

# Um estudo comparativo e descritivo sobre o emprego do software GeoGebra em Geometria Analítica

## A comparative and descriptive study about the use of GeoGebra software in Analytical Geometry

André Tenório  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro (IFRJ)  
Campus Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil  
[tenorioifrj@gmail.com](mailto:tenorioifrj@gmail.com)

Rosana da Preza Martins  
Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro (SEEDUC-RJ), Rio de Janeiro, RJ, Brasil  
[rosanapreza@uol.com](mailto:rosanapreza@uol.com)

Thaís Tenório  
Universidade Federal Fluminense (UFF), Niterói, RJ, Brasil  
[tenoriocalc@gmail.com](mailto:tenoriocalc@gmail.com)

---

### Informações do Artigo



---

#### Histórico do Artigo

Submissão: 5 de outubro de 2016.  
Aceite: 20 de março de 2017.

---

#### Palavras-chave

Tecnologias Digitais  
Geometria Analítica  
GeoGebra

---

### Resumo

Tecnologias digitais são empregadas pelos jovens corriqueiramente, por isso, mantê-las afastadas do âmbito escolar pode ocasionar desânimo, desinteresse e desmotivação. Logo, propostas de ensino-aprendizagem com o uso de tecnologias devem ser testadas e divulgadas. Neste trabalho, foi analisada a aplicabilidade do software GeoGebra no estudo de distância entre dois pontos e de equações da reta. O objetivo foi conhecer os efeitos do GeoGebra na aprendizagem desses conteúdos. Alunos de duas turmas da 3º ano do Ensino Médio regular de uma escola pública estadual do Rio de Janeiro participaram da pesquisa. Para fins de comparação, o software GeoGebra foi manipulado por apenas uma das turmas. Os instrumentos de coleta de dados foram pré-teste, pós-teste, registro das atividades discentes e questionários. O uso do recurso tecnológico promoveu um ambiente de aprendizagem interativo e dinâmico. A possibilidade de visualização e experimentação facilitou o entendimento. Aproveitar software demanda do educador mais planejamento e flexibilidade do que em aulas sem recursos tecnológicos, mas torna a escola mais próxima do cotidiano do aluno.

---

### Keywords

Digital Technologies  
Analytic Geometry  
GeoGebra

---

### Abstract

Teenagers use digital technologies routinely, so keeping them away from the school can cause apathy, disinterest and demotivation. Then, teaching-learning proposals employing technologies should be tested and published. The use of software GeoGebra to the teaching-learning of distance between two points and linear equations was examined. The study's aim was to identify the effects of GeoGebra in learning. High School students from two classes of a public school in Rio de Janeiro participated. One class manipulated GeoGebra. Data collection instruments were pre-test, post-test, students' activities and questionnaires. The program promoted a dynamic and interactive learning environment. The possibility of visualization and experimentation facilitated understanding the content. Using GeoGebra requires more organization and flexibility than lectures without technological resources and approximates the school to the student's daily life.

## 1. Introdução

O computador aliado à internet é um dos principais instrumentos do avanço tecnológico atual (FIALHO, 2010). Ele possibilita o emprego de tecnologias de informação e comunicação (TIC) como *software*, jogos digitais, *e-books*, entre outros. Tais recursos são comumente empregados por adolescentes. Todavia, em geral, esses são pouco aproveitados na Educação Básica (TENÓRIO *et al.*, 2016). Para evitar o desânimo, o desinteresse e a desmotivação do aluno, uma alternativa é aproximar as TIC do ensino-aprendizagem, em especial, de disciplinas consideradas difíceis como a Matemática (VARGAS, 2010).

Uma das TIC úteis nessa disciplina é o *software* educativo de geometria dinâmica. Com recursos desse tipo é possível criar um ambiente de aprendizagem interativo e atrativo, capaz de favorecer a visualização, manipulação, construção, experimentação e interpretação dos conceitos matemáticos (GRAVINA; SANTAROSA, 1998; VENTURINI, 2009; GIROT, 2015; MELO; REHFELDT, 2016). Nesse contexto, testar e divulgar propostas de ensino-aprendizagem com o uso de *software* de geometria dinâmica é relevante.

No presente trabalho, o emprego do *software* GeoGebra no estudo de distância entre dois pontos e de equações da reta foi analisado. Os objetivos foram conhecer os efeitos do *software* na aprendizagem, analisar os possíveis benefícios da manipulação do GeoGebra no estudo de Geometria Analítica, identificar dificuldades de aprendizagem do conteúdo, revelar os efeitos no desempenho e conhecer as percepções dos alunos sobre as atividades. Benefícios e entraves na utilização do GeoGebra foram descritos.

## 2. Referencial Teórico

De acordo com percepções de professores de escolas públicas e privadas levantadas por Silva (2009), um aspecto positivo ao empregar computadores em aulas é o fato de os alunos, em geral, terem contato prévio com essa tecnologia em suas casas. Além disso, usá-los teria vantagens como despertar o interesse na disciplina, tornar as aulas prazerosas, promover a interação aluno-máquina, facilitar a busca por informações, oferecer recursos variados, disponibilizar atividades diversificadas, apresentar formas alternativas de realizar questões, visualizar resultados e exercitar o raciocínio lógico. Inserir as TIC em aula, em especial, o computador, pode tornar o ambiente escolar mais próximo do cotidiano, o que auxiliaria a aprendizagem e diminuiria a aversão dos alunos pela disciplina de Matemática, além de promover a inclusão digital (VARGAS, 2010). Contudo, a utilização de computadores para fins educativos requer infraestrutura, manutenção dos equipamentos, número adequado de máquinas, possibilidade de uso regular, tempo dos professores para organizar as atividades, conhecimento mínimo de informática pelo aluno e disciplina em manter o foco na atividade (GRAVINA; SANTAROSA, 1998; SILVA, 2009; TENÓRIO *et al.*, 2016).

Entrementes, introduzir TIC no processo de ensino-aprendizagem de geometria pode ajudar o aluno a compreender o conteúdo, por tornar a abordagem didática mais interessante e melhorar a capacidade de investigar e solucionar problemas (SANTOS, 2008; TENÓRIO *et al.*, 2014). Particularmente úteis no desenvolvimento de conceitos geométricos são os *softwares* de geometria dinâmica (COLPO *et al.*, 2009; SANTOS; SILVA, 2013; TENÓRIO *et al.*, 2015) por instigar o aluno a aprender e despertar a curiosidade.

