

Os PCN e o bloco Tratamento da Informação: algumas possibilidades teórico-metodológicas para a sala de aula da Educação Básica

Paulo Jorge Magalhães Teixeira
Universidade Federal Fluminense (UFF), Rio de Janeiro, RJ, Brasil
paulojorge@id.uff.br

Resumo

Esse trabalho configura-se na perspectiva de trazer subsídios para discussões acerca de questões concernentes ao ensino de conteúdos do bloco "tratamento da informação": análise combinatória, probabilidade e estatística, presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Tem o propósito de contribuir para a (re)significação da prática profissional docente em âmbito de Educação Básica, bem como incitar a reflexão na formação inicial de futuros professores de Matemática. Evidenciam-se questões relacionadas aos conhecimentos pedagógicos e de conteúdo, necessários ao professor, para desenvolver atividades com esses conteúdos, evidenciando as competências pertinentes para tal desenvolvimento. Por conta da limitação de espaço, questões de conteúdo e metodológicas relativas à probabilidade e estatística foram apresentadas, neste texto, com menor detalhamento. À luz de resultados de pesquisas sobre o ensino-aprendizagem de conteúdos são apresentadas sugestões para a utilização de metodologia que contribui para o efetivo ensino de conceitos, significados, procedimentos e estratégias de resolução de problemas com o objetivo de oportunizar a ampliação do campo conceitual no que refere aos conhecimentos de conteúdo e conhecimentos pedagógicos de conteúdo. No que refere à prática de professores reflexivos valemo-nos das proposições de Zeichner (2003); da noção de competência: Perrenoud (1999); do conceito de desenvolvimento profissional: Ponte (1995), e quanto à metodologia optou-se por um trabalho próximo das ideias defendidas por Berehns (2006) e Pacheco (2002) e de conteúdos de probabilidade e estatística: Batanero (2001).

Palavras-chave: Ensino. Análise Combinatória. Probabilidade. Estatística. Educação Matemática.

Abstract

The work sets up the prospect of bringing subsidies for discussions on issues concerning the teaching content block "treatment of information": combinatorial analysis, probability and statistics, present in the National Curriculum Parameters (PCN), in order to contribute to (re)mean teaching professional practice and expand the initial training of future mathematics teachers. This study highlights issues related to pedagogical and content knowledge required to the teacher to develop activities with these contents and skills. Because of limited space, content and methodological issues related to probability and statistics were presented with less detail. In the light of research results on teaching and learning content are presented suggestions for using methodology that contributes to effective teaching concepts, meanings, procedures and problem-solving strategies in order to create opportunities for expansion of the conceptual field in relation to pedagogical and content knowledge. As regards the practice of reflective teachers we make use of Zeichner (2003) propositions; of the notion of competence: Perrenoud (1999); of the concept of professional development: Ponte (1995), and about the methodology we chose to work close to the ideas defended by Berehns (2006) and Pacheco (2002) and probability and statistical content: Batanero (2001).

Keywords: Teaching. Combinatorial Analysis. Probability. Statistic. Mathematics Education.

1. Introdução

No Brasil, desde a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), a partir de meados de 1997, destacou-se a ênfase que explora a Matemática a partir da proposição e resolução de problemas, tanto os vividos no cotidiano dos alunos quanto os presentes na própria Matemática e em outras áreas do conhecimento. Junto com os já tradicionais e conhecidos blocos "números e

operações”, “espaço e forma” e “grandezas e medidas”, passaram a integrar o novo bloco de conteúdos, denominado “tratamento da informação”, estudos relativos a noções básicas de estatística e de probabilidade, além de problemas de contagem, que envolvem raciocínios desde o Princípio Multiplicativo, todos eles igualmente presentes nos PCN, em Brasil (1997, 1998, 1999).

Assim, desde que as noções básicas desses três conteúdos foram sugeridas nos PCN, para serem desenvolvidas com os alunos a partir dos anos iniciais do Ensino Fundamental, como conteúdos do novo bloco, eles têm merecido destaque tanto nos novos currículos de Matemática para a Educação Básica quanto nos livros didáticos, em consonância com as orientações prescritas na Lei nº 9394/96 – Lei de Diretrizes e Bases, de 20 de dezembro de 1996, em Brasil (1996).

A inserção dos conteúdos no novo bloco “tratamento da informação”, segundo os PCN, em Brasil (1997) assim se justifica:

A demanda social é que leva a destacar este tema como um bloco de conteúdo, embora pudesse ser incorporado aos anteriores. A finalidade do destaque é evidenciar sua importância, em função de seu uso atual na sociedade. Integrarão este bloco estudos relativos a noções de estatística, de probabilidade e de combinatória (BRASIL, 1997, p. 56).

