Divisão Proporcional: uma investigação sobre as estratégias utilizadas por alunos concluintes do Ensino Médio

Proportional Division: an investigation of the strategies used by High School graduates

Helena do Carmo Borba Martins[1]
Colégio Adventista da Liberdade (CAL), São Paulo, SP, Brasil
https://orcid.org/0000-0001-9894-3020, http://lattes.cnpq.br/9591739484369425

Angélica da Fontoura Garcia Silva[2]
Universidade Anhanguera de São Paulo (UNIAN-SP), São Paulo, SP, Brasil
https://orcid.org/0000-0002-2435-9240, http://lattes.cnpq.br/5279665144777466

Resumo: Este artigo tem o propósito de analisar as estratégias apresentadas por alunos de 3º ano do Ensino Médio ao resolverem uma situação envolvendo a ideia de divisão proporcional na razão de 3 para 1. Trata-se de uma pesquisa qualitativa realizada em uma escola particular da Grande São Paulo com 43 estudantes de duas turmas concluintes da Educação Básica. A coleta de dados realizou-se por meio da apresentação de situações-problema em um questionário – de caráter diagnóstico –, as quais foram resolvidas e enviadas digitalmente por *e-mail* para a professora de Matemática das referidas turmas, que é coautora do artigo, por meio do qual se solicitou as resoluções de formas diferentes, caso fosse possível. Neste artigo, analisou-se uma das situações envolvendo divisão proporcional. A análise das estratégias permitiu identificar que nenhum dos alunos investigados resolveu a situação de duas maneiras. Quanto à resolução, identificou-se que a maioria dos estudantes se utilizou da Álgebra (modelagem de equação e sistemas de equação) e a minoria fez uso da Aritmética (ideias de divisão, fração, triplo e partição). Foi identificado a necessidade de um enfoque mais amplo da abordagem didática desse tipo de raciocínio no Ensino Médio.

Palavras-chave: Educação Matemática; Raciocínio Proporcional; Estratégias de Alunos; Ensino Médio.

Abstract: This article aims to analyze the strategies used by 3rd-grade high school students to solve a situation involving the idea of proportional division in the ratio of 3 to 1. It is a qualitative research, carried out in a private school in the metropolitan area of São Paulo, SP, Brazil, with 43 students from two groups finishing basic education. Data collection was carried out through the presentation of problem situations in a questionnaire – of a diagnostic nature –, which were solved and sent digitally by *e-mail* to the coauthor of the article, who is their mathematics teacher. Students were requested to solve resolutions in different ways, if possible. As for the solution, the analysis revealed that most of the students used algebra (equation modelling and equation systems), while the others used arithmetic (notions of division, fraction, triple, and partition). The need for a broader focus on the didactic approach of this type of reasoning in high school was identified.

Keywords: Mathematics Education; Proportional Reasoning; Student Strategies; High School.

Data de submissão: 30 de abril de 2022.

Data de aprovação: 15 de dezembro de 2022.

---

[1] **Currículo sucinto**: Graduada em Matemática pela Universidade Presbiteriana Mackenzie, mestranda do Programa de Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo e professora do Colégio Adventista da Liberdade de São Paulo. **Contribuição de autoria**: Coleta de Dados, Escrita – Primeira Redação, Análises. **Contato**: helenacbm.martins@gmail.com.

[2] **Currículo sucinto**: Mestre em História Política e Sociedade pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, doutoranda do Programa de Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, docente do Programa de Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo. **Contribuição de autoria**: Orientação, Apoio no Planejamento, Orientação na Coleta de Dados, Análises, Escrita – Revisão. **Contato**: angelicafontoura@gmail.com.

1. Introdução

A centralidade ocupada pelo Raciocínio Proporcional (RP) no desenvolvimento do Raciocínio Matemático é um tema que se destaca na área da Educação Matemática. Por um lado, esse tipo de raciocínio é bastante utilizado em situações corriqueiras; por outro, serve de fundamento para estudos mais complexos que envolvem a proporcionalidade (LESH; POST; BEHR, 1988; LAMON, 2006). Ele demanda o desenvolvimento de uma diversidade de capacidades, como interpretar, armazenar e processar uma série de informações utilizando-se de aspectos tanto quantitativos como qualitativos de pensamento.

