. As atividades foram propostas no decurso normal das aulas de Matemática pelo pesquisador, que também era o professor de Matemática dos alunos.

Durante o processo de resolução dos problemas, os alunos, organizados em pequenos grupos, registravam suas estratégias e procedimentos de resolução e, após discutirem os resultados encontrados, compartilhavam suas considerações com os demais grupos em sessão plenária. Tal momento era caracterizado pela análise e discussão das resoluções apresentadas, ocasião em que os alunos tinham a oportunidade de justificar os raciocínios empregados, questionar as resoluções dos outros grupos, comparar as diferentes estratégias adotadas, validar os procedimentos realizados e, conseqüentemente, desenvolver habilidades de pensamento e de comunicação matemática.

As discussões dos alunos nos próprios grupos e nas sessões plenárias foram gravadas em áudio e posteriormente transcritas pelo professor pesquisador.

Os dados analisados consistem nas resoluções escritas (e/ou desenhadas) dos problemas propostos aos alunos e nas transcrições de suas falas durante os momentos de diálogo e discussões.

Para a análise dos dados recorreu-se a procedimentos de Análise Textual Discursiva perfazendo o caminho de unitarização de informações, categorização e redação de metatexto (MORAES; GALIAZZI, 2013). O olhar atento e cuidadoso aos diálogos dos alunos, às suas produções escritas e desenhadas e à relação que estabeleceram com as tarefas propostas, possibilitou a construção de uma interpretação a respeito de como o processo de resolução de problemas pode contribuir para o desenvolvimento de habilidades de pensamento de ordem superior. Com esse intuito, neste artigo, apresentaremos algumas das resoluções escritas e/ou desenhadas para os problemas.

Na próxima seção trazemos os problemas propostos aos estudantes e alguns de seus desdobramentos.



4. As habilidades de pensamento de ordem superior na prática de resolução de problemas em sala de aula

A primeira situação, denominada Retângulos Polêmicos, foi proposta a uma turma do sexto ano do Ensino Fundamental (alunos com idades entre os 11 e 12 anos). O enunciado do problema proposto é apresentado na Figura 2.

Figura 2 – Retângulos Polêmicos

Retângulos polêmicos: A Sra. Dulce distribuiu para cada aluno de sua classe um pedaço de papel retangular de 6 cm por 8 cm. Ela pediu para que os alunos dobrassem o papel ao meio e o recortassem em dois retângulos congruentes. Melissa e Álvaro seguiram suas instruções, mas cada um obteve um retângulo diferente. A Sra. Dulce, então, pediu-lhes para comparar os perímetros e as áreas dos retângulos. “O meu tem a maior área e o maior perímetro, uma vez que é mais longo e mais esticado”, disse Melissa. Álvaro disse: “O meu está mais próximo da forma de um quadrado, então sua área e perímetro são maiores”. Júlio disse: “Ambos devem ter a mesma área e perímetro, pois são, cada um, a metade do mesmo pedaço de papel”. Quem está certo? Como você sabe disso?

Fonte: Adaptado de Krulik e Rudnick (2005, p. 20).

O problema Retângulos Polêmicos foi proposto aos alunos como ponto de partida para o estudo das relações entre perímetro e área de regiões retangulares. Os alunos já haviam trabalhado anteriormente com esses conceitos, porém, de maneira isolada.