Por outro lado, com a sugestão de criação desse novo bloco de conteúdos e o ensino destes a partir dos anos iniciais, impõem-se novos desafios que precisam ser discutidos pelos profissionais de educação, responsáveis por prescrever novos currículos para a Educação Básica, autores de livros didáticos, coordenadores pedagógicos e professores.

Isto posto, é importante frisar que as sugestões apresentadas nos PCN, no todo ou em parte, não são obrigatórias – tratam-se de sugestões metodológicas e pedagógicas. Portanto, reveste-se de importância ressaltar tal fato aos leitores, pois tal dúvida ainda persiste entre alguns educadores, até os dias de hoje, conforme apontam os resultados da pesquisa de Teixeira (2015b).

À época da publicação dos PCN alguns desafios a serem enfrentados pelos professores já eram conhecidos pelos próprios autores do documento e ainda permanecem presentes nos dias de hoje, não obstante todo o tempo decorrido desde as publicações, quais sejam: a implementação de novos currículos; a publicação de novos livros didáticos e as oportunidades de reflexões e discussões em formações iniciais e continuadas dos professores.

Sobre esses desafios, no próprio texto do primeiro dos documentos os autores dos PCN, em Brasil (1997), assim se referem:

O desafio que se apresenta é o de identificar, dentro de cada um desses vastos campos, de um lado, quais conhecimentos, competências, hábitos e valores são socialmente relevantes; de outro, em que medida contribuem para o desenvolvimento intelectual do aluno, ou seja, na construção e coordenação do pensamento lógico-matemático, da criatividade, da intuição, da capacidade de análise e de crítica, que constituem esquemas lógicos de referência para interpretar fatos e fenômenos. Um olhar mais atento para nossa sociedade mostra a **necessidade de acrescentar a esses conteúdos aqueles que permitam ao cidadão “tratar” as informações que recebe cotidianamente, aprendendo a lidar com dados estatísticos, tabelas e gráficos, a raciocinar utilizando idéias relativas à probabilidade e à combinatória** (grifo nosso) (BRASIL, 1997, p. 53).

O texto destacado no último parágrafo da citação acima, com nosso grifo, reforça a visão deste autor, também presente em Teixeira (2012, 2013a, 2013b, 2013c), de que a prática docente de muitos professores de Matemática ainda precisa ser ampliada nas seguintes questões: no tocante a aspectos que dizem respeito aos conhecimentos de conteúdos das três temáticas; relativas aos conhecimentos pedagógicos do ensino desses conteúdos; na elaboração e proposição de atividades que têm como propósito o alcance de aprendizagens efetivas e para a compreensão e efetividade de currículos prescritos de maneira que eles se tornem currículos em ação.

Tais questões foram o mote para que o autor se motivasse a escrever este artigo, uma vez que passado tanto tempo desde que os PCN foram publicados ainda é forte a resistência de parte de professores quanto à validade e à importância de ensinar os conteúdos do bloco “tratamento da informação”, a partir dos anos iniciais do Ensino Fundamental. E persiste, ainda, com igual ou maior resistência, ao longo dos anos finais deste segmento, conforme aponta Teixeira (2012, p. 396): “Para a maior parte dos professores se mantém a ideia de que somente seria suficiente uma abordagem introdutória dos problemas de contagem”.

Pesquisa de Teixeira (2012) pontua que uma parcela de professores de Matemática ainda tem dúvidas quanto ao fato de os conteúdos do bloco “tratamento da informação” estarem fortemente relacionados com temas sociais emergentes, daí a demanda por eles fazer-se tão presente quanto necessária, nos dias de hoje (TEIXEIRA, 2012, p. 418-420).

Pietropaolo *et al.* (2013), em pesquisa com a colaboração de 20 professores que ensinavam Matemática no ano letivo de 2013 para alunos dos anos finais do Ensino Fundamental – que também consideraram a formação continuada destes professores –, argumentam que uma parcela grande desses docentes sequer

[...] estão convencidos de que a probabilidade seja importante para ser desenvolvida no Ensino Médio; quanto ao Ensino Fundamental, têm uma posição ainda mais restritiva: consideram a inclusão desse tema totalmente inadequada e desnecessária (PIETROPAOLO *et al.*, 2013, p. 2).