Entre esses programas, alguns que poderiam ser usados no estudo de Geometria Analítica são: GeoGebra, Régua e Compasso, Winplot, Grafequation, DrGeo, CurveExpert e Geometria Descritiva. Richit (2005) sugeriu que a possibilidade de empregar *software* para representar conteúdos estimularia a participação ativa do aluno e a interação. Para Santos (2008) e Nascimento (2012), a proposta do uso de *softwares* educativos no ensino-aprendizagem de Geometria Analítica contribuiria, especificamente, na visualização de figuras geométricas. Alguns benefícios seriam a facilidade em construir e visualizar gráficos referentes a diferentes fórmulas, o que daria a oportunidade de relacionar equações algébricas com suas representações gráficas (SANTOS, 2008; LIMA *et al.*, 2011; SILVA; PIETROPAOLO, 2014).

O emprego do GeoGebra no ensino-aprendizagem de Geometria Analítica foi sugerido por Colpo *et al.* (2009), Venturini (2009), Fialho (2010), Correia (2011), Guedes (2013), Marins (2013), Paula (2013) e Valério e Souza (2013). Guedes (2013), ao investigar a utilização do GeoGebra, ressaltou o programa como um facilitador da aprendizagem de Geometria Analítica por acelerar a assimilação de conceitos, promover a autonomia e tornar o ambiente escolar mais dinâmico e atraente para os jovens. Já Valério e Souza (2013) mencionaram a facilidade de manuseio do *software*. Tecnologias podem auxiliar e facilitar o estudo de Geometria Analítica, mas, segundo Reis e Santos (2011), haveria tempo insuficiente dedicado a esse conteúdo no currículo adotado no Ensino Médio, o que poderia ser um entrave ao uso de recursos didáticos alternativos.

### 3. Metodologia

Foram investigados os efeitos de empregar o GeoGebra em distância entre dois pontos e estudo da reta, conteúdos de Geometria Analítica previstos no currículo mínimo de Matemática (RIO DE JANEIRO, 2011). Esse documento dita as diretrizes da Secretaria de Educação do Estado do Rio de Janeiro em relação aos conteúdos mínimos a serem discutidos em escolas públicas estaduais.

A coleta de dados foi feita em 2015 com 49 alunos adolescentes de duas turmas do 3º ano do Ensino Médio regular de uma escola pública estadual no município do Rio de Janeiro. As turmas pertenciam a turnos distintos. A aplicação da pesquisa envolveu cinco etapas conduzidas por um dos autores, na época professor das turmas:

1. Aulas expositivas sobre os conteúdos de cálculo da distância entre dois pontos e de equação geral e reduzida da reta ministradas em sala e resolução de questões de fixação (duração de 400 minutos) – igual para as duas turmas.
2. Pré-teste com cinco questões (duração de 100 minutos) – igual para as duas turmas.
3. Complementação pedagógica – distinto para as duas turmas; em uma, denominada controle, vinte e quatro alunos resolveram uma lista com vinte questões sem utilizar nenhum *software* (duração de 300 minutos). Na outra, chamada turma alvo, vinte e cinco alunos, organizados em duplas, manusearam o GeoGebra no laboratório de informática (duração de 400 minutos).
4. Pós-teste com cinco questões (duração de 100 minutos) – igual para as duas turmas.
5. Questionários de percepções dos alunos sobre as aulas (duração de 30 minutos) – distinto para as duas turmas.

Durante a complementação pedagógica para a turma alvo, em um primeiro momento, os alunos conhecerem os principais comandos e ferramentas do GeoGebra. Vídeos tutoriais sobre o *software*<sup>1</sup>, foram apresentados com projetor multimídia, para o aluno conhecer a interface gráfica do programa e suas características. Familiarizados com o *software*, os alunos fizeram construções e atividades sobre o conteúdo cálculo da distância entre dois pontos e equações da reta. As atividades foram desenvolvidas com a realização passo a passo de questões por meio de instruções recebidas em fichas de trabalho. Os alunos foram orientados a, uma vez finalizada a tarefa, salvá-la e compartilhá-la com os colegas. O professor mediou as discussões e destacou conceitos de Geometria Analítica percebidos nas construções.

A análise comparativa quantitativa e qualitativa (GIL, 2002) foi usada na análise dos dados. A comparação quantitativa considerou as notas dos alunos nos testes e foi embasada na comparação simples das médias. As duas turmas fizeram testes análogos (etapas 2 e 4 da pesquisa). Esses valeram 10 pontos e tiveram grau de dificuldade similar.

A comparação qualitativa apoiou-se na observação direta extensiva, com uso da observação participante e questionários para coleta de dados (GIL, 2002; MARCONI; LAKATOS, 2003; YIN, 2010). Os questionários continham perguntas com respostas abertas (discursivas), semifechadas e fechadas (objetivas). As questões com respostas abertas e semifechadas possibilitaram livre expressão e obtenção de informações não conhecidas por itens fechados, além de reforçarem a ideia da importância das contribuições do respondente e do interesse do pesquisador em sua opinião. Respostas às questões abertas e semifechadas, quando apropriado, foram analisadas segundo o método de análise de conteúdo (BARDIN, 1998). A compilação das informações colhidas com os questionários foi realizada com anonimato dos participantes.

---

<sup>1</sup> Disponíveis em: <http://www.geogebra.im-uff.mat.br/vtt.html>.

O estudo foi exploratório, explicativo e descritivo (GIL, 2002) – exploratório por buscar a construção de hipóteses sobre a inserção do GeoGebra na formação do aluno; explicativo ao visar a identificação de fatores capazes de potencializar ou limitar a aprendizagem; e descritivo em razão da análise das atividades realizadas e das respostas colhidas com os questionários.

#### 4. Resultados e Discussão

Na pesquisa foi analisada a influência do GeoGebra no estudo de distância entre dois pontos e equações geral e reduzida da reta. Os alunos que manipularam o *software* manifestaram boa interatividade derivada da interface simples do programa, também assinalada por Paula (2013). As posturas mostraram a boa aceitação ao GeoGebra. Poder manipular o computador em aulas de Matemática, além de utilizar um *software* de geometria dinâmica, propiciou condições particulares de aprendizagem à turma alvo. Houve interesse em estudar, participar e interagir, de modo que o programa fez o aluno atuar como protagonista da aprendizagem, conforme também descrito por Fialho (2010) e Reis e Santos (2011).