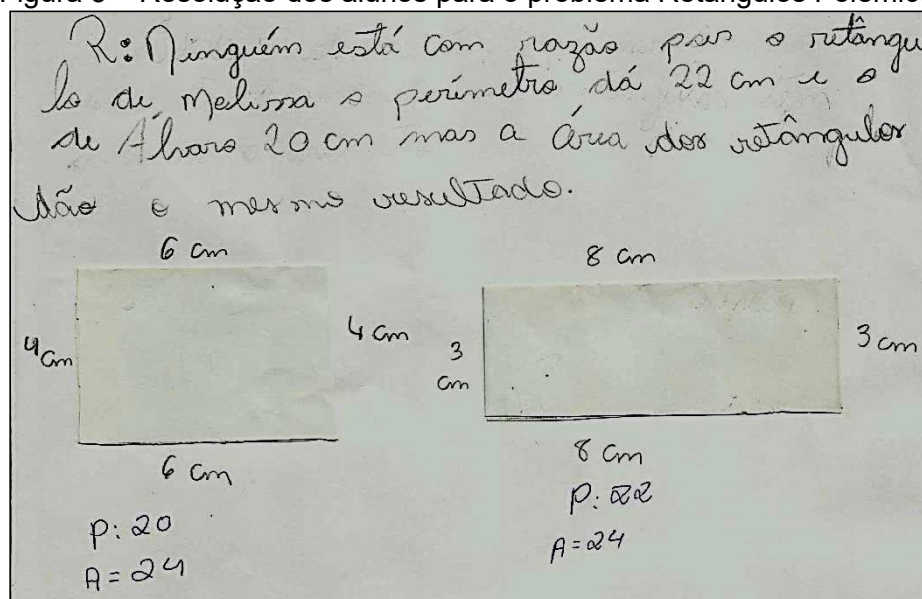
Percebe-se, na situação proposta, que além de efetuar os cálculos relativos à determinação do perímetro e da área de regiões retangulares, os alunos precisam mobilizar uma série de outras habilidades.

Uma dessas habilidades consiste em converter as informações fornecidas no enunciado em um registro visual. Apesar de o enunciado indicar as dimensões originais do pedaço de papel, faz-se necessário um acurado exercício de interpretação das ações empreendidas por Melissa e Álvaro e a transposição/reprodução dessas ações, seja fisicamente, por meio de dobras em pedaços de papel, seja por meio de desenhos.

Além da conversão do registro escrito em um registro visual, o problema notabiliza-se por não indagar uma resposta numérica, embora descobrir os valores do perímetro e da área dos retângulos seja uma etapa da resolução. No entanto, o enunciado do problema solicita que os alunos analisem e efetuem comparações acerca das afirmações de Melissa, Álvaro e Júlio. Na Figura 3 é apresentada a resolução de um grupo de alunos para esse problema.



Figura 3 – Resolução dos alunos para o problema Retângulos Polêmicos



Fonte: Material da pesquisa.






Na resolução apresentada, o grupo reproduz os retângulos de Melissa e Álvaro e conclui que nenhuma das afirmações (de Melissa, de Álvaro e de Júlio) está correta. Ao afirmarem que *ninguém está com a razão* os alunos apresentam uma justificativa pautada nos cálculos realizados e na análise do discurso de cada uma das personagens. Além disso, conseguem defender seu ponto de vista afirmando que, apesar de o perímetro do retângulo de Melissa ser igual a 22 centímetros e o perímetro do retângulo de Álvaro ser igual a 20 centímetros (ou seja, o retângulo de Melissa tem maior perímetro), ambos os retângulos têm área igual a 24 centímetros quadrados.

A conversão de registros (escritos-visuais), a comparação de diferentes afirmações, a elaboração de justificativas e provas e a comunicação dos resultados encontrados correspondem a habilidades de pensamento de ordem superior que foram observadas durante a resolução do problema Retângulos Polêmicos.

A segunda situação, denominada O Concurso de Pisos, foi proposta a uma turma do oitavo ano do Ensino Fundamental (alunos com idades entre os 13 e 14 anos). O enunciado desse problema é apresentado na Figura 4.

Figura 4 – O Concurso de Pisos

Uma loja de revestimentos para pisos domésticos está lançando um concurso. O desafio é fazer o revestimento de um piso de 24 cm por 36 cm utilizando apenas as peças mostradas na tabela a seguir. O custo total do revestimento não poderá ser superior a R\$ 54,00. Vamos participar desse concurso?