Esses conteúdos – análise combinatória e probabilidade –, contêm elementos de ensino e aprendizagem bastante atraentes não apenas por estarem presentes no cotidiano dos alunos, mas por permitirem ao professor desenvolver diversas atividades que têm como propósitos promover a interdisciplinaridade segundo a compreensão e apropriação de conceitos próprios da cidadania, como a inserção e a participação social e política dos alunos. O desenvolvimento desses conteúdos também dá aos alunos a oportunidade de posicionarem-se de maneira crítica, responsável e construtiva acerca de diferentes questões sociais, por exemplo.

A referida participação será mais efetiva à medida que cada aluno souber utilizar dados de pesquisas, manusear ferramentas matemáticas capazes de fomentar diálogos e com a ajuda delas poder tirar conclusões e expô-las, verbalmente ou por meio de textos próprios, como forma de melhor mediar conflitos e tomar decisões pessoais ou coletivas, entre outros procedimentos.

Parece-nos, portanto, não restar dúvidas quanto ao papel integrador desses conteúdos, bem como ao fato de que a partir da compreensão dos conceitos, os alunos estarão melhor preparados para compreender outros conteúdos da própria Matemática e de outras áreas do conhecimento.

2. Fundamentação teórica

Teixeira (2012) aponta como resultado de sua pesquisa, os conhecimentos necessários ao professor de Matemática para a exploração de problemas de contagem no Ensino Fundamental, e alerta para a resistência de parte de um grupo de professores quanto à não necessidade de abordar esses conteúdos com alunos desse segmento e quanto a maneira de ensinar por meio de exemplos simples como, por exemplo, a “combinação de peças de vestuário” e a contagem de possibilidades de fazer isso.

Pesquisadores como Batanero (2001, 2002) e Gal (2005) apontam a necessidade de inserir conteúdos de probabilidade na Educação Básica por conta da utilidade deles no cotidiano dos cidadãos, do papel instrumental que eles têm para compreender conceitos de outras áreas do conhecimento e devido à importância do raciocínio probabilístico para a tomada de decisões.

Ademais, Batanero *et al.* (2005) e Gal (2005), por conta dos resultados de suas pesquisas, também discutem a importância do ensino e aprendizagem da probabilidade desde os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Batanero & Diaz (2012) também fazem as mesmas considerações acima, em probabilidade e estatística, mas ressaltam que elas não se restringem apenas aos momentos iniciais de exploração dessas temáticas com os alunos, mas no que refere às estratégias e abordagens que são desenvolvidas em sala de aula.

Cazorla *et al.* (2010), por meio de sequências de ensino, articulam a teoria e a prática da estatística com ênfase no contexto interdisciplinar (outras ciências), intradisciplinar (na Matemática) e transdisciplinar (implicações éticas do uso da estatística), além de percorrer as diversas fases de uma pesquisa científica escolar, desde a coleta de dados pelos estudantes.

3. Procedimentos metodológicos

Este estudo utiliza uma metodologia qualitativa investigativa que encontra contornos na perspectiva do interacionismo simbólico, adotando delineamentos próximos ao formato de estudo de caso, presentes tanto nos resultados de pesquisa desenvolvida pelo autor, como em resultados de pesquisas de outros autores, bem como na experiência docente do autor em salas de aula, ministrando conteúdos das três disciplinas: análise combinatória, probabilidade e estatística na Educação Básica, no Ensino Superior e em cursos de formação continuada de professores, em oficinas e minicursos.

Além disso, o suporte metodológico fundamentou-se na metodologia de projetos segundo Berehns (2006) e Pacheco (2002), com algumas variações, a qual busca a aprendizagem a partir

de problematizações com uma abordagem crítica e significativa dos conteúdos, nas modalidades de oficinas e minicursos pedagógicos.

Foram elaboradas experiências de aprendizagem com temas variados, trabalhados de forma interdisciplinar e com o maior número possível de materiais didáticos, como: textos, material concreto e fichas de atividades, abordando algumas possibilidades de desenvolver os três conteúdos de maneira articulada.

4. Possibilidades para encaminhar o desenvolvimento de conteúdos do bloco “tratamento da informação”

Quando atividades, jogos e problemas – de análise combinatória, probabilidade e estatística – estiverem sendo pensados para serem propostos aos alunos. Eles deverão fazer parte de um amplo, diversificado e integrador material pedagógico, que contemple correlações matemáticas existentes entre as três temáticas – não a totalidade das correlações existentes, por conta das complexidades entre os conceitos, mas, também, pelo fato de elas exigirem o domínio de conhecimentos de conteúdos mais avançados que distanciam-se dos objetivos de ensino desses conteúdos com alunos da Educação Básica.