Segundo os alunos, o *software* melhorou a construção do conhecimento. Resultado similar foi descrito por Vargas (2010), Correia (2011), Lima *et al.* (2011), Marins (2013) e Paula (2013).

Na etapa 1 da pesquisa, os conteúdos foram apresentados para as turmas por meio de exposição do conteúdo e resolução de questões. Os alunos pareceram tentar memorizar o conteúdo e também demonstraram-se perdidos durante a resolução das questões. Todavia, a falta de base em conteúdos prévios foi o maior entrave. Confusões como troca de direção dos eixos foram logo manifestadas. Foi preciso revisar noções de plano cartesiano e par ordenado.

Na sequência, os alunos demonstraram dificuldades em entender deduções de fórmulas. Foi apresentada a possibilidade de empregar o teorema de Pitágoras em alguns casos. Durante a resolução das questões de fixação, as dúvidas envolveram conteúdos de séries anteriores, por exemplo, regra de sinais, radiciação, conversão de unidades de medida, perímetro de figura geométrica e teorema de Pitágoras. Algumas questões foram postas de lado pelos alunos com justificativa de não entenderem o solicitado (Quadro 1) devido à dificuldade na leitura e interpretação de situações-problema.

Quadro 1 – Exemplos de questões de fixação consideradas difíceis pelos alunos.

<b>Questões</b>	<b>Fonte</b>
A abscissa de um ponto $P$ é $-6$ e sua distância ao ponto $Q(1,3)$ é $\sqrt{74}$ . Determine a ordenada do ponto.	Retirada na íntegra de DANTE (2014, p. 464)
Determine a equação da reta que satisfaz às seguintes condições: a) A declividade é 4 e passa pelo ponto $A(2,-3)$ . b) A inclinação é $45^\circ$ e passa pelo ponto $P(4,1)$ . c) Passa pelo ponto $M(-2,-5)$ e tem coeficiente angular 0. d) Passa pelos pontos $A(3,1)$ e $B(-5,4)$ .	Retirada na íntegra de DANTE (2014, p. 466)
Para um estudo oceanográfico foram feitas duas medições da temperatura das águas de certa região o oceano Atlântico: Uma na superfície, onde se obteve a temperatura de $27^\circ\text{C}$ , e outra a 100m de profundidade, onde se obteve a temperatura de $21^\circ\text{C}$ . Admitindo que a temperatura varie linearmente em função da profundidade, de 0 a 100m, calcule a temperatura da água a 40m de profundidade.	Retirada na íntegra de PAIVA (2013, p. 338)

Fonte: Elaboração dos autores.

Após as aulas de conteúdo, um pré-teste idêntico foi dado às turmas (Quadro 2). Os desempenhos foram similares, com notas pouco maiores na turma alvo. Contudo, os alunos pareceram despreocupados em resolver as questões. Muitas foram deixadas em branco. Durante as aulas anteriores, a passividade foi um obstáculo a ser superado, mas, mesmo assim, não houve participação expressiva, o que pode ter afetado o desempenho.

Quadro 2 – Notas obtidas pelas turmas controle e alvo por questão do pré-teste.

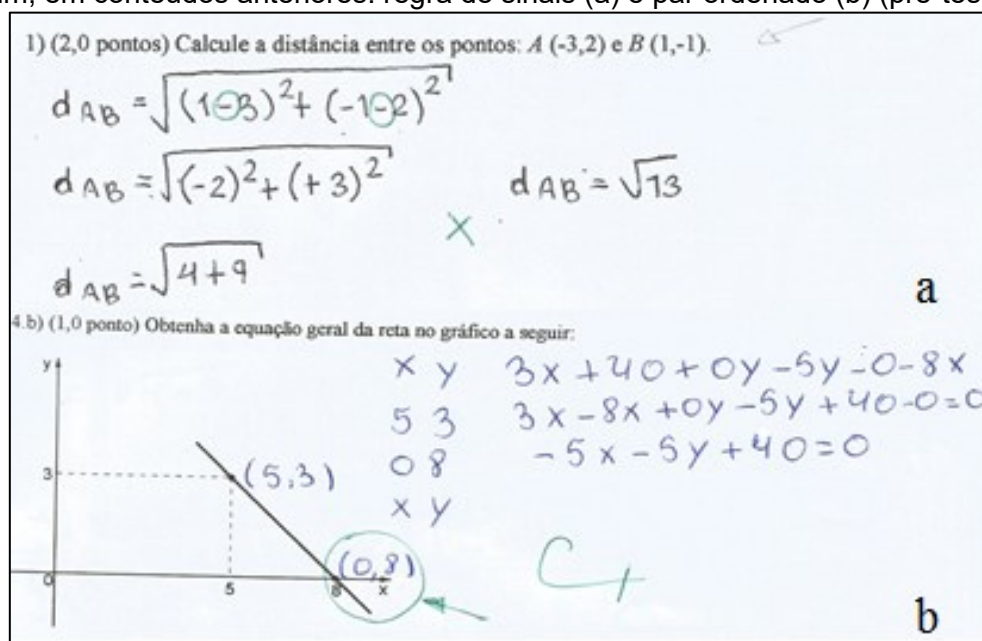
<b>Turma</b>	<b>Média de pontuação (pt) obtida por questão do pré-teste</b>								<b>Nota (10 pt)</b>
	<b>1 (2 pt)</b>	<b>2a (1 pt)</b>	<b>2b (1 pt)</b>	<b>3a (1 pt)</b>	<b>3b (1 pt)</b>	<b>4a (1 pt)</b>	<b>4b (1 pt)</b>	<b>5 (2 pt)</b>	
<b>Controle</b>	0,78	0,29	0,38	0,21	0,17	0,17	0,39	0,30	2,7
<b>Alvo</b>	0,94	0,41	0,20	0,29	0,08	0,28	0,16	0,64	3,0

Fonte: Dados da pesquisa.

