

# A experimentação como recurso didático no estudo de proporcionalidade entre grandezas

## Experimentation as a didactic resource in the study of a proportional relationship between quantities

Leomario Ribeiro Maciel da Silva<sup>1</sup>

Instituto Federal Fluminense (IFF), Campos dos Goytacazes, RJ, Brasil

 <https://orcid.org/0000-0002-4526-0557>,  <http://lattes.cnpq.br/1559534722498848>

Romario de Azeredo Gomes<sup>2</sup>

Instituto Federal Fluminense (IFF), Campos dos Goytacazes, RJ, Brasil

 <https://orcid.org/0000-0002-3003-9788>,  <http://lattes.cnpq.br/8405241238064380>

Gabriel Oliveira Marinho<sup>3</sup>

Instituto Federal Fluminense (IFF), Campos dos Goytacazes, RJ, Brasil

 <https://orcid.org/0000-0001-8166-640X>,  <http://lattes.cnpq.br/0784667327089733>

Lívia Azelman de Faria Abreu<sup>4</sup>

Instituto Federal Fluminense (IFF), Campos dos Goytacazes, RJ, Brasil

 <https://orcid.org/0000-0002-0460-4923>,  <http://lattes.cnpq.br/2624016056104058>

**Resumo:** As dificuldades de aprendizagem no estudo de conteúdos algébricos sinalizam a necessidade de metodologias que possibilitem um envolvimento mais ativo dos alunos nas aulas e uma maior conexão dos tópicos abordados com situações concretas. Diante desse contexto, desenvolveu-se esta pesquisa qualitativa do tipo intervenção pedagógica com o objetivo de analisar as contribuições do uso da experimentação no processo de ensino e aprendizagem de proporcionalidade entre grandezas. O referencial teórico explorado incluiu o pensamento algébrico, o raciocínio proporcional e a experimentação em sala de aula. Assim, planejou-se uma sequência didática marcada por se iniciar com a realização de quatro experimentos – cujos materiais, procedimentos e objetivos foram pensados e elaborados pelos próprios autores. Além disso, formulou-se uma lista de exercícios e duas propostas investigativas a serem feitas em grupo com o intuito de verificar o entendimento do assunto abordado e estimular a utilização e o desenvolvimento do pensamento algébrico e raciocínio proporcional. A aplicação da referida proposta se deu para duas turmas de sétimo ano do Ensino Fundamental de uma instituição pública de ensino que se uniram para participarem da aula. Com os resultados obtidos, percebeu-se que os experimentos realizados despertaram o interesse dos alunos e auxiliaram na compreensão das relações entre grandezas.

**Palavras-chave:** Álgebra; experimentação; pensamento algébrico; proporcionalidade; raciocínio proporcional.

<sup>1</sup> **Currículo sucinto:** Licenciado em Matemática pelo Instituto Federal Fluminense, pós-graduando em Informática na Educação no Instituto Federal do Espírito Santo. **Contribuição de autoria:** Administração do Projeto, Conceituação, Escrita – Primeira Redação, Escrita – Revisão e Edição, Investigação e Metodologia. **Contato:** [leomariomaciel@hotmail.com](mailto:leomariomaciel@hotmail.com).

<sup>2</sup> **Currículo sucinto:** Licenciado em Matemática pelo Instituto Federal Fluminense, pós-graduando em Informática na Educação no Instituto Federal do Espírito Santo. **Contribuição de autoria:** Administração do Projeto, Conceituação, Escrita – Primeira Redação, Escrita – Revisão e Edição, Investigação e Metodologia. **Contato:** [romariodeazeredo@hotmail.com](mailto:romariodeazeredo@hotmail.com).

<sup>3</sup> **Currículo sucinto:** Licenciado em Matemática pelo Instituto Federal Fluminense. **Contribuição de autoria:** Conceituação, Curadoria de Dados, Investigação e Recursos. **Contato:** [g.marinho2710@gmail.com](mailto:g.marinho2710@gmail.com).

<sup>4</sup> **Currículo sucinto:** Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, mestra em Matemática pela Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro (PROFMAT/UENF), doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino e História da Matemática e da Física pela Universidade Federal do Rio de Janeiro. **Contribuição de autoria:** Análise Formal, Escrita – Revisão e Edição e Supervisão. **Contato:** [livia.abreu@iff.edu.br](mailto:livia.abreu@iff.edu.br).



**Abstract:** The learning difficulties in the study of algebraic content indicate the need for methodologies that allow a more active involvement of students in classes and a greater connection of the topics covered with real situations. In this context, a qualitative study of an educational intervention was developed with the objective of analyzing the contributions of the use of experimentation in the process of teaching and learning of a proportional relationship between quantities. The theoretical framework explored included algebraic thinking, proportional reasoning and classroom experimentation. Thus, a didactic sequence was planned, starting with the realization of four experiments – whose materials, procedures and objectives were thought and elaborated by the authors themselves. In addition, a list of exercises and two investigative proposals were formulated to be done in groups in order to verify the understanding of the subject addressed and to stimulate the use and development of algebraic thinking and proportional reasoning. The application of the aforementioned proposal took place for two classes of seventh grade of elementary school from a public educational institution that came together to participate in the class. With the results obtained, it was noticed that the experiments carried out aroused the students' interest and helped in the understanding of the relationships between quantities.

**Keywords:** Algebra; experimentation; algebraic thinking; proportionality; proportional reasoning.

**Data de submissão:** 2 de abril de 2021.

**Data de aprovação:** 29 de maio de 2021.

## 1. Introdução

A inserção da Álgebra no Ensino Fundamental pode levar os alunos – geralmente acostumados com o estudo de uma Matemática puramente aritmética – a apresentarem dificuldades de aprendizagem (VELOSO; FERREIRA, 2011). Esse problema pode estar relacionado ao fato de os conteúdos algébricos exigirem “[...] um acentuado grau de abstração, uma vez que valores numéricos, em diversas ocasiões não são expressos de forma explícita e não apresenta significação para muitos [...]” (PEREIRA, 2017, p. 3).