Todavia, estudos de Faria e Maltempi (2020) mostram que, historicamente, no ensino brasileiro têm se privilegiado os procedimentos de cálculo e memorização em detrimento do desenvolvimento desse tipo de raciocínio. Nesse contexto, consideramos ser importante investigar como estudantes concluintes da Educação Básica resolvem situações que demandam essa forma de pensamento. Neste artigo, analisamos as estratégias utilizadas por um grupo de 43 alunos do Ensino Médio que estudam em uma escola particular da cidade de São Paulo ao resolverem situações que envolvem a ideia de divisão proporcional na razão de 3:1.

Para descrever o estudo desenvolvido, destacamos sua relevância e o marco teórico utilizado tanto para escolher a situação-problema como para analisar os dados. Em seguida, descrevermos os procedimentos empregados no estudo, a discussão e a análise dos dados coletados. Por fim, expomos nossas considerações sobre a investigação desenvolvida.

2. Da relevância à fundamentação teórica

Para justificar a escolha por pesquisar o RP, apoiamo-nos em Lamon (2006), Lesh, Post e Behr (1988) e Behr *et al*. (1992), que consideram essa temática essencial para o desenvolvimento do Raciocínio Matemático. Lamon (2006) argumenta que esse raciocínio abre as portas também para ciências do Ensino Médio e, eventualmente, para carreiras profissionais. Lesh, Post e Behr (1988) reforçam que ele é o alicerce para a aprendizagem de Aritmética e Álgebra.

Essa perspectiva está em consonância com documentos curriculares internacionais, como o *Curriculum Evaluation: Standards for School Mathematics*, do *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 1989, p. 82, tradução nossa), que indica que “[...] o raciocínio proporcional é de tamanha importância que merece todo o tempo e esforço para ser ampliado, o que garante seu desenvolvimento cuidadoso”. Documentos curriculares federais brasileiros também evidenciam tal relevância. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) consideram a proporcionalidade como um conhecimento matemático fundamental e justificam sua importância por sua utilidade para a compreensão de situações cotidianas: “[...] O fato de que vários aspectos do cotidiano funcionam de acordo com leis de proporcionalidade evidencia que o raciocínio proporcional é útil na

MARTINS, Helena do Carmo Borba; SILVA, Angélica da Fontoura Garcia. Divisão Proporcional: uma investigação sobre as estratégias utilizadas por alunos concluintes do Ensino Médio. **REMAT**: Revista Eletrônica da Matemática, Bento Gonçalves, RS, v. 8, n. 1, p. e2004, 9 de março de 2022. https://doi.org/10.35819/remat2022v8i1id5154.

interpretação de fenômenos do mundo real” (BRASIL, 1997, p. 38). Chamam a atenção também para as características do RP e sobre a necessidade de abordá-lo a partir de diferentes pontos de vista: “[...] Ele está ligado à inferência e à predição e envolve métodos de pensamento qualitativos e quantitativos [...]. Para raciocinar com proporções é preciso abordar os problemas de vários pontos de vista e também identificar situações em que o que está em jogo é a não proporcionalidade” (BRASIL, 1997, p.38). Da mesma forma, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) pondera que a proporcionalidade é uma das ideias fundamentais da Matemática e destaca a presença desse saber desde o segundo ano uma vez que propõe o desenvolvimento de habilidades que se utilizem de ideias como dobro, triplo, metade, terça parte. Nos anos seguintes essas ideias são ampliadas desde o Ensino Fundamental até o Ensino Médio. A ideia da divisão proporcional é incluída no rol de habilidades do quinto ano do Ensino Fundamental (BRASIL, 2018).

Tal centralidade também é observada pelas pesquisas aqui destacadas. Lesh, Post e Behr (1988, p. 4, tradução nossa), por exemplo, consideram que “[...] o raciocínio proporcional é o culminar da aritmética elementar e o alicerce de tudo o que se segue. Consequentemente, ocupa uma posição pivô nos programas escolares de Matemática (e das Ciências)”. Já Lamon (2006), a partir da constatação da relevância da temática, destaca ser fundamental que os professores atentem para a necessidade de dispender um maior tempo e mais esforços para garantir seu desenvolvimento.

Observamos que, se, por um lado, há o reconhecimento por parte de pesquisadores e elaboradores dos documentos curriculares da importância do pensamento proporcional, por outro lado, ficam explícitas as dificuldades apresentadas nos processos de ensino e aprendizagem dessa temática. Lamon (2006, p. 3) mostra fragilidades ligadas ao ensino focado nos procedimentos e nas regras, pois “[esses encaminhamentos] são pobres substitutos para a compreensão”.