Assim, uma vez que toda a estratégia e metodologia tenham sido planejadas pelo professor para desenvolver os conteúdos das três temáticas de maneira entrelaçada e coordenada, ela deve permitir que se façam reflexões acerca da sua prática, e na prática, com as temáticas, no tocante ao seguinte: conhecimentos integradores dos conteúdos; conhecimentos pedagógicos de conteúdo (mediação, procedimentos e estratégias, suficientes para a abordagem conjunta das temáticas); conhecimentos curriculares (avaliar o modo como as temáticas estão/podem ser inseridas no planejamento das atividades ao longo de um ano letivo, para cada ano/série, de maneira a permitir um efetivo imbricamento entre elas à medida que os conteúdos sejam desenvolvidos em continuidade), além de incluir os conhecimentos relativos ao domínio de tecnologias (TEIXEIRA, 2012).

A opção quanto à metodologia Design Experiment, na perspectiva de Cobb *et al.* (2003) – a exemplo da pesquisa de Teixeira (2012), que também nela se fundamentou –, para o desenvolvimento de atividades e conteúdos de todo o bloco “tratamento da informação” segundo as sugestões que foram apresentadas acima, ou não, é determinante para o professor decidir acerca da elaboração, seleção e implementação de atividades; a proposição de problemas; no tocante aos caminhos que vai trilhar em função da sequência de conceitos que precisam ser apropriados pelos alunos, e os necessários procedimentos e estratégias para serem explorados durante a resolução dos problemas que vai propor. De início é preciso responder às seguintes questões: Promover ou não propostas intuitivas de cálculo de probabilidades sem a análise combinatória? Uso ou não de tabelas de frequências estatísticas para estimar probabilidades?

Probabilidade frequentista ou probabilidade clássica? São decisões que precisam ser tomadas no tocante ao percurso a seguir.

O ensino dos conteúdos do bloco pode, por exemplo, iniciar-se com a classificação de eventos que envolvam a ideia do acaso, em situações cotidianas do universo dos alunos, classificando-os em aleatórios ou determinísticos, prováveis de ocorrer ou não e para determinar as chances de cada um ocorrer, ordenando-as. Ao listar todos os possíveis resultados de um experimento aleatório, determina-se o espaço amostral e, então, com a indicação de todos com o conceito de eventos simples, será possível indicar se eles são igualmente prováveis de ocorrer ou não, por meio do cálculo da probabilidade.

Por sua vez, essa opção metodológica não requer do professor ter de desenvolver os conceitos pertinentes à apropriação do raciocínio combinatório, às representações gráficas (úteis para enumerar todas as possibilidades) e à observância do Princípio Multiplicativo e do Princípio Aditivo, antes ou durante o desenvolvimento de atividades de probabilidade, como as que foram sugeridas acima.

Paralelamente, ou depois de trabalhar com os conceitos de probabilidade, o professor pode iniciar a exploração de conceitos próprios da estatística, tais como: leitura, interpretação e comparação de dados presentes em tabelas simples, de dupla entrada e gráficos de barras e de colunas, oriundos de resultados de pesquisas encaminhadas pelos alunos ou de informações obtidas em outras áreas do conhecimento, pedindo ao aluno que produza textos próprios para justificar possíveis tomadas de decisões ou para fazer observações pertinentes aos conteúdos e informações presentes em cada tipo de gráfico.

Por outro lado, o professor pode iniciar o trabalho com os conteúdos do bloco “tratamento da informação” explorando, de início, conceitos simples de análise combinatória com o propósito de o aluno se apropriar do raciocínio combinatório e passar a exercitá-lo com desenvoltura quando encaminhar a resolução de diversos problemas de contagem.

Igualmente, o professor pode, se assim considerar oportuno fazê-lo, permear a exploração de conceitos de análise combinatória com o cálculo da probabilidade de ocorrência de um resultado presente em eventos simples – quando o espaço amostral considerado é equiprovável –, ou deixar para explorar esses conceitos após certificar-se de que o aluno domina o exercício do raciocínio combinatório e o aplica adequadamente quando faz uso de uma representação numérica, por exemplo, e dos Princípios citados acima, em conjunto ou não, para obter a solução de um problema de contagem. Quanto a essa questão, os autores dos PCN assim se manifestam:

Relativamente aos problemas de contagem, o objetivo é levar o aluno a lidar com situações que envolvem diferentes tipos de agrupamentos que possibilitem o desenvolvimento do raciocínio combinatório e a compreensão do princípio multiplicativo para sua aplicação no cálculo de probabilidades (BRASIL, 1998, p. 52).