Os obstáculos de aprendizagem que os alunos se deparam no estudo da Álgebra podem estar relacionados à abordagem e organização dos conteúdos algébricos e à mediação feita pelos professores, sobretudo no estabelecimento das relações entre a Álgebra e a Aritmética (PEREIRA, 2017). Além disso, Rocha e Sant’ana (2011) destacam que as dificuldades encontradas no processo de aprendizagem de Álgebra se dão pela negligência das aplicações dos conceitos algébricos na vida concreta.

Diante disso, entende-se a importância de o professor buscar, com criatividade e empenho, envolver os alunos nas aulas, de forma a ajudá-los na construção do pensamento algébrico, que segundo Pereira (2017) é tão necessário para a constituição de um raciocínio dinâmico e que deve fazer parte da formação em cada etapa do ensino.

De acordo com Ponte (2006, p. 12) “[...] no pensamento algébrico dá-se atenção não só aos objetos mas também às relações existentes entre eles, representando e raciocinando sobre essas relações tanto quanto possível de modo geral e abstrato.”. Nesse sentido, e tendo em vista que segundo Garcez (2016, p. 17) “O conceito de raciocínio proporcional está associado à



capacidade de analisar de forma consciente as relações entre quantidades [...]”, por meio do presente trabalho, buscou-se explorar o pensamento algébrico em consonância com o raciocínio proporcional a partir de experimentos práticos articulados à vida cotidiana, em busca do desenvolvimento de habilidades tais como: a identificação, a análise, a classificação e a organização de dados, com o propósito de possibilitar a compreensão das relações de proporcionalidade.

Segundo Lorenzato (2010), o ensino de Matemática que privilegia a experimentação favorece a aprendizagem. Isso porque, permite o envolvimento ativo do aluno no assunto estudado, viabiliza a descoberta, a reflexão e a construção do conhecimento e possibilita que o aluno levante hipóteses, procure alternativas e tire dúvidas, de forma a constatar o que é verdadeiro e correto. Ainda, o referido autor aponta que a experimentação potencializa a compreensão e a aprendizagem com significado.

Nesse sentido, entende-se a importância de instigar os alunos, para que esses utilizem saberes, sejam escolares ou de vida, já existentes em suas estruturas cognitivas e relacionados ao pensamento algébrico e raciocínio proporcional, de forma a relacioná-los com novas informações em busca do entendimento significativo do conteúdo de proporcionalidade entre grandezas (MOREIRA, 2012).

Diante desse contexto, com este trabalho objetivou-se analisar as contribuições do uso da experimentação no processo de ensino e aprendizagem de proporcionalidade entre grandezas.

## 2. Referencial teórico

### 2.1. O pensamento algébrico e o raciocínio proporcional

De acordo com Ponte (2006), os achados históricos revelam que a Álgebra tem suas origens voltadas para a formalização e sistematização de certas técnicas de resolução de problemas. Segundo o autor, aos poucos, ao longo dos anos, foi-se definindo o conceito de equação e a Álgebra passou a ser entendida como o ramo da Matemática que tem o objetivo de tratar do estudo de equações, por isso o termo “equações algébricas”. Entretanto, em tempos atuais, entende-se que “[...] no centro da Álgebra estão relações matemáticas abstratas, que tanto podem ser equações, inequações ou funções como podem ser outras estruturas definidas por operações ou relações em conjuntos.” (PONTE, 2006, p. 11).

Ainda, em relação à Álgebra, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) apresenta-a como umas das cinco unidades temáticas para o Ensino Fundamental e afirma que sua finalidade é de desenvolver o pensamento algébrico, “[...] que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de



situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos.” (BRASIL, 2018, p. 270). Além disso, a BNCC destaca que

Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados. As ideias matemáticas fundamentais vinculadas a essa unidade são: equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade. (BRASIL, 2018, p. 270).

Entende-se, portanto, não se tratar de um processo simples que pode ser realizado com facilidade e rapidez, haja vista que envolve um trabalho que deve partir desde os anos iniciais e que exige muita dedicação por parte dos envolvidos: professores e aluno.

Como apresentado pela BNCC, a proporcionalidade está vinculada à unidade temática Álgebra. O que leva à importância de se buscar pelo desenvolvimento do raciocínio proporcional. Silvestre (2012), Silvestre e Ponte (2009, 2011, 2012) e Ponte *et al.* (2010) sistematizaram as ideias de diversos autores e, a partir disso, consideraram que a capacidade de raciocínio proporcional envolve três aspectos: i) capacidade para distinguir situações que envolvem relações de proporcionalidade direta daquelas que não são; ii) compreensão da natureza multiplicativa das relações proporcionais e iii) capacidade para resolver vários tipos de problemas, revelando flexibilidade para usar diferentes abordagens, sem ser afetado pelos dados numéricos, contexto e representação.

Segundo Silvestre (2012), o desenvolvimento do raciocínio proporcional deve ter início na infância e depende da experiência pessoal e escolar do aluno, sendo esta última associada ao conhecimento das estruturas multiplicativas, caracterizando, portanto, um processo lento e fortemente condicionado.

Para Stanley, McGowan e Hull (2003), citados por Silvestre (2012), a abordagem tradicional de ensino da proporcionalidade deve ser substituída, uma vez que o raciocínio proporcional implica muito mais do que o uso da expressão e do produto cruzado ou regra de três, que se referem a representações e regras cujo significado os alunos não compreendem.