Grande parte dos alunos apresentou dificuldades referentes a pré-requisitos, por exemplo, regra de sinais (Figura 1a), pares ordenados (Figura 1b) e cálculos com números fracionários. Para as duas turmas, a questão mais fácil foi a de cálculo da distância entre dois pontos, em que a solução poderia ser obtida com a aplicação direta da fórmula. Os principais lapsos ocorreram na aplicação da regra de sinais em operações aritméticas (Figura 1a).

Nas questões em que os alunos tiveram pior desempenho, houve dificuldades na interpretação de gráficos, em aplicar conhecimentos de determinante e, até, em reconhecer o significado matemático da expressão “origem do sistema cartesiano”. Todavia, as notas baixas deveram-se, principalmente, ao fato de a maioria dos alunos, ao deparar-se com questões consideradas complicadas em suas percepções, simplesmente absteve-se de fazê-las, o que prejudicou identificar suas reais dificuldades no pré-teste.

Figura 1 – Erros de alunos que demonstraram não haver dificuldades em geometria analítica e, sim, em conteúdos anteriores: regra de sinais (a) e par ordenado (b) (pré-teste).



Fonte: Dados da pesquisa.

Depois do pré-teste, cada turma recebeu um tipo de complementação pedagógica. A turma controle respondeu questões de reforço e a turma alvo empregou o *software* GeoGebra no laboratório de informática. Todavia, grande parte dos alunos continuou a cometer erros similares aos do pré-teste.

Durante a realização das questões propostas para a turma controle foi necessária contínua revisão de conteúdos ministrados em séries anteriores, como regra de sinais, radiciação, conversão de unidades de medida, perímetro de figura geométrica, classificação de triângulos, área de polígonos, par ordenado, teorema de Pitágoras e função polinomial do primeiro grau. Défices em alguns desses conteúdos também foram identificados pelo pré-teste. Mais uma vez, a falta de base em conteúdos prévios foi o principal obstáculo à resolução das questões. Por exemplo, o aluno não reconhecia um par ordenado ou a orientação dos eixos do plano cartesiano, o que levava à dificuldade de interpretar e traçar gráficos.

Uma questão que correlacionava conteúdos de geometria básica e analítica foi considerada a mais difícil e os alunos da turma controle resistiram a tentar resolvê-la (complementação pedagógica): “Mostre que um triângulo com vértices  $A(0,5)$ ,  $B(3,-2)$  e  $C(-3,-2)$  é isósceles e calcule o seu perímetro.” (adaptado de Dante (2014, p. 466)).

De modo geral, houve obstáculos durante a resolução de problemas, especialmente, devido a falhas na leitura e interpretação de enunciados. Questões que demandavam a aplicação mecânica de fórmulas foram realizadas facilmente. Apesar dos incentivos, como no pré-teste, os alunos, ao sentirem dificuldades, não faziam as questões.

Na turma alvo, de início, foi necessário organizar os alunos em duplas para o uso do laboratório de informática, pois não havia computadores para todos. Mesmo assim, eles ficaram

ansiosos em saber como seria a aula. Empregar o computador, de forma dinâmica em Matemática possibilitou o acesso a ferramentas capazes de propiciarem o interesse. Logo, inserir tecnologias em aulas trouxe contribuições ao ensino-aprendizagem, como também afirmou Marins (2013).

O professor apresentou o GeoGebra com o uso do projetor multimídia e tutoriais disponíveis na internet. Os alunos foram incentivados a manusear o programa para conhecer seus recursos. Todavia, houve dificuldade de adaptação ao uso do *software*, talvez, pela falta de contato com computadores no cotidiano escolar, o que levou ao medo do “novo” e à resistência. Muitos demonstraram não estarem gostando das atividades. Houve reclamações como “– Está chato!” ou “– Vai demorar (para terminar a aula)?”. Foi necessário dialogar com os alunos na tentativa de sensibilizá-los. Vantagens apontadas em estudos como o de Colpo *et al.* (2009) e o de Guedes (2013) foram debatidas com os alunos de maneira informal. Explicou-se que a inserção de tecnologias no aprendizado de Matemática auxiliaria a compreensão e a visualização de gráficos, além de facilitar os cálculos e a conferir agilidade à resolução de questões. Todavia, foi lembrado que o *software* não poderia substituir a aprendizagem de cálculos e de como traçar gráficos.

Em seguida, as aulas foram desenvolvidas com a realização passo a passo de questões. Durante todas as aulas, os alunos foram auxiliados nas construções geométricas. Foi sugerido também que usassem a criatividade e propusessem outras construções. Mesmo assim, houve dificuldades.

No emprego do GeoGebra, os principais obstáculos foram usar as opções renomear, exibir/esconder objeto, selecionar um objeto e salvar um arquivo, mas, no decorrer das aulas, elas foram dirimidas. Com o passar das atividades, os alunos também se mostraram mais participativos e os comentários sobre as aulas começaram a modificar.

- É mais prático e menos enjoativo, pois estar no computador, de certa forma, aumenta o interesse.
- Há maior interação com os outros alunos quando se faz uso de computadores nas aulas.
- O computador já faz os cálculos, professora!

Apesar da resistência inicial, a turma adaptou-se ao ambiente e a postura negativa perante as aulas com o *software* mudou. A atitude do aluno passou de passiva para ativa. Depois das primeiras aulas, houve entusiasmo, principalmente, ao ver os resultados obtidos rapidamente. Em aula, após a construção das figuras, os alunos compartilhavam suas descobertas ao tentar verificar diferenças entre as resoluções com o programa e discutir as representações geométricas com os colegas. Constrangimentos sobre a questão estar certa ou errada, normalmente presentes em sala de aula, não foram percebidos. Colegas ao notarem desacertos, por iniciativa própria, tentavam auxiliar. Assim, as atividades no laboratório estimularam a interação e a empatia entre os alunos. O ambiente favoreceu a troca de experiências. A interação professor-aluno também aumentou e se tornou mais equitativa, pois o professor assumiu o papel de mediador.

A possibilidade de visualização permitiu uma melhor interpretação de enunciados contextualizados sobre distância entre dois pontos e gráficos cartesianos. Além disso, ao resolver



as questões, os alunos conseguiram desenvolver a habilidade de relacionar a representação algébrica e a geométrica, essencial no estudo da geometria analítica. O *software* também os ajudou a identificar sozinho seus erros devido à possibilidade de testar diferentes hipóteses ao mover pontos, semirretas, retas, e movimentar as construções. Para os alunos, as questões de mais fácil resolução envolviam o cálculo da distância entre pontos (Quadro 3) pela simplicidade de inserir pontos e encontrar a distância entre eles com o GeoGebra.