Peça	Dimensões	Cores	Preço por peça
	6 cm x 6 cm	Preto, branco, azul.	R\$ 1,60
	6 cm x 3 cm	Azul, branco.	R\$ 0,86
	3 cm x 3 cm	Azul, verde.	R\$ 0,48
	2 cm x 2 cm	Vermelho, verde	R\$ 0,32
	6 cm x 6 cm	Círculos: vermelho, preto, branco. Cantos: vermelho, preto, branco.	R\$ 3,20 por conjunto (1 círculo e 4 cantos)

Fonte: Material da pesquisa.

O problema O Concurso de Pisos foi proposto aos alunos como ponto de partida para o estudo de composição e decomposição de áreas de polígonos, embora outros tópicos matemáticos possam ser abordados a partir dessa situação, como a elaboração de orçamentos, no âmbito da Matemática Financeira.

O problema notabiliza-se por não apresentar uma comanda direta, orientando o que deve ser feito. No lugar da tradicional pergunta acerca de um cálculo que pudesse ser realizado fica o convite: *Vamos participar desse concurso?* Trata-se de um problema aberto, que possibilita múltiplas soluções.

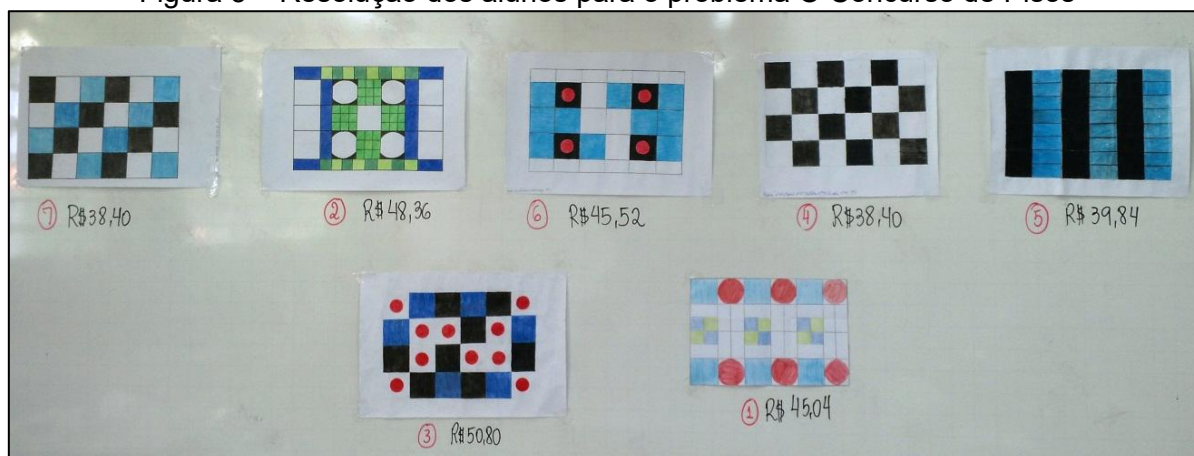
Contrastando com os problemas fechados, que apresentam uma única resposta correta e procedimentos de resolução pré-determinados, os problemas abertos caracterizam-se por apresentarem variadas soluções e estratégias de resolução e por propiciarem aos estudantes realizarem investigações. (ALLEVATO; VIEIRA, nov. 2016).

Após a apresentação do enunciado, os alunos foram divididos em grupos (com quatro componentes cada grupo) para iniciarem a realização da atividade. A tarefa proposta possibilitava uma infinidade de combinações para o desenho do piso, cabendo aos alunos respeitarem as dimensões e o custo total máximo do revestimento. Após os alunos planejarem seus revestimentos, foi disponibilizada, para cada grupo, uma folha de papel com as dimensões do piso, para eles desenharem e colorirem o desenho planejado para o revestimento. Em seguida, cada



grupo apresentou o seu revestimento aos demais colegas da sala e foi realizada a eleição do “melhor” revestimento, levando em consideração fatores estéticos e financeiros. Os revestimentos planejados pelos alunos podem ser observados na Figura 5.

Figura 5 – Resolução dos alunos para o problema O Concurso de Pisos



Fonte: Material da pesquisa.