## 2.2 A experimentação na sala de aula

A ação de experimentar é intrínseca à natureza humana, por esse motivo, por exemplo, crianças pequenas se expõem ao perigo ao colocarem o dedo na tomada, jovens experimentam a fim de descobrirem seus limites e adultos ao testarem uma receita culinária. Por conseguinte, é válido que o ato de experimentar faça parte dos processos educacionais. A experimentação possibilita que o aluno se envolva de forma ativa com o assunto estudado, participe de



descobertas e socialize com os colegas, ao realizarem experimentos em grupo e compartilhem suas compreensões e descobertas com os demais (LORENZATO, 2010).

Conforme Oliveira (2010), nas aulas experimentais, principalmente aquelas em que os alunos desenvolvem as atividades propostas em grupo, algumas habilidades e competências são favorecidas, tais como: i) divisão de tarefas ii) responsabilidade individual e com o grupo; iii) negociação de ideias e iv) diretrizes para a solução dos problemas. Ainda, em se tratando da importância de promover a cooperação entre os alunos na realização de atividades

[...] é preciso que os estudantes compartilhem suas ideias com seus pares, tanto em pequenos grupos como com toda a classe. Os pequenos grupos dão oportunidade aos alunos para que expliquem e defendem seus pontos de vista – processo que estimula a aprendizagem, pois habilidade de argumentação é uma das realizações mais importantes da educação científica. Ao contar aos outros o que pensam sobre um problema, os estudantes elaboram e refinam seus pensamentos e aprofundam sua compreensão. (CARVALHO *et al.*, 2005, p. 31).

Para Lorenzato (2010), a experimentação pode, de início, ser concebida como ação sobre objetos manipuláveis, de forma a valorizar a: i) observação; ii) realização de comparações; iii) montagem; iv) decomposição e v) distribuição. Contudo, segundo o autor, a importância da experimentação reside no fato de possibilitar melhorias nos processos de aprendizagem, tendo em vista que ela tem o poder de conseguir provocar o raciocínio, a capacidade de reflexão e a construção do conhecimento, facilitando que o aluno levante hipóteses, procure alternativas e caminhos para resolver um problema, esclareça dúvidas e evidencie o que é válido ou não. Enfim, o referido autor destaca que quando se propicia a experimentação, valoriza-se o processo de construção do saber em vez do mero resultado final.

Diante das várias contribuições, Lorenzato (2010, p. 72) ainda afirma que “A experimentação é o melhor modo para se conseguir a aprendizagem com significado, uma vez que ela realça o porquê, a explicação e, assim, valoriza a compreensão”.

Todavia, apesar das vantagens e contribuições que a experimentação pode trazer para os processos educacionais, é válido salientar que ela pode representar um trabalho que exige muito do professor. Nesse sentido, a realização de uma aula com experimentação demanda que: i) o professor conheça bem o assunto tratado, haja vista que durante a aula podem surgir muitas dúvidas e indagações por parte dos alunos; ii) os objetivos da aula estejam claramente definidos, de modo a evitar que sejam tomados caminhos que levem a constatações totalmente inesperadas; iii) as estratégias de ensino estejam adequadas ao nível de desenvolvimento dos alunos, para que estes consigam compreender a proposta e iv) os materiais didáticos estejam disponíveis, ou sejam produzidos ou inventados, para que os alunos consigam vê-los, tocá-los e investigá-los (LORENZATO, 2010).

Quanto à organização das atividades experimentais, Oliveira (2010) ressalta que pode ser realizada de diversas maneiras, que vão desde estratégias que focalizam a simples ilustração ou



verificação de conceitos até aquelas que estimulam a criatividade dos alunos e proporcionam condições para que reflitam acerca de fenômenos científicos. No que tange ao grau de direcionamento, no Quadro 1 são indicadas as características dos tipos de atividades experimentais, conforme apresentado por Araújo e Abib (2003).

Quadro 1 – Tipos de atividades experimentais e suas características

<b>Tipo</b>	<b>Características</b>
Demonstração	São as atividades experimentais cuja realização é feita pelo professor, de modo que os alunos buscam observar os fenômenos ocorridos. Tendo em vista que possibilitam ilustrar um determinado fenômeno, podem contribuir para a compreensão de diversos aspectos relacionados ao mesmo. Em geral, essas atividades demandam um pequeno tempo de realização e são frequentemente integradas às aulas expositivas no início, como forma de despertar o interesse do aluno para o tema abordado, ou término da aula, como forma de fechá-las.
Verificação	São utilizadas com o intuito de possibilitar a verificação da validade de alguma lei, conceito ou teoria. É considerada, por alguns autores, um recurso que torna o ensino estimulante e a aprendizagem significativa.
Investigação	Representam uma estratégia para permitir que os alunos ocupem uma posição mais ativa no processo de construção do conhecimento, em que o professor exerce o papel de mediador ou facilitador desse processo. Caracterizam-se por possibilitarem uma abordagem que seja centrada nos aspectos cognitivos do processo de ensino e aprendizagem.

Fonte: Elaboração própria baseando-se em Araújo e Abib (2003).

Dessa forma, as atividades experimentais podem se apresentar como de demonstração, verificação ou investigação e o professor pode explorar um ou mais tipos em diferentes contextos em sala de aula.

### 3. Metodologia

Ressalta-se que esta pesquisa objetivou possibilitar o desenvolvimento da compreensão do conceito proporcionalidade e propiciar o entendimento acerca do comportamento entre grandezas diretamente e inversamente proporcionais. Para tal, foram confeccionados materiais didáticos, de forma a viabilizar a realização de experimentos em uma sequência didática<sup>1</sup>.