Quadro 3 – Questões consideradas fáceis pelos alunos da turma alvo (complementação pedagógica).

<b>Questões</b>	
Calcule a distância entre os pontos dados com auxílio do GeoGebra:	
a) $A(3,7)$ e $B(1,4)$	b) $E(3,-1)$ e $F(3,5)$
c) $H(-2,-5)$ e $O(0,0)$	d) $M(0,-2)$ e $N(\sqrt{5},-2)$
Com o GeoGebra, mostre que um triângulo com vértices $A(0,5)$ , $B(3,-2)$ e $C(-3,-2)$ é isósceles e calcule o seu perímetro.	

Fonte: Adaptado de Dante (2014, p. 466).

Todavia, houve dificuldades em encontrar ângulos de inclinação de retas. Foi preciso indicar o passo a passo para marcar os ângulos. Outro obstáculo foi a interpretação de enunciados mais complexos. Os alunos, comumente, evitavam resolver problemas por não gostarem de ler e interpretar os enunciados ou desenvolver estratégias de desenvolvimento.

As principais vantagens em empregar o GeoGebra no estudo geometria analítica foram:

- Possibilidade de manipular e movimentar pontos, inclinação de ângulos e retas;
- Acompanhar graficamente alterações na distância entre dois pontos e em retas;
- Não ser necessário construir gráficos manualmente;
- Escrever a equação geral e reduzida de retas rapidamente;
- Reconhecer que equações do tipo  $y = ax + b$  sempre serão representadas por retas.

Benefícios relacionados à aplicação de *software* também foram identificados:

- Melhorar o entendimento do conteúdo devido à possibilidade de visualização;
- Facilidade em resolver questões por não ser necessário executar cálculos aritméticos e algébricos;
- Despertar o interesse pelas aulas;
- Tornar a aula dinâmica;
- Estimular a participação ativa dos alunos;
- Facilitar a experimentação matemática;
- Induzir o protagonismo na construção do conhecimento;
- Promover a interação entre alunos em prol da aprendizagem.

Após o término da etapa 3, as turmas fizeram um teste idêntico, por meio do qual se percebeu a influência da utilização do GeoGebra no desempenho. A turma alvo obteve médias maiores que a controle em todas as questões do pós-teste (Quadro 4).

Quadro 4 – Notas obtidas pelas turmas controle e alvo por questão do pós-teste.

Turma	Média de pontuação (pt) obtida por questão do pós-teste								Nota (10 pt)
	1a (0,5 pt)	1b (0,5 pt)	1c (1 pt)	2 (2 pt)	3a (1 pt)	3b (1 pt)	4 (2 pt)	5 (2 pt)	
Controle	0,44	0,28	0,59	0,90	0,49	0,19	0,24	0,98	4,1
Alvo	0,47	0,38	0,76	1,25	0,63	0,40	0,62	1,46	5,9

Fonte: Dados da pesquisa.

Nas duas turmas houve um aumento da média e da mediana da nota total após a complementação pedagógica. A revisão dos conteúdos e, conseqüentemente, o maior tempo de discussão ajudou os alunos a se sentirem mais confiantes em aplicar seus conhecimentos matemáticos. Contudo, na turma alvo o avanço foi maior. A mediana aumentou de 2,5 para 6,0, enquanto na turma controle, a mediana cresceu de 2,5 para 4,2.

Os benefícios da mudança de ambiente de aprendizagem e do uso do GeoGebra em si no estudo da Geometria Analítica proporcionaram melhor evolução de desempenho da turma alvo frente à turma controle. A participação ativa dos alunos e o fato de acharem as aulas com uso do programa mais dinâmicas e interessantes influenciaram o desempenho. Tal percepção é condizente com Vargas (2010), Lúcio (2013), Marins (2013) e Paula (2013). Na turma controle, mesmo na etapa 3, os alunos tiveram pouca participação nas aulas e tentaram resolver as questões com pensamento mecânico e memorização.

Tanto na turma controle quanto na turma alvo, os alunos conseguiram interpretar melhor situações-problema após a complementação pedagógica, mas desenvolver operações com radicais foi um obstáculo (Figura 2). As duas também continuaram a errar em regra de sinais.

Figura 2 – Aluno soube interpretar a contextualização do problema, mas não conseguiu fazer operações com radicais (pós-teste).

5) (2,0 pontos) Um helicóptero sobrevoa uma área do Rio de Janeiro onde foi construído o Túnel da Grota Funda, que liga a Zona Oeste à Barra da Tijuca, com 4 engenheiros para fazer um estudo do local. Foi observado que a área ocupada, na vista superior, formava o quadrilátero MNPQ descrito no plano cartesiano abaixo.

$d_{MN} = \sqrt{(3-(-4))^2 + (3-2)^2} = \sqrt{(3+4)^2 + 1^2} = \sqrt{49+1} = \sqrt{50}$   
 $d_{MQ} = \sqrt{(3-4)^2 + (3-(-4))^2} = \sqrt{(-1)^2 + (3+4)^2} = \sqrt{1+49} = \sqrt{50}$   
 $d_{PQ} = \sqrt{(-2-4)^2 + (-2-(-4))^2} = \sqrt{(-6)^2 + (-2+4)^2} = \sqrt{36+2^2} = \sqrt{40}$   
 $d_{PN} = \sqrt{(-2-(-4))^2 + (-2-2)^2} = \sqrt{(-2+4)^2 + (-4)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20}$   
 Total =  $\sqrt{50} + \sqrt{50} + \sqrt{40} + \sqrt{20} = 2\sqrt{50} + \sqrt{40} + \sqrt{20}$

Supondo que seja necessária uma obra de contenção das encostas no contorno dessa área, a expressão que representa essa distância é:

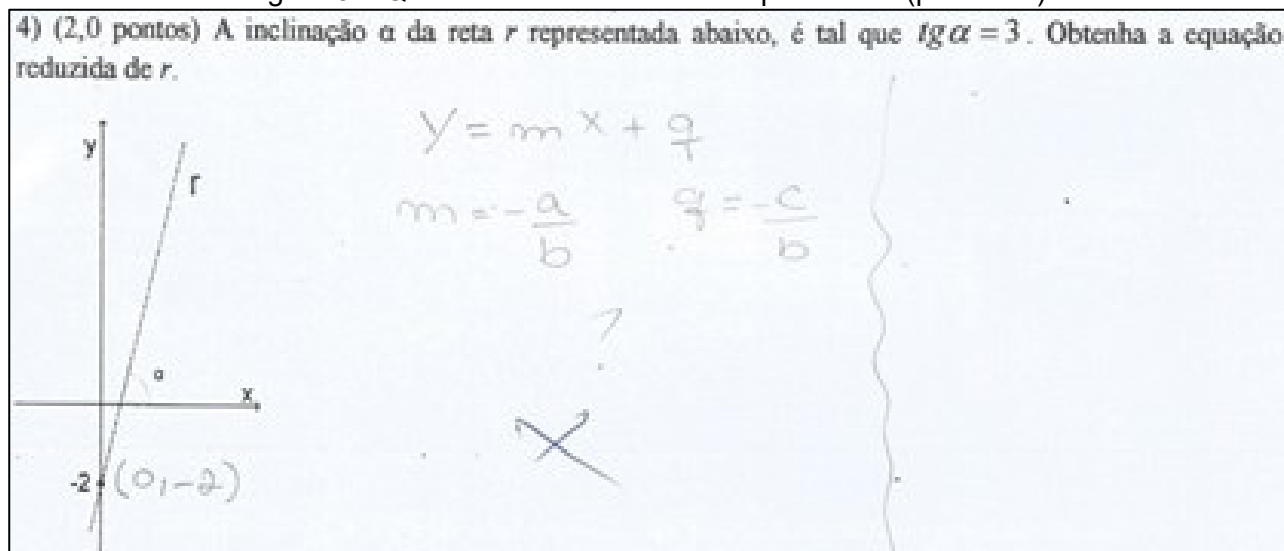
- 42
- $4\sqrt{5} + 15\sqrt{2}$
- $2\sqrt{5} + 2\sqrt{10} + 10\sqrt{2}$
- $4\sqrt{15} + 10\sqrt{2}$

C + 17

Fonte: Dados da pesquisa.

Na turma controle, houve dificuldades em interpretar gráficos e usar dados sobre inclinação da reta para calcular a equação reduzida (Figura 3). Já alunos da turma alvo erraram ao usar determinantes.

Figura 3 – Questão deixada em branco por muitos (pós-teste).



Fonte: Dados da pesquisa.

Na turma controle, o menor índice de acertos foi nas questões de obtenção da equação geral ou da reduzida da reta a partir de informações extraídas de gráficos dados. Na turma alvo, a menor taxa de acertos envolveu as questões onde era necessário obter a equação geral da reta. No pós-teste, as duas turmas tiveram mais facilidade nas questões cujo conteúdo era distância entre dois pontos.

Depois do pós-teste, os alunos de ambas as turmas responderam a um questionário sobre as aulas. Nas duas, muitos (12 na turma controle e 14 na turma alvo) afirmaram gostar de Matemática. Entretanto, ninguém estudava os conteúdos diariamente. Era comum estudar apenas na véspera de avaliações (6 na turma controle e 5 na turma alvo).

Na turma controle, os alunos preferiram as aulas após o pré-teste (Quadro 5), provavelmente, por ser mais dinâmico resolver questões. Ainda assim, muitos afirmaram achar as aulas regulares ou ruins por não gostarem de Matemática (5), não saberem conteúdos anteriores (4), considerá-las chatas (3), terem dificuldade em interpretar enunciados (3), precisarem copiar da lousa (1) e fazer exercícios (1). Em geral, a participação, a motivação e o aprendizado foram reputados regulares ou ruins (Quadro 5).

Quadro 5 – Percepções dos alunos da turma controle sobre as aulas de Geometria Analítica.

<b>Questões respondidas pelos alunos</b>	<b>Total de alunos</b>			
	<b>Ótimo</b>	<b>Bom</b>	<b>Regular</b>	<b>Ruim</b>
O que você achou das aulas de Geometria Analítica antes do pré-teste?	0	7	6	11
Como você classificaria sua participação nas aulas de Geometria Analítica?	0	2	13	9
Como você classificaria sua motivação nas aulas de Geometria Analítica?	0	2	8	14
Como você classificaria seu aprendizado de Geometria Analítica?	0	5	5	14
Como você classificaria as atividades desenvolvidas após o pré-teste?	0	11	12	1

Fonte: Dados da pesquisa.

Na turma alvo, antes do uso do GeoGebra, quase todos acharam as aulas regulares ou ruins (Quadro 6). Os motivos apontados foram: as aulas serem chatas (9), não gostar de Matemática (5), ter dificuldade em interpretar enunciados (3), precisar fazer exercícios (2) e copiar da lousa (1). Todavia, após o uso do *software*, apenas seis acharam as aulas regulares devido à dificuldade em interpretar enunciados (3), não gostar de Matemática (1), não saber pré-requisitos (1), não gostar de trabalhar no computador (1) e achar difícil manusear o GeoGebra (1). Comparativamente, os alunos preferiram o estudo de Geometria Analítica com o *software* (Quadro 6). O emprego do *software* aumentou a participação e promoveu a motivação e o aprendizado.

Quadro 6 – Percepções dos alunos da turma alvo sobre as aulas de geometria analítica.

<b>Questões respondidas pelos alunos</b>	<b>Total de alunos</b>			
	<b>Ótimo</b>	<b>Bom</b>	<b>Regular</b>	<b>Ruim</b>
O que você achou das aulas de geometria analítica antes do pré-teste?	0	5	10	10
Como você classificaria o estudo da geometria analítica sem o uso de <i>software</i> ?	0	5	11	9
Como você classificaria a sua participação antes das atividades com o <i>software</i> ?	1	2	9	13
O que você achou das aulas de geometria analítica depois do pré-teste?	3	16	6	0
Como você classificaria sua participação nas aulas de Geometria Analítica com o <i>software</i> ?	3	9	8	5
Como você classificaria seu aprendizado a partir do <i>software</i> ?	4	16	5	0
Como você classificaria sua motivação nas aulas com o <i>software</i> ?	8	12	5	0
Como você classificaria as atividades desenvolvidas nas aulas com o <i>software</i> ?	3	15	6	1
Como você classificaria o estudo da geometria analítica com o <i>software</i> ?	3	13	7	2
Qual a sua opinião sobre o uso do GeoGebra em aulas de Matemática?	6	12	5	2

Fonte: Dados da pesquisa.