Nesse contexto, consideramos relevante analisar as estratégias utilizadas por alunos concluintes da Educação Básica em situações que envolvem o RP, sobretudo, quando incluem a divisão proporcional na razão de 3:1. O estudo realizado para o artigo foi inspirado em ideias de Lamon (2006). A escolha dessa temática se deve à proposição feita na BNCC (BRASIL, 2018) do desenvolvimento desse assunto já no quinto ano da Educação Básica. A habilidade em questão descrita para o quinto ano é EF05MA13[1]: “Resolver problemas envolvendo a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, tais como dividir uma quantidade em duas partes, de modo

[1] O código alfanumérico EF05MA13 é composto da seguinte forma: o primeiro par de letras indica a etapa de Ensino Fundamental. O primeiro par de números o ano a que se refere a habilidade – quinto ano. O segundo par de letras indica o componente curricular – Matemática (MA). O último par de números indica a posição da habilidade na numeração sequencial do ano “13”.

que uma seja o dobro da outra, com compreensão da ideia de razão entre as partes e delas com o todo” (BRASIL, 2018, p. 295).

3. Metodologia

Apoiados em Bogdan e Biklen (1994), classificamos esta pesquisa como qualitativa. O planejamento da atividade foi inspirado nas propostas introdutórias de Lamon (2006), focalizadas nos construtos básicos de razão e proporção.

Para desenvolver esta pesquisa foram escolhidas duas turmas de alunos concluintes do Ensino Médio. O tema foi trabalhado, pela primeira autora, também professora da turma, durante três aulas nas quais foram realizadas atividades e situações problema envolvendo grandezas diretamente e inversamente proporcionais, razão e divisão proporcional. A dinâmica das aulas, inseridas em um contexto de revisão pré-vestibular com abordagens baseadas no material didático que propunha questões de vestibulares e do ENEM. Nas aulas que transcorreram no modo *on-line*, foram discutidos e resolvidos os problemas utilizando mecanismos algébricos e aritméticos sempre que o problema permitia uma discussão sobre métodos de resolução, avaliando a possibilidade de resolução aritmética quando possível e algébrica do mesmo modo. Foram realizadas algumas atividades pelos dois métodos, porém pelo fato de serem aulas *on-line*, não pode ser observado de perto o desenvolvimento dos alunos e suas anotações, apenas as declarações verbais de compreensão e observação dos caminhos aritméticos e algébricos. Após essas aulas foi proposta uma atividade que serviria como avaliação dos conceitos estudados e ao mesmo tempo seria utilizada para análise dessa pesquisa. Foi solicitado aos alunos que desejassem participar da pesquisa, que se identificassem como “participantes” no cabeçalho junto ao seu nome. A atividade foi desenvolvida e aplicada remotamente, por *e-mail*, de modo que os pensamentos dos participantes se revelaram por meio das atividades escritas enviadas para nós, por *e-mail* em até três dias após a realização, lembrando que a prática foi realizada durante o cenário de pandemia vivido no ano de 2020.

Os dados analisados envolveram a resolução de uma situação-problema sobre RP, solucionado por 43 participantes de uma escola particular de São Paulo, sendo desses 17 meninos e 31 meninas. Frisamos que a participação na pesquisa foi voluntária. Os conceitos foram explorados por meio da resolução individual das situações problema as quais deveriam ser resolvidas de formas diferentes, quantas fossem possíveis. Foram testados os conceitos de divisão proporcional e razão em duas atividades.

Para este estudo, em especial, foi selecionada uma das atividades que tratou de divisão proporcional uma vez que nas recomendações da BNCC (BRASIL, 2018) esta habilidade é considerada como uma que deve ser desenvolvida já no quinto ano do Ensino Fundamental.

Para avaliar a compreensão desses conceitos pelos estudantes ao final da Educação Básica, aplicamos a seguinte situação-problema:

Quadro 1 – Enunciado do problema em estudo

Duas irmãs têm, entre elas, 32 bonecas. Porém, a irmã mais velha tem 3 vezes mais bonecas do que a irmã menor. Sendo assim, quantas bonecas tem a mais velha e quantas bonecas tem a mais nova ?

Fonte: Inspirado em atividades de Lamon (2006).