Por não se preocupar com dados métricos e por se interessar mais pelo processo de aprendizagem do que por resultados a serem obtidos, esta pesquisa, cujo público-alvo são alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental, se caracteriza como qualitativa (SILVEIRA; CÓRDOVA, 2009). Além disso, é uma pesquisa do tipo intervenção pedagógica. Por conseguinte, ela se refere a uma investigação planejada com a finalidade de produzir um material a ser implementado e, posteriormente, avaliado (DAMIANI *et al.*, 2013).

<sup>1</sup> De acordo com Zabala (1998, p. 18), uma sequência didática é definida como “[...] um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais [...]”



Nesse sentido, foram realizadas as seguintes etapas: i) planejamento, em que foi feito o processo de estruturação da sequência didática e elaboração do material didático; ii) implementação, na qual ocorreu a aplicação da sequência didática e iii) avaliação, que trata dos processos posteriores à implementação, com a análise dos dados levantados por meio da observação feita no momento da experimentação e das respostas apresentadas pelos discentes às atividades propostas. Essas etapas são detalhadas a seguir, em que o planejamento é discorrido nesta seção e a implementação e avaliação são relatadas na próxima.

A etapa de planejamento foi marcada por encontros para a realização de discussões referentes à sequência didática. Nesse sentido, foram feitas pesquisas em livros didáticos e em trabalhos acadêmicos consultados em meio digital com o intuito de aprimorar as ideias que foram surgindo. Com isso, levou-se em consideração que em uma intervenção pedagógica o diálogo com a teoria é necessário (DAMIANI *et al.*, 2013). Ainda, nesses encontros, foi feita a confecção dos materiais didáticos e a elaboração de uma lista de exercícios.

Salienta-se que foi deliberada a divisão da sequência didática em quatro momentos, a saber: i) realização, pelos professores, de quatro experimentos envolvendo grandezas diretamente e inversamente proporcionais; ii) apresentação e formalização do conteúdo; iii) distribuição da turma em grupos para discussão de duas propostas envolvendo a análise de grandezas diretamente e inversamente proporcionais e iv) resolução de exercícios e discussão com a turma.

De forma a explicitar de forma mais detalhada cada um desses momentos, a seguir é dissertado acerca dos objetivos e procedimentos envolvendo cada um deles.

Com o primeiro momento, objetiva-se, por meio dos experimentos, iniciar a abordagem do conteúdo de forma a despertar o interesse dos alunos, bem como promover a observação e análise de resultados. Para este momento, foi elaborada uma folha contendo quatro tabelas (Figura 1), de modo a distribuí-la antes dos experimentos e possibilitar o registro, por parte dos alunos, dos valores obtidos em cada experimento de forma mais organizada.



Figura 1 – Folha de tabelas

Preencha as tabelas abaixo com base nos experimentos que serão realizados.

**EXPERIMENTO I**  
 Volume x Tempo para atingir o volume

Volume (ml)	Tempo (s)

**EXPERIMENTO II**  
 Quantidade de areia no recipiente x Massa no recipiente

Quantidade de areia	Massa (g)

**EXPERIMENTO III**  
 Número de ralos abertos x Tempo para esvaziar o tanque

Número de ralos	Tempo (s)

**EXPERIMENTO IV**  
 Número de copos x Quantidade de água em cada copo

Número de copos	Quantidade de água em cada copo (ml)

Fonte: Elaboração dos autores (2019).

Quanto aos experimentos, para a realização do primeiro e do terceiro, foi confeccionado um recipiente contendo uma torneira e dois ralos. Para o segundo e quarto, utilizou-se de copos de acrílico. Como em três dos quatro experimentos faz-se o uso de água, os pesquisadores decidiram por realizá-los para toda a turma, a fim de evitar possíveis acidentes. Nesse primeiro momento da aula, portanto, objetiva-se que os alunos façam observações e reflitam acerca das relações entre as grandezas envolvidas, anotando os dados nas tabelas, o que caracteriza uma atividade experimental de demonstração (ARAÚJO; ABIB, 2003). No Quadro 2 são descritos os procedimentos envolvidos em cada um desses experimentos.

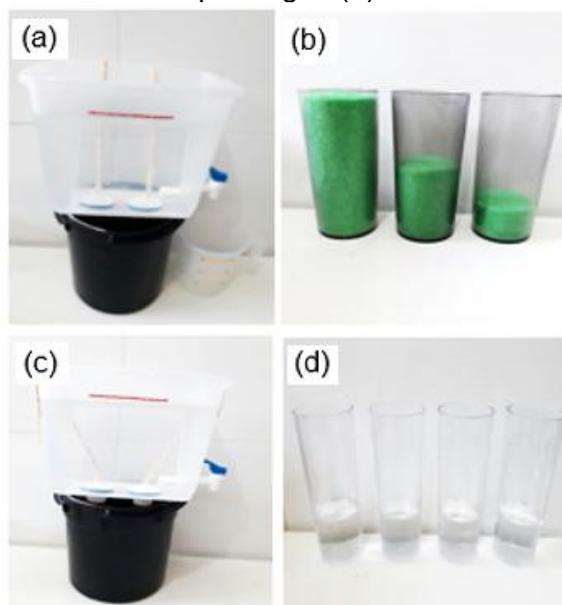


Quadro 2 – Experimentos e procedimentos a serem executados

<i>Experimento</i>	<i>Procedimentos</i>
1	Uma torneira de um recipiente contendo água deve ser aberta para que seja observado o acréscimo de nível em outro recipiente, devendo ser anotados os tempos para se atingir trezentos, seiscentos e novecentos mililitros (Figura 2a).
2	Realiza-se a medição das massas de três copos: um totalmente preenchido com areia colorida, outro até a metade e o último com um quarto de sua capacidade (Figura 2b).
3	Um recipiente contendo água até determinada altura deve ser esvaziado com a abertura de um ralo e, após a reposição do nível da água, o esvaziamento deve ser feito com a abertura de dois ralos, de forma a verificar os tempos de esvaziamento nessas duas situações (Figura 2c).
4	Quatro copos (Figura 2d) que apresentam a mesma quantidade de água devem ser postos sobre a mesa, em seguida, dois desses devem ser retirados e a água contida em cada um deles deve ser transferida para cada um dos dois restantes e, por fim, deve-se retirar um desses dois copos, de forma a transferir a água em seu interior para o que restar. Neste sentido, ao final do processo, a quantidade de água total (dos quatro copos) deve estar nesse último copo restante.