A maioria (18) achou ótimo ou bom empregar o GeoGebra em aulas de Matemática (Quadro 6) para dinamizá-las (18). Para outros, contudo, o uso do programa foi regular por deixar os cálculos

de lado (5). Dois consideravam matemática uma disciplina chata e, conseqüentemente, a utilização do *software* também.

Todos consideraram o *software* importante para a aprendizagem de Matemática e destacaram sua ajuda para a compreensão de conteúdos (9), complementação da explicação do professor (9) e seu dinamismo (7). Em geral, o manuseio do GeoGebra foi de fácil entendimento (16).

Quase todos (21) consideraram que o programa ajudou no entendimento dos conteúdos de Geometria Analítica. As razões apontadas foram: facilitar a visualização (8), promover o estudo em grupo (5), tornar as aulas interessantes e divertidas (4) e aproveitar o computador para aprender (4). Três, contudo, sentiram dificuldades de usar o computador ou o *software*.

Ao comparar as percepções dos alunos das turmas controle e alvo, percebe-se que o GeoGebra ajudou na contextualização do conteúdo, pois quinze alunos da turma alvo afirmaram entender como a geometria analítica poderia ser aplicada no dia-a-dia enquanto apenas dois da turma controle saberiam.

Para muitos alunos da turma alvo (18), a representação gráfica de exercícios melhoraria o entendimento. No entanto, apenas nove da controle compartilhavam essa percepção. Além disso, fazer diversos exercícios similares foi considerada uma boa alternativa para aprender Geometria Analítica por garantir a aprendizagem (12 da controle e 9 da alvo) e treinar para tirar boas notas (7 da controle e 5 da alvo). Alguns, todavia, preferiam fazer exercícios diferentes (11 da turma alvo e 5 da controle).

Segundo os alunos da turma alvo, o *software* teria auxiliado na construção do conhecimento. Muitos apreciaram utilizá-lo na resolução de questões, apesar de dificuldades em usar o computador. Alguns manifestaram interesse em empregar o GeoGebra também em avaliações pela facilidade na construção de gráficos. Quase todos consideraram satisfatória a aprendizagem com o *software*. Mas a turma foi unânime ao apontar as aulas de Geometria Analítica depois do pré-teste como proveitosas.

A maioria dos alunos (18) reputou boas as atividades desenvolvidas com o GeoGebra por ele mostrar os resultados rapidamente e auxiliar na compreensão de Geometria Analítica, benefício indicado também nos estudos de Vargas (2010), Correia (2011), Lima *et al.* (2011), Paula (2013) e Marins (2013).

## 5. Considerações Finais

Diversos autores afirmam que a aprendizagem de Geometria Analítica pode ser facilitada com a utilização do GeoGebra (COLPO *et al.*, 2009; VENTURINI, 2009; FIALHO, 2010; GUEDES, 2013; MARINS, 2013; PAULA, 2013; VALÉRIO; SOUZA, 2013). Entretanto, os efeitos do *software* no estudo de conteúdos específicos e no desempenho são pouco discutidos.

Nesta pesquisa, o emprego do GeoGebra como recurso auxiliar para discutir a distância entre dois pontos e equações da reta foi investigado. Os objetivos foram avaliar a influência de *software* no ensino-aprendizagem, analisar os possíveis benefícios da manipulação do GeoGebra no estudo de Geometria Analítica, identificar dificuldades de aprendizagem do conteúdo, revelar os efeitos no desempenho e conhecer as percepções dos alunos sobre as atividades.

Quarenta e nove alunos de duas turmas do 3º ano do Ensino Médio participaram da pesquisa. A princípio, ambas foram apresentadas ao conteúdo por aulas expositivas e resolução de questões de fixação, seguidas de um pré-teste idêntico. Depois, houve um período de complementação pedagógica. Uma turma manipulou o GeoGebra no laboratório de informática. A outra não teve qualquer contato com o programa. Após, um pós-teste foi aplicado e os alunos responderam a questionários sobre as aulas.

Pelos resultados da pesquisa, a aplicação do *software* foi positiva. Alguns benefícios foram: aulas mais dinâmicas, maior interesse, participação ativa, desenvolvimento da autonomia, maior interação entre alunos. Especificamente no estudo dos conteúdos abordados, o GeoGebra permitiu visualizar prontamente a variação de distância entre dois pontos, a inclinação de retas e a relação entre expressões algébricas e suas representações geométricas.

Com a complementação pedagógica entre os testes, as duas turmas alcançaram melhores notas devido à revisão do conteúdo. As dificuldades de aprendizagem foram ocasionadas, em geral, por falta de base em conteúdos prévios, o que foi o principal obstáculo à resolução das atividades. Os alunos que manipularam o *software* tiveram um desempenho melhor. Antes do uso do GeoGebra, quase todos acharam as aulas regulares ou ruins. Todavia, depois, apenas seis as classificaram como regulares. Para eles, aproveitar o programa aumentou a participação e promoveu a motivação e o aprendizado. Todos consideraram o *software* importante para aprendizagem de Matemática e destacaram sua ajuda para a compreensão de conteúdos, complementação da explicação do professor e seu dinamismo.

*Softwares* matemáticos ajudam no processo de ensino-aprendizagem. Contudo, para aplicá-los, professores precisam, em geral, contornar alguns obstáculos. De início, o educador deve estar preparado para utilizar recursos tecnológicos na prática didática. São comuns entraves, como laboratório de informática sem manutenção, computadores em número insuficiente, alunos pouco habituados a usarem tecnologias em aulas e pouco tempo para desenvolvimento das atividades. Todavia, apesar dos óbices, *softwares* educativos mostraram-se ferramentas promissoras para motivar o aluno e facilitar a aprendizagem.

Os alunos hoje compõem uma geração que está à frente da maioria dos professores quanto ao uso das tecnologias. Assim, torna-se necessário elaborar propostas e testá-las com o intuito de dar suporte aos professores quanto ao uso adequado do computador e de *softwares* como, por exemplo, o GeoGebra. Entretanto, empregar recursos tecnológicos demanda um planejamento

cuidadoso e flexível a fim de as atividades serem executadas e cumpridas conforme os objetivos propostos.