A situação apresentada envolve a ideia de divisão proporcional de uma quantidade pequena; o “32” é um número bem conhecido pelos estudantes; e a divisão proporcional era uma razão de 3 para 1, sendo necessária a interpretação da razão e o manuseio dos valores no formato no qual a soma total é informada. A partir dessa informação, esperávamos que os estudantes realizassem a divisão proporcional por meio de algum esquema de cálculo. Os alunos poderiam explorar os números de forma aritmética e intuitiva para fazer a separação das bonecas ou utilizar partições. Também tinham a possibilidade de se utilizar da Álgebra.

4. Resultados e discussões

Para apresentarmos a categorização das estratégias de resolução utilizadas pelos participantes desta pesquisa, expomos, inicialmente, uma tabela contendo a quantidade de soluções corretas e incorretas e as formas de resolução: por meio da Álgebra ou da Aritmética. Em uma primeira análise, observamos que, de um total de 43 participantes, 36 tiveram alguma estratégia de resolução e todos eles se utilizaram da multiplicação, o que já era esperado para esse nível de escolaridade, uma vez que o início da formalização das estruturas multiplicativas ocorre a partir do 3º ano do Ensino Fundamental.

Tabela 1 – Análise das respostas da situação-problema “Separação das bonecas”

	Formas de resolução	**Quantidade de acertos**	**Quantidade de erros**
ARITMÉTICA	**Cálculo mental** registrado parcialmente	3	0
	Divide o total de 32 bonecas pelo total entre as partes (1:3), o 4. **(relação parte-todo)**	9	0
	Utiliza a **fração** do todo: ¼ das bonecas para a irmã menor e ¾ para a maior. **(operador)**	2	0
	Usa a **ideia de triplo** e compõe o valor total. **(composição)**	2	0
	Faz uso da ideia de partição pela **metade**; em seguida, agrega a metade de uma das partes à outra. **(ideia de metade)**	2	0
ALGÉBRICA	Utiliza uma **equação** em que uma parte do todo era o “x”, sendo $x + 3x = 32$.	18	2
	Usa **um sistema** com duas variáveis, uma para cada irmã, sendo $x + y = 32$	5	0
	Não fez	0	5
	Totais	41	7

Fonte: Dados da pesquisa.

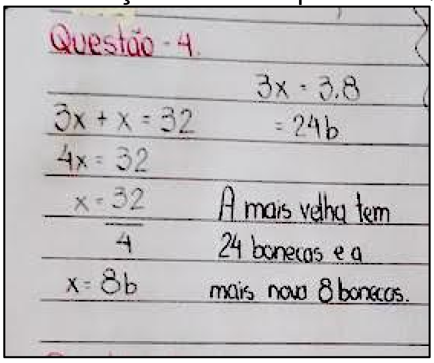
MARTINS, Helena do Carmo Borba; SILVA, Angélica da Fontoura Garcia. Divisão Proporcional: uma investigação sobre as estratégias utilizadas por alunos concluintes do Ensino Médio. **REMAT**: Revista Eletrônica da Matemática, Bento Gonçalves, RS, v. 8, n. 1, p. e2004, 9 de março de 2022. https://doi.org/10.35819/remat2022v8i1id5154.

Analisando a tabela é possível observar que cinco participantes entregaram a situação em branco e, dos 43 que resolveram a situação, 25 utilizaram-se da Álgebra e 18 da Aritmética, em valores percentuais 58,13% e 41,86%, respectivamente. Também ficou clara a variedade de formas aritméticas possíveis de serem utilizadas em maior quantidade, em comparação com as possibilidades algébricas. No entanto, observamos que o uso da Aritmética foi menos explorado pelos participantes e que a estratégia algébrica da equação foi a mais utilizada.

Para compreender as estratégias, expomos a seguir alguns protocolos. Tencionamos, com isso, exemplificar nossas observações e percepções.

Como o esperado, a forma de resolução mais utilizada pelos participantes foi a algébrica por meio de uma equação em que uma das partes era o “x”. Foram 18 os alunos que se utilizaram dessa estratégia para solucionar o problema com sucesso.

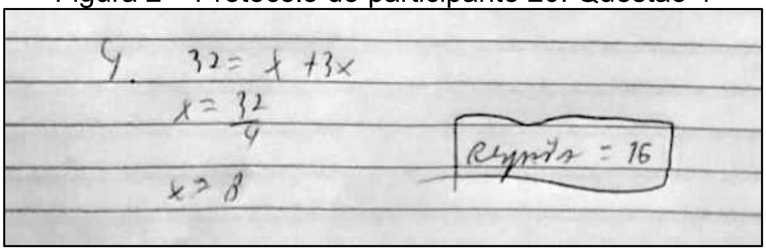
Figura 1 – Resolução do Participante 9: Questão 4



Fonte: Dados da pesquisa.