Fonte: Elaboração dos autores.

Figura 2 – Reservatório e recipiente (a); copos com areia colorida (b); reservatório (c) e copos para água (d).



Fonte: Elaboração dos autores (2019).

Após a realização dos experimentos, dá-se início ao segundo momento da sequência didática, que é quando se faz a abordagem do conteúdo de proporcionalidade a partir dos dados que os próprios alunos preencheram nas tabelas. Entendeu-se que, dessa forma, os alunos conseguiriam compreender com mais facilidade as relações entre as grandezas envolvidas nos experimentos, a fim de que se tornassem capazes de generalizarem o que acontece em relação



ao comportamento de uma grandeza quando se varia a outra nos casos em que elas são diretamente proporcionais e nos casos que são inversamente proporcionais.

O terceiro momento consiste em distribuir a turma em grupos para discussão de duas propostas investigativas com o objetivo de promover o debate e o compartilhamento do entendimento do conteúdo entre os alunos.

A primeira proposta se refere à distribuição de dois pequenos recipientes: o primeiro com duas balas e com uma etiqueta indicando o valor pago por elas (Figura 3) e o segundo, idêntico ao primeiro, com cinco balas e sem o valor especificado. Nesse momento, os grupos devem ser indagados a classificarem as grandezas “número de balas” e “valor pago” e especificarem o valor a ser pago pelo número de balas no segundo recipiente, levando em consideração o valor de duas balas exposto no primeiro.

Figura 3 – Primeira análise em grupo



Fonte: Elaboração dos autores (2019).

Na segunda proposta para análise em grupo, dois ímãs devem ser dados a cada grupo para que os alunos investiguem e classifiquem como diretamente ou inversamente proporcionais as grandezas “distância entre os ímãs” e “força de repulsão entre eles”, bem como “número de ímãs” e “massa”.

Por fim, o quarto momento consiste na distribuição de uma lista contendo três questões, para que os alunos possam fazê-las em grupo, discutindo-as. A primeira envolve a análise das relações entre grandezas, com o objetivo de classificá-las como diretamente ou inversamente proporcionais (Figura 4), enquanto a segunda e terceira trata da investigação de duas situações, em que os valores são dados em tabelas, em vista de responder a alguns itens (Figura 5). Esse momento visa à verificação da compreensão e da capacidade de generalização dos alunos no que tange ao conteúdo de proporcionalidade, em que eles devem fazer questões em contextos mais abstratos, sem mais recorrerem a materiais concretos a fim de investigarem relações.



Figura 4 – Primeira questão da lista

- 1) Analisando as grandezas relacionadas abaixo, utilize **D** para diretamente proporcionais ou **I** para inversamente proporcionais:
- ( ) Número de operários, trabalhando no mesmo ritmo, e tempo necessário para construção de uma casa.
  - ( ) Número de pessoas em um churrasco e a quantidade (em gramas) que cada uma poderá consumir, considerando o consumo igual por pessoa.
  - ( ) Velocidade do automóvel e distância percorrida em um mesmo tempo.
  - ( ) Número de pessoas que ganharam na loteria e a quantia que cada um receberá, sendo quantias iguais e o prêmio fixo.
  - ( ) Número de pães e o valor, em reais, a se pagar.

Fonte: Elaboração dos autores (2019).

Figura 5 – Segunda e terceira questões da lista

2) A tabela a seguir apresenta o número de máquinas e o número de peças produzidas por dia em uma certa fábrica.

Número de máquinas	Número de peças por dia
4	200
8	400
12	600
16	?

Com base na tabela, responda:

- e) Aumentando o número de máquinas o que acontece com o número de peças produzidas?
- f) Quando se dobra o número de máquinas o que acontece com o número de peças produzidas? E quando se triplica o número de máquinas?
- g) As grandezas presentes na tabela são diretamente ou inversamente proporcionais?
- h) Quantas peças são produzidas por dia com 16 máquinas? E com 40 máquinas?

3) A tabela abaixo relaciona a velocidade de um veículo e o tempo de viagem.

Velocidade (Km/h)	Tempo (h)
30	12
60	6
120	?

- e) Aumentando a velocidade o que acontece com o tempo de viagem?
- f) Quando se dobra a velocidade o que acontece com o tempo de viagem?
- g) As grandezas velocidade e tempo são diretamente ou inversamente proporcionais?
- h) Com a velocidade de 120 Km/h, qual será o tempo de viagem?

Fonte: Elaboração dos autores (2019).

#### 4. Resultados e discussão

A implementação da sequência didática ocorreu em uma instituição pública de ensino localizada no município de Campos dos Goytacazes. Foram utilizados dois tempos de aula e estavam presentes 33 alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental. Na sala haviam alunos de duas turmas que se juntaram, a pedido da professora deles, para participarem da sequência didática. Por conta disso, os pesquisadores solicitaram que eles se dividissem em duplas ou trios, para facilitar a conferência dos dados, por parte dos pesquisadores, a serem obtidos nos experimentos.