A opção pelo “melhor” revestimento leva em conta aspectos subjetivos. O que seria o melhor revestimento? O revestimento mais barato? O revestimento mais caro, respeitando-se o valor máximo de R\$54,00? O revestimento mais elaborado, que combinasse mais elementos (peças) diferentes? Ou seria o revestimento mais simples, com menos combinações de peças? Esse caráter aberto da proposta possibilitou o exercício de uma característica de extrema relevância às habilidades de pensamento de ordem superior: a criatividade, sem ignorar a subjetividade, a tomada de decisões, a construção de argumentos, entre outras.

Vale acrescentar que, com esse problema, os alunos tiveram a oportunidade, ainda, de colocar em prática uma série de conhecimentos matemáticos relacionados às unidades temáticas de Geometria (figuras geométricas planas e composição de figuras), de Grandezas e Medidas (dimensões e área) e de Números (orçamento do piso) associados a uma tarefa de criação, que não seguia nenhum modelo pré-estabelecido.

Desse modo, o problema O Concurso de Pisos, com a multiplicidade de soluções que podem ser organizadas a partir de diferentes interpretações do que venha a ser a solução ótima, é um bom exemplo de como um problema pode fomentar a criatividade, relacionada à capacidade de realizar uma produção que seja ao mesmo tempo original e adaptada ao contexto na qual ela se manifesta (GONTIJO *et al.*, 2019), associada às habilidades de pensamento de ordem superior.

5. Considerações finais

Neste artigo buscamos explorar a relação entre resolução de problemas em Educação Matemática e o desenvolvimento de habilidades de pensamento de ordem superior. Para isso,



apresentamos duas tarefas (dois problemas) propostas a alunos dos anos finais do Ensino Fundamental e discutimos algumas resoluções concernentes a esses problemas.

As resoluções apresentadas evidenciam que a resolução de problemas pode contribuir para o desenvolvimento de habilidades de pensamento de ordem superior, como a construção de representações, a conversão de registros (escritos-visuais), a comparação de diferentes afirmações, a elaboração de justificativas e provas, a argumentação, a comunicação matemática e o desenvolvimento do pensamento criativo.

No entanto, cabe destacar a natureza não convencional dos problemas propostos, às vezes denotados por não-rotineiros. Tratam-se de problemas diferentes dos costumeiramente encontrados nos livros didáticos e trabalhados em sala de aula. São problemas com enunciados não padronizados, que buscam indagar mais do que um resultado numérico e que podem assumir um caráter aberto, mais favorável à realização de investigações matemáticas.

As explorações e investigações observadas, decorrentes do processo de resolução de problemas, indicam que a resolução de problemas pode, efetivamente, favorecer o desenvolvimento de habilidades de pensamento de ordem superior pelos estudantes.

Referências

ALLEVATO, Norma Suely Gomes. **Associando o computador à resolução de problemas fechados**: análise de uma experiência. 2005. 370 f. Orientadora: Lourdes de la Rosa Onuchic. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2005. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/102164>. Acesso em: 10 nov. 2021.

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensinando matemática na sala de aula através da resolução de problemas. **Boletim GEPEN**, Rio de Janeiro, v. 33, n. 55, p. 133-156, jul./dez. 2009. Disponível em: <http://costalima.ufrj.br/index.php/gepem/article/view/77/228>. Acesso em: 24 out. 2021.

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que através da Resolução de Problemas. *In*: ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes; NOGUTI, Fabiane Cristina Höpner; JUSTULIN, Andresa Maria (org.). **Resolução de Problemas**: teoria e prática. Jundiaí: Paco Editorial, 2014. p. 35-52.

ALLEVATO, Norma Suely Gomes.; VIEIRA, Gilberto. Do ensino através da resolução de problemas abertos às investigações matemáticas: possibilidades para a aprendizagem. **Quadrante**: Revista de Investigação em Educação Matemática, Lisboa, v. 25, n. 1, p. 113-131, 30 jun. 2016. DOI: <https://doi.org/10.48489/quadrante.22926>.