5. O ensino dos conteúdos básicos de análise combinatória

Ademais, o desenvolvimento dos conteúdos de análise combinatória por meio da proposição de problemas, permite ao professor identificar e conhecer como se dá a apropriação e o desenvolvimento de conhecimentos relacionados diretamente à compreensão e ao recorrente exercício do raciocínio combinatório pelos alunos, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Sugerimos que uma sequência de atividades como problemas de contagem se inicie a partir da proposição de problemas nas quais o aluno tenha que pintar todas as faixas/listras/regiões de bandeiras, quando dispõe de quantitativo fixo de cores e, ao final, com a enumeração de todas as possibilidades, determine o total de possibilidades de realizar as pinturas por meio da aplicação do princípio aditivo da contagem.

Para tal, o professor deve propor problemas nas quais os desenhos das bandeiras vão ganhando gradativo aumento tanto na quantidade de listras/faixas/regiões quanto no de cores disponíveis para as pinturas, incluindo as seguintes possibilidades: de haver, também, faixas/listras/regiões em branco; de não permitir pinturas de cores iguais em listras contíguas; de fixar cor(es) em listra(s) determinada(s), além da possibilidade de não disponibilizar o quantitativo exato de bandeiras que devem ser pintadas e de problemas em que apenas o modelo da bandeira a pintar é disponibilizado ou o modelo é descrito no enunciado (TEIXEIRA, 2014, 2016).

Para essa última sugestão, podem ocorrer enganos, como contagens a maior (para mais) – casos em que o aluno poderá repetir pinturas de bandeiras já feitas –, ou contagens a menor (para menos) – casos em que possibilidade(s) de pintura de uma ou mais bandeiras deixou(ram) de ser contabilizada(s) na contagem total de possibilidades –, possivelmente nas situações em que a totalidade exata de bandeiras desenhadas para pintar não é disponibilizada, ou quando os desenhos das bandeiras não são feitos. (TEIXEIRA, 2015a, 2015b).

Assim, à medida que o aluno estabelece para si um modo sistemático para efetuar pinturas (ou situações similares), espera-se que se certifique e fique convencido de que tal procedimento/prática é suficiente para garantir que irá atingir o quantitativo exato das bandeiras que devem ser pintadas (para cada particular situação-problema proposta), independente de o quantitativo de bandeiras que devem ser pintadas estar disponível, ou não, e considerar que tal prática possa ser aprimorada, se for o caso. Com a proposição de atividades, como as relatadas acima, o professor estará em condições de investigar se o aluno realiza as pinturas das listras/faixas de bandeiras (ou “folhas” de “trevos”) segundo tentativas e erros ou se estabeleceu um modo sistemático que respeita um padrão pessoal que atende às necessidades (TEIXEIRA, 2014, 2016).

O propósito inicial esperado é que o aluno constate a importância e a necessidade de estabelecer um modo sistemático para efetuar as pinturas de todas as possíveis bandeiras, enquanto vai desenvolvendo as atividades para cada particular situação-problema proposta.

A estratégia sistemática pessoal que o aluno estabeleça para pintar listras/faixas de bandeiras será útil, mais adiante, para que ele vá, aos poucos, fazendo correlações apropriadas

necessárias para a apropriação, compreensão e o exercício do raciocínio combinatório, com segurança e desenvoltura, à medida que faça uso de uma representação numérica ou durante a construção de uma representação gráfica: tabela de dupla entrada, produto cartesiano e árvore de possibilidades.

Porém, antes mesmo de fazer uso do Princípio Multiplicativo (formalmente, ou não) e de explorar representações numéricas para resolver problemas de contagem, será preciso, com cautela e sem pressa, fortalecer a apropriação, o desenvolvimento e o exercício do raciocínio combinatório quando uma representação gráfica é construída, para dar resposta a um problema de contagem ou para conhecer todos (ou parte) os agrupamentos-solução (possibilidades), quando um razoável quantitativo de objetos seja disponibilizado para ser “combinados”. São estes os objetivos esperados após o objetivo inicial ter sido atingido.