Ao entrar na sala, o grupo de pesquisadores começou a arrumar os materiais sobre a mesa e, nesse momento, percebeu-se uma grande curiosidade por parte dos alunos em relação ao que seria feito (Figura 6). Depois de tudo preparado, o grupo se apresentou à turma e deu início à aula.



Figura 6 – Material para experimentos



Fonte: Material da pesquisa (2019).

Foi explicado aos alunos como seria a dinâmica da aula e as folhas com as tabelas foram distribuídas. Nesse momento, eles foram informados que iriam preencher as tabelas com dados a serem obtidos em quatro experimentos envolvendo grandezas diretamente e inversamente proporcionais, que, logo em seguida, foram realizados. Ressalta-se que pelo fato de os experimentos não serem realizados em um laboratório, onde valores poderiam ser obtidos com maior precisão, os pesquisadores optaram pela aproximação para valores inteiros, o que também facilitaria a análise dos dados obtidos.

Durante a realização dos experimentos, os alunos ficaram muito atentos ao que estava sendo feito, observando cuidadosamente e registrando os valores (Figura 7). Além disso, eles se mostraram empolgados ao comemorarem os resultados obtidos, por estarem buscando prevê-los. Por exemplo, no terceiro experimento, ao abrir um único ralo levaram-se 18 segundos para o esvaziamento total do recipiente. Quando a água foi repostada e foi explicado que eles deveriam registrar o tempo para que a mesma quantidade de água escoasse por dois ralos que seriam abertos, um aluno logo exclamou: “Tem que ser de 9 segundos!”. Demonstrando, portanto, que havia entendido de forma intuitiva que o tempo seria reduzido à metade. Esse ocorrido vai ao encontro de Resnick e Singer (1993), citados por Silvestre 2012, uma vez que eles defendem que as crianças possuem um conjunto de esquemas que o tornam capazes de raciocinar de modo intuitivo sobre as relações de proporcionalidade. Desta forma, entende-se que as relações quantitativas de proporcionalidade entre grandezas em situações e estruturas matemáticas, em vista de determinar um valor desconhecido, pode contribuir para o desenvolvimento do pensamento algébrico (BRASIL, 2018).



Figura 7 – Realização dos experimentos



Fonte: Material da pesquisa (2019).

Destaca-se que os pesquisadores ficaram atentos para verificarem se os alunos estavam preenchendo as tabelas com os dados corretos e, nesse momento, não se identificou alguma dificuldade por parte dos alunos.

Em seguida, utilizando-se dos dados obtidos em cada experimento, grandezas, razões e proporções foram definidas. Nesse momento, o grupo analisou junto à turma os dados em cada tabela e, a partir disso, apresentou como se comportam as grandezas, diferenciando a relação de proporcionalidade direta da inversa.

Após esse momento, baseando-se em autores como Carvalho *et al.* (2005), Lorenzato (2010) e Oliveira (2010) que incentivam o trabalho colaborativo na realização de tarefas, a turma foi distribuída em três grupos para investigarem e discutirem duas propostas que envolvem análise de grandezas diretamente e inversamente proporcionais. Destaca-se que, ao possibilitar a interação entre os alunos na realização das tarefas, objetivou-se promover melhorias nos processos de ensino e aprendizagem, consoante aos apontamentos de Carvalho *et al.* (2005, p. 31):

Na escola, na sala de aula, deve haver tempo para comunicação, reflexão e argumentação entre os alunos – fatores importantes para o desenvolvimento da racionalidade e dos conteúdos metodológicos e atitudinais -, pois a interação do aluno com seus iguais é imprescindível na construção, eminentemente social de um novo conhecimento.

Salienta-se que na primeira proposta, em que os alunos deviam classificar o tipo de relação entre as grandezas “Número de balas” e “Valor pago” e determinar o preço a ser pago em 5 balas, dado que 2 valiam R\$ 0,40, o grupo percebeu uma enorme facilidade dos alunos ao responderem esses problemas. Na segunda, em que os alunos foram indagados a classificarem



as grandezas “Distância entre os ímãs” e “Força de repulsão entre eles” bem como “Número de ímãs” e “Massa”, os pesquisadores observaram que eles se sentiam contentes por conseguirem explicar o raciocínio utilizado (Figura 8). Com isso, verificou-se o estabelecimento de relações entre grandezas em diferentes contextos, de maneira que os alunos utilizaram o raciocínio proporcional na resolução das situações propostas (BRASIL, 2018). Cabe salientar também que os três aspectos do raciocínio proporcional sistematizados por Silvestre e Ponte (2009, 2011, 2012) e Ponte *et al.* (2010), apontados por Silvestre (2012), foram observados, uma vez que os alunos distinguiram a proporcionalidade direta da inversa, compreenderam a natureza multiplicativa das relações proporcionais diante das variações das grandezas nos experimentos e resolveram problemas com abordagens distintas.

Figura 8 – Alunos realizando investigações na segunda proposta



Fonte: Material da pesquisa (2019).

Por fim, foi distribuída a lista de exercícios e pedido que os alunos fizessem as questões, que abordam classificação das grandezas bem como a utilização do raciocínio proporcional para a resolução de problemas associados ao pensamento algébrico. Dado um tempo para que todos fizessem a lista, ela foi corrigida e discutida com a turma. Nesse momento, foi solicitado que os alunos explanassem para os demais aquilo que haviam pensado e feito, tendo em vista que de acordo com Carvalho *et al.* (2005, p. 22):

É durante as etapas de reflexão sobre o como – a fase da tomada de consciência de suas próprias ações – e de procura do porquê – fase das explicações causais – que os alunos têm oportunidade de construir sua compreensão dos fenômenos físicos. E, enquanto contam o que fizeram para o professor e para a classe e descrevem suas ações, vão estabelecendo, em pensamento, as próprias coordenações conceituais, lógico-matemáticas e causais.