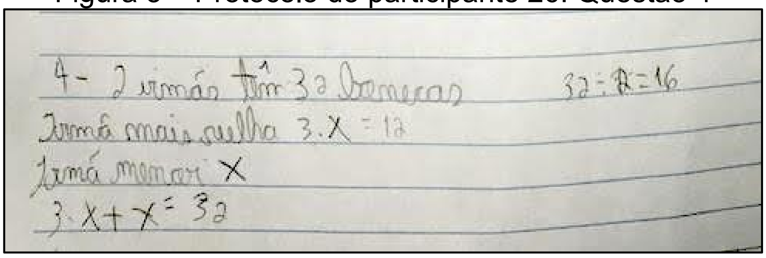
A seguir, podemos observar os dois protocolos dos participantes que iniciaram a resolução utilizando essa mesma estratégia, modelaram a equação; no entanto, não concluíram corretamente a atividade.

Figura 2 – Protocolo do participante 20: Questão 4



Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 3 – Protocolo do participante 26: Questão 4



Fonte: Dados da pesquisa.

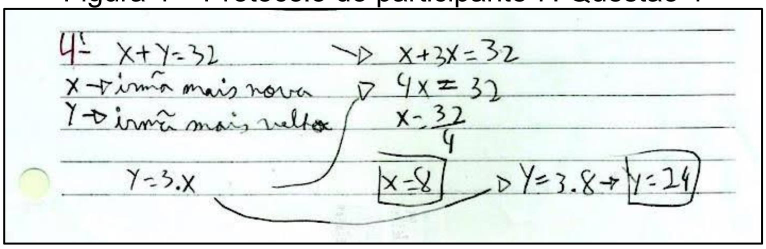
O participante 20 modelou a equação corretamente e, depois da realização dos cálculos, obteve como solução x = 8; porém, não interpretou esse valor, informando uma resposta equivocada. O participante 26 também modelou uma equação que lhe permitiria chegar à solução correta, todavia registrou uma divisão equitativa de 32 por 2 e incluiu o 3.x =12, o que não nos permitiu desvendar sua maneira de pensar. Observamos que as formas desenhadas para a resolução, indicaram que houve tentativas de trabalhar com os números por meios aritméticos e algébricos, porém a compreensão nos dois casos não foi suficiente para encadear o pensamento até a solução. Sobre limitações que poderão ser causadas se o foco for procedimental, Lamon (2006, p. 3, tradução nossa) discute:

> Claramente, muitas pessoas que não desenvolveram sua habilidade de raciocínio proporcional foram capazes de compensar usando regras em cursos de álgebra, geometria e trigonometria, mas, no final, as regras são um substituto pobre para o entendimento.

Analisando os protocolos, observamos que esses foram os únicos erros na solução dessa questão. Também houve os cinco casos em que a atividade ficou sem resposta. Com isso, temos um índice de 14,6% de alunos com alguma dificuldade para resolver a situação.

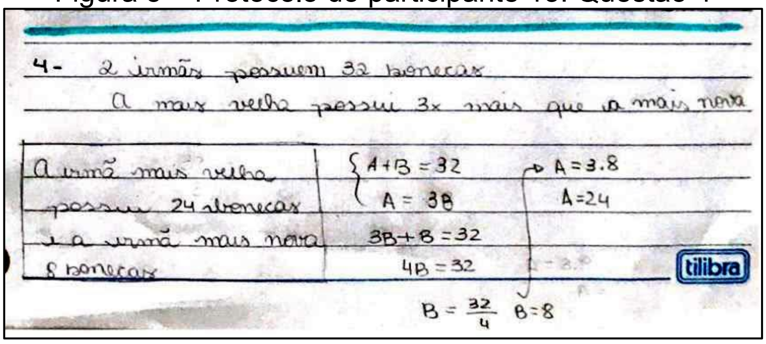
Ainda verificando resoluções que se apoiaram na Álgebra, encontramos casos em que elas foram feitas com duas variáveis e um sistema de equações, como nos exemplos apresentados nas figuras a seguir.