## Referências

- BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 1998.
- COLPO, A. G.; BONOTO, D. L.; BERTA, D. M. M. M; SOARES, M. A. S.; CORSINI, M. G. S. Contribuições do GeoGebra no ensino-aprendizagem da Geometria Analítica. In: ENCONTRO GAÚCHO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. RELATO DE EXPERIÊNCIA, 10., 2009, Ijuí, **Anais...** Ijuí: URI, 2009. p. 3-8.
- CORREIA, W. M. **Aprendizagem significativa, explorando alguns conceitos de geometria analítica: pontos e retas**. 2011. 169 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2011.
- DANTE, L. R. **Matemática: contextos e aplicações**. São Paulo: Ática, 2014.
- FIALHO, E. S. C. **Uma proposta de utilização do software GeoGebra para o ensino de Geometria Analítica**. 2010. 121 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, Rio de Janeiro, 2010.
- GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2002.
- GIROT, N. Construindo poliedros e prismas com o apoio de softwares matemáticos. **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática**, Caxias do Sul, v. 1, n. 2, p. 1-7, 2015.
- GUEDES, P. C. C. **Aplicação do software GeoGebra ao ensino da geometria analítica**. 2013. 69 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2013.
- GRAVINA, M. A.; SANTAROSA, L. M. A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados. In: CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 4., 1998, Brasília. **Anais...** Brasília: RIBIE, 1998. p. 6-21.
- LIMA, A. S.; SILVA, D. A.; DUARTE, R. C.; SOUZA, G. C. Atividades usando o software GeoGebra. In: ENCONTRO REGIONAL EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: DIÁLOGOS DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E OUTROS SABERES, 3., 2011, Mossoró, **Anais...** Mossoró: UFRN, 2011. p. 8-9.
- LÚCIO, J. T. **Uso de TICs para o ensino de matemática um estudo com o software GeoGebra**. 2013. 32 f. Monografia (Especialização em Fundamentos da Educação: Práticas Pedagógicas Interdisciplinares) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2013.
- MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos da metodologia científica**. São Paulo: Atlas, 2003.
- MARINS, L. S. **O uso do GeoGebra no ensino da geometria analítica: estudo da reta**. 2013. 47 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2013.
- MELO, G. R.; REHFELDT, M. J. H. Explorando funções afins e quadráticas por meio do *software* KmPlot com alunos do Ensino Médio. **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática**, Caxias do Sul, v. 2, n. 1, p. 18-28, 2016.
- NASCIMENTO, E. G. A. Avaliação do uso do software GeoGebra no ensino de Geometria: reflexão da prática na escola. In: CONFERÊNCIA LATINOAMERICANA DE GEOGEBRA, 2012, Uruguai. **Anais...** Uruguai, 2012. p. 125-132.

PAIVA, M. **Matemática**. São Paulo: Moderna, 2013.

PAULA, T. O. **O ensino de Geometria Analítica com o uso do GeoGebra**. 2013. 76 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, 2013.

REIS, F. S.; SANTOS, I. N. Usando tecnologias da informação e comunicação no ensino de geometria analítica plana: explorando os conceitos de feixe de retas paralelas e concorrentes. **Revista da Educação Matemática da UFOP**, Ouro Preto, v. 1, n. 1, p. 2-7, 2011.

RICHIT, A. **Projetos em geometria analítica usando software de geometria dinâmica: repensando a formação inicial docente em Matemática**. 2005. 171 f. Dissertação (Mestrado em educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2005.

RIO DE JANEIRO (Estado). Secretaria da Educação. **Currículo Mínimo 2012 Matemática**. Rio de Janeiro, 2011. 24 p.

SANTOS, R. S. **Tecnologias digitais na sala de aula para aprendizagem de conceitos de geometria analítica: manipulações no software Grafeq**. 2008. 128 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

SANTOS, T. S.; SILVA, A. Q. O uso do software GeoGebra no ensino de geometria plana. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA, 6., 2013, Canoas. **Anais...** Canoas, 2013. p. 2-3.

SILVA, C. F. O ensino e a aprendizagem da matemática e o uso das novas tecnologias. **FAZU em Revista**, Uberaba, n. 6, p. 89-120, 2009.

SILVA, J. C. D.; PIETROPAOLO, R. C. Um estudo sobre as contribuições de Felix Klein para a introdução das transformações geométricas nos currículos prescritos de matemática do ensino fundamental. **Perspectivas da Educação Matemática**, Mato Grosso do Sul, v. 7, n. 14, p. 299-316, 2014.

TENÓRIO, A.; COSTA, Z. S. S.; TENÓRIO, T. Resolução de exercícios e problemas de função polinomial do 1º grau com e sem o GeoGebra. **Revista do Instituto GeoGebra**, São Paulo, v. 3, n. 2, p. 104-119, 2014.

TENÓRIO, A.; CORREIA, C. P.; TENÓRIO, T. O estudo de polígonos com o software Régua e Compasso Metal. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, São Paulo, v. 8, n. 2, p. 127-154, 2015.

TENÓRIO, A.; TAVARES, M. A. O.; TENÓRIO, T. O emprego de jogos educativos digitais como recursos auxiliares para a aprendizagem de função polinomial do 1º grau. **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática**, Caxias do Sul, v. 2, n. 1, p. 29-45, 2016.

VALÉRIO, A. V.; SOUZA, L. R. Ensino da geometria analítica com o uso do software GeoGebra. **Revista Eletrônica de Educação e Ciência**, Avaré, v. 3, n. 1, p. 7-14, 2013.

VARGAS, L. G. **Uso do software GeoGebra: uma proposta no ensino da Matemática**. 2010. 42 f. Monografia (Especialização em Mídias Integradas na Educação) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2010.

VENTURINI, D. M. **Geometria Analítica e GeoGebra: uma combinação perfeita na exploração de conceitos e propriedades**. 2009. 32 f. Trabalho de conclusão de curso (Licenciatura em Matemática) – Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, 2009.

YIN, R. K. **Estudo de caso: planejamento e métodos**. São Paulo: Bookman, 2010.