Destaca-se que os pesquisadores observaram atentamente se todos os alunos estavam tentando fazer as questões e, nesse momento, ficou ainda mais evidente o empenho e interesse por parte deles com o assunto estudado. Além disso, viu-se que quando surgia alguma dificuldade, os alunos iniciavam um debate entre eles, com o intuito de esclarecerem as dúvidas e em poucos momentos precisaram recorrer aos pesquisadores para solicitarem ajuda na interpretação dos



enunciados. É válido salientar que antes da realização da correção dos exercícios com toda a turma, os pesquisadores já haviam identificado que os alunos conseguiram fazer todas as questões corretamente, verificando item a item em cada grupo e levando-os a refletirem sobre suas respostas. Nesse sentido, o momento de correção serviu para formalizar o raciocínio utilizado e possibilitar que os alunos apresentassem para toda a turma o que haviam pensado e como chegaram às respostas apresentadas.

## 5. Considerações finais

Evidencia-se, novamente, que esta pesquisa teve o objetivo de analisar as contribuições do uso da experimentação no processo de ensino e aprendizagem de proporcionalidade entre grandezas. Para alcançar o referido objetivo, foi elaborada uma sequência didática que fez uso de experimentos de forma a mostrar, na prática, como certas grandezas estão relacionadas. Por se tratar de uma intervenção pedagógica, a presente pesquisa de cunho qualitativo está dividida em três etapas: planejamento, implementação e avaliação.

Durante a etapa de planejamento, confeccionou-se um recipiente com uma torneira para mostrar que quanto maior o tempo de abertura de uma torneira e mantendo a vazão constante, o volume de água que passa por ela aumenta de forma proporcional. Além disso, nesse mesmo recipiente, foram colocados dois ralos idênticos, com o objetivo de mostrar que aumentando-se o número de ralos abertos, o tempo de esvaziamento de uma certa quantidade de água diminui de forma proporcional. Além desse recipiente, pensado e criado pelos autores deste trabalho, foram utilizados copos para mostrar que quanto maior a quantidade de areia colorida (ou de outro material), maior é a massa e, também, que, por meio do processo que foi descrito no Quadro 2 deste artigo, diminuindo-se o número de copos, aumenta-se, proporcionalmente, a quantidade de água em cada um deles.

Com isso, na etapa de implementação, relações de proporcionalidade puderam ser demonstradas de forma prática por meio de experimentos cuja realização teve a participação dos alunos, ao poderem registrar os dados obtidos em tabelas. Destaca-se que, com a realização dos experimentos no início da aula, foi possível despertar o interesse dos alunos pelo assunto, levando-os, até mesmo, a buscarem prever os valores numéricos. Até aquele momento, o conteúdo de proporcionalidade não havia sido apresentado diretamente para eles, mas por meio de suas experiências anteriores, em contextos formais ou informais, eles se mostraram capazes de entenderem, de forma intuitiva, as relações de proporcionalidade entre as grandezas envolvidas nos experimentos.

Após o momento de análise de dados e formalização dos conceitos, os alunos foram divididos em grupos para a realização de duas pequenas investigações, em que eles precisavam



tentar compreender a relação entre as grandezas envolvidas em duas situações. Esse foi um momento de muita troca entre os alunos, no qual eles se mostraram muito empenhados para responderem ao que foi proposto a partir de discussões produtivas. Como apresentado por Carvalho *et al.* (2005), Lorenzato (2010) e Oliveira (2010) o trabalho em grupo propicia um ambiente rico para o aprendizado, de forma a viabilizar o envolvimento ativo e colaborativo nas tarefas apresentadas.

Ao final da aula, foram propostos três exercícios para os alunos, nos quais eles não poderiam recorrer a materiais para auxiliá-los na análise, sendo, pois, uma forma de verificar a capacidade de generalização e utilização do pensamento algébrico e raciocínio proporcional para resolverem questões envolvendo proporcionalidade em situações mais abstratas.

Verificou-se, a partir da etapa de avaliação, que os alunos conseguiram responder com facilidade aos exercícios e, quando questionados sobre os processos e raciocínios utilizados, foram capazes de explicá-los com naturalidade e precisão. Demonstrando a compreensão satisfatória do conteúdo abordado.

Entende-se, a partir dos resultados obtidos, que o uso de experimentos oportunizou que o conteúdo de proporcionalidade fosse tratado de forma mais dinâmica e mais próxima da realidade dos alunos. Conclui-se, portanto, que a experimentação pode viabilizar que os alunos vejam mais sentido nas relações entre grandezas. Por conta disso, o uso da experimentação pode ser um recurso eficaz para auxiliar no estudo do conteúdo de proporcionalidade, sendo uma alternativa que atenda à necessidade de substituição, conforme defendido por Stanley, McGowan e Hull (2003), citados por Silvestre (2012), da abordagem tradicional de ensino de proporcionalidade.

Diante dos resultados da pesquisa, é apropriado que concordemos com Lorenzato (2010) quando o autor afirma que a experimentação promove melhorias nos processos de aprendizagem e que possibilita a aprendizagem com significado, valorizando a compreensão.

## Referências

ARAÚJO, M. S. T. de; ABIB, M. L. V. S. Atividades Experimentais no Ensino de Física: diferentes enfoques, diferentes finalidades. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, São Paulo, v. 25, n. 2, p. 176-194, jun. 2003. Disponível em: <https://www.scielo.br/pdf/rbef/v25n2/a07v25n2.pdf>. Acesso em: 1 abr. 2021.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: Ministério da Educação, 2018.

CARVALHO, A. M. P. de; VANNUCCHI, A. I.; BARROS, M. A.; GONÇALVES, M. E. R.; REY, R. C. de. **Ciências no Ensino Fundamental**: o conhecimento físico. São Paulo: Scipione, 2005.