Figura 4 – Protocolo do participante 7: Questão 4



Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 5 – Protocolo do participante 13: Questão 4



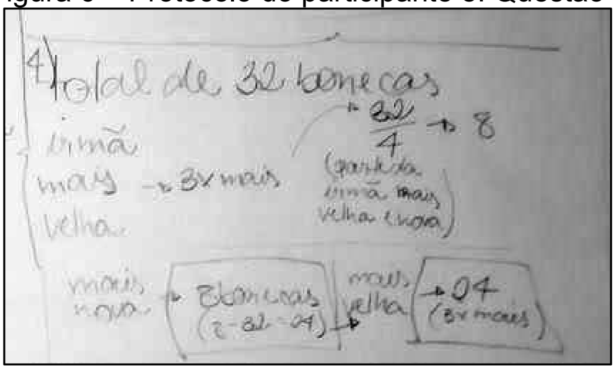
Fonte: Dados da pesquisa.

Reiteramos que, dos 43 participantes, 25 se utilizaram da Álgebra para solucionar a situação-problema, sendo que cinco deles modelaram um sistema de equações e 20 montaram uma equação. Considerando os 41 acertos nesse problema, temos um percentual de 56,09% de acerto utilizando a Álgebra.

No que concerne à prevalência da resolução por meio das equações, Ponte, Branco e Matos (2009, p. 106) afirmam que as “equações são uma ferramenta fundamental para resolver problemas e isso deve estar presente ao longo de todo o trabalho a realizar com equações no ensino básico”. Esses autores discutem que as equações são utilizadas para a resolução de diversos tipos de problemas e, dentre eles, destacam situações como a aqui analisada: “Problemas envolvendo certas relações numéricas entre quantidades (entre os quais os conhecidos problemas de idades); Problemas envolvendo a partição de um todo num certo número de partes desiguais (por exemplo, os conhecidos problemas das heranças)” (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 106). Entretanto, notamos que nenhum dos alunos que resolveu a situação por meio da Álgebra tentou usar também a Aritmética para a resolver, e o contrário também foi verificado, nenhum aluno que partiu da Aritmética tentou utilizar a Álgebra ou mecanismos diferentes.

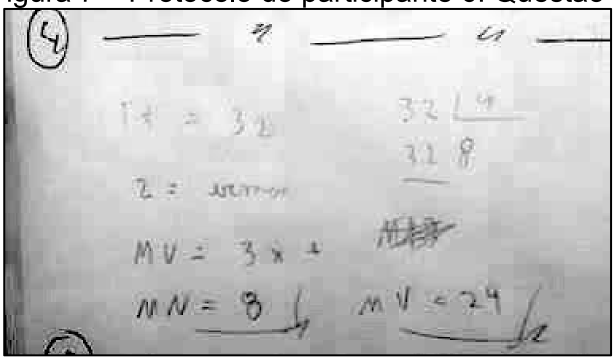
O resultado da pesquisa mostra que os construtos aritméticos do RP foram utilizados por 41,8% dos participantes que resolveram o problema (18/43). Considerando apenas os acertos, o percentual é de 43,9% (18/41). Esses dados sinalizam a subutilização da Aritmética. Observemos alguns protocolos de participantes que fizeram uso dessa estratégia nas figuras a seguir.

Figura 6 – Protocolo do participante 8: Questão 4



Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 7 – Protocolo do participante 6: Questão 4

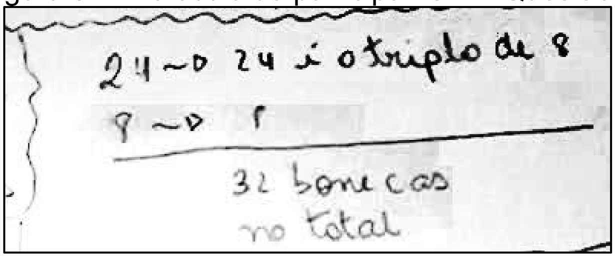


Fonte: Dados da pesquisa.

Nos casos das Figura 6 e 7, temos resoluções que evidenciam a compreensão da relação das partes com o todo, uma vez que apresentam a divisão de 32 por 4 e a utilização da parte 8 como referência para a divisão proporcional. Esse tipo de solução ocorreu com nove participantes, entre os 16 que fizeram usos da Aritmética, sendo ele o mais frequente. Isso evidencia que boa parte dos participantes apresentaram domínio das noções de razão entre o todo e as partes.