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; VIEIRA, Gilberto. Em direção à generalização: contribuições de um problema com múltiplas estratégias de solução. **REMATEC**: Revista de Matemática, Ensino e Cultura, Recife, v. 11, n. 21, p. 127-140, 8 nov. 2016. Disponível em: <http://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/64>. Acesso em: 24 out. 2021.



BOYER, Carl Benjamin. **História da Matemática**. Tradução: Elza Furtado Gomide. 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2001.

FORSTER, Margaret. Higher order thinking skills. **Research developments**, Camberwell, Victoria, n. 11, p. 10-15, inverno 2004. Disponível em: <https://research.acer.edu.au/resdev/vol11/iss11/1>. Acesso em: 24 out. 2021.

GONTIJO, Cleyton Hércules; CARVALHO, Alexandre Tolentino; FONSECA, Mateus Gianni; FARIAS, Mateus Pinheiro. **Criatividade em matemática**: conceitos, metodologias e avaliação. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2019.

GONZÁLEZ, Fredy E. Metacognicion y tareas intelectualmente exigentes: el caso de la resolución de problemas matemáticos. **Zetetiké**, Campinas, v. 6, n. 1, p. 59-73, jan./jun. 1998. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646808>. Acesso em: 10 nov. 2021.

KING, F. J.; GOODSON, Ludwika; ROHANI, Faranak. **Higher Order Thinking Skills**. Florida: Center for Advancement of Learning and Assessment, 2008. 176 p. Disponível em: [https://informationtips.files.wordpress.com/2016/02/higher-order-thinking-skills .pdf](https://informationtips.files.wordpress.com/2016/02/higher-order-thinking-skills.pdf). Acesso em: 10 nov. 2021.

KRULIK, Stephen; RUDNICK, Jesse A. **Problem driven mathematics**: applying the mathematics beyond solutions. Chicago: McGraw-Hill, 2005.

LEWIS, Arthur; SMITH, David. Defining higher order thinking. **Theory into practice**, Columbus, Ohio, v. 32, n. 3, p. 131-137, verão 1993. DOI: <https://doi.org/10.1080/00405849309543588>.

MORAES, Roque; GALIAZZI, Maria do Carmo. **Análise textual discursiva**. 2. ed. Ijuí: Editora Unijuí, 2013.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Pesquisa em resolução de problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **BOLEMA**, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/72994>. Acesso em: 24 out. 2021.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; LEAL JUNIOR, Luiz Carlos; PIRONEL, Márcio. **Perspectivas para Resolução de Problemas**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; MORAIS, Rosilda dos Santos. Uma abordagem histórica da resolução de problemas. In: ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes; NOGUTI, Fabiane Cristina Höpner; JUSTULIN, Andresa Maria (org.). **Resolução de problemas**: teoria e prática. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ZUFFI, Edna Maura. O Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas e os processos cognitivos superiores. **Unión**: Revista Iberoamericana de Educación Matemática, Andújar, Espanha, v. 3, n. 11, p. 79-97, set. 2007. Disponível em: <https://union.fespm.es/index.php/UNION/issue/view/18/15>. Acesso em: 29 abr. 2020.

POLYA, George. **How to solve it**: a new aspect of mathematical method. Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 1945. p. 17-34.

PROENÇA, Marcelo Carlos. **Resolução de problemas**: encaminhamentos para o ensino e a aprendizagem de Matemática em sala de aula. Maringá: Eduem, 2018.



VIEIRA, Gilberto; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. A resolução de problemas abertos nos processos de ensino e aprendizagem de Matemática. *In*: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIAS E INVESTIGAÇÕES DE/EM AULAS DE MATEMÁTICA, 7., 2019, Campinas. **Anais** [...]. Campinas: UNICAMP, 2019.

VINCENT-LANCRIN, Stéphan; GONZÁLEZ-SANCHO, Carlos; BOUCKAERT, Mathias; LUCA, Federico; FERNÁNDEZ-BARRERA, Meritxell; JACOTIN, Gwénaél; URGEL, Joaquin; VIDAL, Quentin. **Fostering students' creativity and critical thinking**: what it means in school. Paris: OECD Publishing, 2019.