DAMIANI, M. F.; ROCHEFORT, R. S.; CASTRO, R. F. de; DANIZ, M. R.; PINHEIRO, S. S. Discutindo pesquisas do tipo intervenção pedagógica. **Cadernos de Educação**, Pelotas, n. 45, p. 57-67, 2013. Disponível em: <https://periodicos.ufpel.edu.br/ojs2/index.php/caduc/article/view/3822>. Acesso em: 19 jun. 2021.



- GARCEZ, T. I. G. M. **O raciocínio proporcional no quadro do pensamento algébrico: uma experiência de ensino no 6º ano**. Orientadora: Hélia Margarida Pintão de Oliveira. 2016. 159 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade de Lisboa, Lisboa, 2016. Disponível em: [https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/23425/1/ulfpie047769\\_tm.pdf](https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/23425/1/ulfpie047769_tm.pdf). Acesso em: 1 abr. 2021.
- LORENZATO, S. **Para aprender Matemática**. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2010.
- MOREIRA, M. A. ¿Al final, qué es aprendizaje significativo? **Revista Currículum**, Santa Cruz de Tenerife, n. 25, p. 29-56, mar. 2012. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/96956/000900432.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 1 abr. 2021.
- OLIVEIRA, J. R. S. de. Contribuições e abordagens das atividades experimentais no ensino de Ciências: reunindo elementos para a prática docente. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 12, n. 1, p. 139-153, jan./jun. 2010. Disponível em: <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/31>. Acesso em: 1 abr. 2021.
- PEREIRA, C. A. Dificuldades do ensino da Álgebra no Ensino Fundamental: algumas considerações. **Revista Eletrônica Científica Inovação e Tecnologia**, Medianeira, v. 8, n. 17, p. 01-15, 2017. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/recit/article/view/5047/pdf>. Acesso em: 1 abr. 2021.
- PONTE, J. P. Números e Álgebra no currículo escolar. In: VALE, I.; PIMENTEL, T.; BARBOSA, A.; FONSECA, L.; SANTOS, L.; CANAVARRO, P. (org.). **Números e Álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores**. 1. ed. Lisboa: SEM-SPCE, 2006. p. 5-27. Disponível em: [http://spiem.pt/DOCS/ATAS\\_ENCONTROS/atas\\_EIEM\\_2005.pdf](http://spiem.pt/DOCS/ATAS_ENCONTROS/atas_EIEM_2005.pdf). Acesso em: 1 abr. 2021.
- PONTE, J. P. da; SILVESTRE, A. I.; GARCIA, C.; COSTA, S. **O desenvolvimento do conceito de proporcionalidade direta pela exploração de regularidades**. Lisboa: APM, 2010. Disponível em: <https://bit.ly/3w1UHTR>. Acesso em: 19 jun. 2021.
- ROCHA, E. A. R.; SANT'ANA, C. C. Dificuldades no ensino e aprendizagem de Aritmética e Álgebra nas escolas públicas. In: SEMANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DA UESB, 3., 2011, Vitória da Conquista. **Anais [...]**. Vitória da Conquista: Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, 2011. Disponível em: <http://www2.uesb.br/cursos/matematica/matematicavca/wp-content/uploads/DIFICULDADES-NO-ENSINO-E-APRENDIZAGEM.pdf>. Acesso em: 1 abr. 2021.
- SILVEIRA, D. T.; CÓRDOVA, F. P. A pesquisa científica. In: GERHARDDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. (org.). **Métodos de Pesquisa**. Porto Alegre: Editora de UFRGS, 2009. p. 31-42.
- SILVESTRE, A. I. **O desenvolvimento do raciocínio proporcional: percursos de aprendizagem de alunos do 6º ano de escolaridade**. Orientador: João Pedro Mendes da Ponte. 2012. 392 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade de Lisboa, Lisboa, 2012. Disponível em: [https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/7533/1/ulsd063337\\_td\\_Ana\\_Silvestre.pdf](https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/7533/1/ulsd063337_td_Ana_Silvestre.pdf). Acesso em: 1 abr. 2021.
- SILVESTRE, A. I.; PONTE, J. P. Proporcionalidade directa no 6º ano de escolaridade: uma abordagem exploratória. **Interacções**, Lisboa, n. 20, p. 70-97, 2012. Disponível em: <https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/6556/1/12-Silvestre-Ponte%20INTERACCOES.pdf>. Acesso em: 19 jun. 2021.



SILVESTRE, A. I.; PONTE, J. P. Una experiencia de enseñanza dirigida al desarrollo del razonamiento proporcional. **Educación y Pedagogía**, Medellín, v. 23, n. 59, p. 137-158, enero/abr., 2011. Disponível em: [https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/4220/1/11-Silvestre-Ponte%20\(Colombia\).pdf](https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/4220/1/11-Silvestre-Ponte%20(Colombia).pdf). Acesso em: 19 jun. 2021.

SILVESTRE, A.; PONTE, J. P. Ser ou não ser uma relação proporcional. *In: Actas do XX Seminário de Investigação em Educação*. Viana do Castelo: APM, 2009. 1 CD-ROM.

VELOSO, D. S.; FERREIRA, A. C. Uma reflexão sobre as dificuldades dos alunos que se iniciam no estudo da Álgebra. **Revista da Educação Matemática da UFOP**, Ouro Preto, v. 1, p. 59-65, 2011. Disponível em: <http://www.repositorio.ufop.br/jspui/handle/123456789/1292>. Acesso em: 1 abr. 2021.

ZABALA, A. **A prática educativa**: como ensinar. Tradução: Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre: Artmed, 1998.