Outras formas de resolução aritméticas foram observadas além do cálculo mental, usado por três participantes. A ideia de triplo esteve nos protocolos de dois alunos.

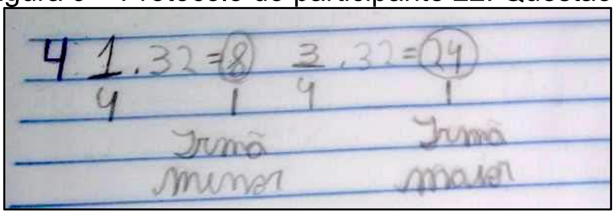
Figura 8 – Protocolo do participante 11: Questão 4



Fonte: Dados da pesquisa.

Houve também o uso das frações proposto a partir da interpretação da informação de razão presente na situação associada à ideia de operador sobre a quantidade total – 32 bonecas. Tal estratégia foi utilizada por dois participantes, apenas.

Figura 9 – Protocolo do participante 22: Questão 4



Fonte: Dados da pesquisa.

O participante 22 apresentou um conhecimento diferenciado dos números racionais em relação aos demais, pois aplicou a ideia de fração como operador com a compreensão de que o significado dessas operações o levaria à conclusão desejada. Segundo Lamon (2006), o domínio dos usos dos números racionais é um forte aliado nas resoluções de problemas.

> [...] por trás de um único símbolo de fração, existe um mundo de significado, múltiplas interpretações, representações e formas associadas de pensar e operar. Como estamos ajudando crianças a construir significados alternativos para números racionais, veremos que essas personalidades dos números racionais são parte de uma rede complexa de conhecimento que engloba todo um mundo de conceitos multiplicativos. Algumas das ideias associadas que encontraremos constituem a própria espinha dorsal da matemática – conceitos, processos de raciocínio e representações recorrentes, recursivos, com complexidade crescente nos domínios matemáticos e científicos. (LAMON, 2006, p. 26, tradução nossa).

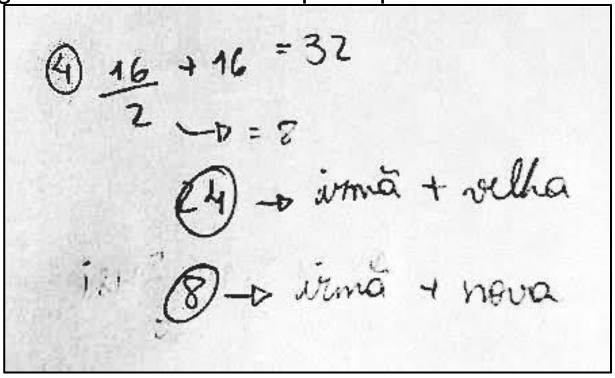
Um trabalho diversificado envolvendo os significados e as representações das frações implica desenvolver a possibilidade do uso desses números como ferramentas de raciocínio e

MARTINS, Helena do Carmo Borba; SILVA, Angélica da Fontoura Garcia. Divisão Proporcional: uma investigação sobre as estratégias utilizadas por alunos concluintes do Ensino Médio. **REMAT**: Revista Eletrônica da Matemática, Bento Gonçalves, RS, v. 8, n. 1, p. e2004, 9 de março de 2022. https://doi.org/10.35819/remat2022v8i1id5154.

viabiliza soluções rápidas e inteligentes, pois estas estão associadas a diversos significados que podem estar envolvidos em muitas situações (VERGNAUD, 2009).

O uso das partições do todo em metade e em outra metade para compor as partes de 1:3, também foi constatado, mas apenas nos protocolos de dois participantes.

Figura 10 – Protocolo do participante 36: Questão 4



Fonte: Dados da pesquisa.

Sobre o uso do referencial "metade", apoiamo-nos nos estudos de Spinillo (1992). A autora afirma que sua utilização pode ser uma boa estratégia para que estudantes façam julgamentos acerca de quantidades numéricas. Percebemos que os alunos, assim como descreve a autora, a partir análise de dimensões complementares (parte-parte), conceberam suas resoluções por meio do pensamento proporcional.

O uso do raciocínio proporcional foi identificado na estratégia utilizada pelo grupo de alunos que encontraram um caminho aritmético, todavia, quando focamos os nossos olhares para os estudantes que se utilizaram da Álgebra observamos que os caminhos que envolviam meios aritméticos não foram utilizados. Acreditamos que para os dois grupos a resposta encontrada, pareceu ser suficiente para que interrompessem o trabalho e não seguissem buscando outra forma de resolver. Esse resultado, revela uma rotina dos estudantes, de busca de solução e não de caminhos diferentes para uma solução. Tal revelação levou a professora, que também é autora deste artigo, a refletir sobre os processos de ensino e aprendizagem do Raciocínio Proporcional uma vez que, sob seu ponto de vista, nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio houve valoriza-se a estratégias de soluções de problemas que consideram Álgebra em detrimento da Aritmética. Tal reflexão a necessidade de propiciar vivências aos alunos que lhes permitam desenvolver o RP para além da Álgebra.

5. Considerações finais

Ao analisarmos os dados aqui apresentados, observamos que os alunos investigados resolveram a situação e mostraram compreender a natureza multiplicativa da relação de proporcionalidade apresentada. Isso nos parece um ponto positivo, uma vez que estudos como os de Lesh, Post e Behr (1988) mostram que essa percepção é fundamental no RP.

No entanto, chamou-nos a atenção a opção dos alunos por se utilizar da Aritmética ou da Álgebra, sem transitar entre essas duas formas de resolução. Acreditamos que um fator contribuiu para o percentual significativo de acerto – o grau de dificuldade da situação-problema apresentada aos participantes. A situação pode ser considerada de nível fácil observando-se a natureza discreta das grandezas apresentadas e os números utilizados na situação – inteiros e pequenos. Sobre tal característica, estudos como o Lamon (2006) nos mostram que a estrutura contextual também pode ter colaborado para que a metade das estratégias fosse baseada na Aritmética.

Consideramos importante destacar que essa coleta foi realizada antes da discussão com a turma sobre situações que envolvem o RP. Ao final do processo, a socialização das diferentes estratégias favoreceu a ampliação da base de conhecimentos do grupo de alunos a respeito desse tipo de situação e, sobretudo, da utilização da Aritmética como uma forma de resolver problemas que envolvem RP.

Ao buscarmos a reflexão sobre a prática profissional do professor que leciona Matemática para a Educação Básica, esta pesquisa permitiu a professora da turma, coautora deste artigo, identificasse a necessidade de propiciar vivências aos alunos que lhes permitam desenvolver o RP para além da Álgebra.

Referências

BEHR, M.; HAREL, G.; POST, T.; LESH, R. Rational number, ratio and proportion. *In*: GROUWS, D. A. (Ed.). **Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**. New York: MacMillan,1992. p. 296-333.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**. Tradução de Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. v. 3. Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf. Acesso: 3 mar. 2022.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 6 set. 2020.

FARIA, R. W. S. C.; MALTEMPI, M. V. Raciocínio proporcional na matemática escolar. **Revista Educação em Questão**, Natal, v. 58, n. 57, p. 1-18, 3 set. 2020. DOI: https://doi.org/10.21680/1981-1802.2020v58n57ID20024.

LAMON, S. J. **Teaching Fractions and Ratios for Understanding**: Essential Content Knowledge and Instrutional Strategies for Teachers. 2. ed. Mahwa: Lawrence Erlbaum Associates Publishers, 2006.

LESH, R.; POST, T.; BEHR, M. Proportional reasoning. *In*: BEHR, M.; HIELBERT, J. (Ed.). **Number concepts and operations for the middle grades**. Hillsdale: Lawrence Erlbaum, 1988. p. 93-118.

NCTM. National Council of Teachers of Mathematics. **Curriculum Evaluation**: Standards for School Mathematics. Washington: NCTM, 1989.
PONTE, J. P. da; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico**. Lisboa: Ministério da Educação, 2009. Disponível em: https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/7105/1/Ponte-Branco-Matos%20(Brochura_Algebra)%20Set%202009.pdf. Acesso em: 13 out. 2020.

SPINILLO, A. G. A importância do referencial de “metade” e o desenvolvimento do conceito de proporção. **Psicologia: Teoria e Pesquisa**, Brasília, v. 8, n. 3, p. 305- 317, 1992. Disponível em: https://www.gestaoesaude.unb.br/index.php/revistaptp/article/view/17142. Acesso em: 2 mar. 2022.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade**. Curitiba: Editora UFPR, 2009.

Agradecimentos

Agradecemos à Coordenação de Aperfeiçoamento Pessoal de Nível Superior (Capes), Brasil – Código de financiamento 001.