Entretanto, de maneira a apropriar-se do raciocínio combinatório e passar a exercitá-lo de modo efetivo, possivelmente os alunos precisem contar com a mediação efetiva e constante do professor para que as ações conjuntas contribuam para aperfeiçoar a sistemática/estratégia de raciocínio que foi utilizada para pintar as listras das bandeiras, agora na construção de uma representação gráfica e, depois, nas representações numéricas.

Essa ajuda configura-se à medida que o professor altera, gradativamente, o quantitativo de faixas/listras e de cores disponíveis para a realização de pinturas e para contabilizar a quantidade de possibilidades, diretamente de uma representação gráfica. E, também, quando ele altera a quantidade de bandeiras disponíveis para ser pintadas, em quantidades suficientes ou não, chegando às situações-problema em que os desenhos das bandeiras deixam de ser feitos.

Portanto, é um trabalho que exige do professor persistência e atenção constantes, de maneira a orientar e identificar como se dá a apropriação do raciocínio combinatório pelo aluno, corrigindo eventuais distorções durante o exercício do raciocínio.

Assim, é importante que a atenção do professor esteja voltada no sentido de observar como se dá a obtenção de um padrão próprio sistemático pelo aluno para fazer pinturas de listras (faixas ou regiões) de bandeiras. Não no sentido de antecipar momentos de aprendizagem e exigir do aluno que estabeleça, de imediato, determinado padrão sistemático, mas com o propósito de identificar em qual momento o aluno sente necessidade de estabelecê-lo e como ele ocorre.

Assim, o trabalho objetiva que o professor tenha a oportunidade de conhecer as razões que levaram o aluno a perceber a necessidade de estabelecer um modo sistemático e o fato de tomá-lo naquele momento. E passar, desde então, a incentivar o aluno ao permanente exercício do raciocínio combinatório, de que, desde então, passa a se apropriar. Mais adiante, na resolução de outros problemas de análise combinatória, por vezes o aluno irá se confrontar com a necessidade de fixar uma variável (uma cor em uma listra da bandeira) e fazer variar outras variáveis (cores) para, em seguida, perceber que o mesmo ocorre/pode ocorrer para outras variáveis que podem ser fixadas.

Ou seja, o estabelecimento do padrão próprio sistemático de pinturas é o início de um modo novo de pensamento para os alunos, possivelmente diferente de tudo o que já haviam experimentado antes.

Trata-se de um modo próprio de pensar e de refletir acerca de possibilidades quando da “combinação” de cores para pintar, o que permite caminhar para a apropriação e o desenvolvimento do raciocínio combinatório para, em seguida, “combinar” objetos, letras, algarismos ou pessoas.

Assim, à medida que o raciocínio combinatório vai sendo apropriado, incorporado e exercitado, dia após dia, e à medida que o aluno enfrenta novos desafios, quando da resolução de novas situações-problema de contagem, ele vai se sentir mais seguro em relação às escolhas acerca das estratégias para a resolução, às decisões que precisam ser tomadas, aos procedimentos que terá de fazer e a tudo o mais que é preciso que seja feito.

Os momentos de apropriação e exercício do raciocínio combinatório configuram-se de importância para o ensino dos conceitos básicos de análise combinatória, pois neles o aluno passa a desempenhar o papel de protagonista de sua própria aprendizagem sem a interferência direta do professor.

Portanto, salientamos a importância que os momentos de apropriação e exercício do raciocínio combinatório têm para o ensino dos conceitos básicos de análise combinatória, uma vez que o aluno passa a desempenhar o papel de protagonista de sua própria aprendizagem, ao vivenciar esses momentos sem a interferência direta do professor. Ressalte-se, então, que com a experiência adquirida, o aluno estará em condições de encaminhar a resolução de um problema de contagem do modo que considere mais adequado, uma vez que um problema de contagem não é resolvido de uma única maneira.

A autonomia do aluno terá repercussões positivas para a sua aprendizagem, pois ela contribui para a segurança nas tomadas de decisões que terá de fazer durante a resolução de outros problemas de contagem, e por toda a vida - em situações da Matemática ou não. Por essas razões, é recomendável que o professor fique atento aos momentos em que os alunos percebem o quanto a apropriação de um padrão sistemático de pintura de listras facilita a compreensão acerca das diferentes “combinações” que podem (e precisam) ser feitas entre os elementos de dois conjuntos (blusas e saias, por exemplo), com respeito ao modo como uma pessoa pode se vestir.

A correlação entre a resolução de problema deste tipo, ou similares, e as atividades de pinturas de bandeiras é significativa, importante, desejável e precisa ser salientada pelos professores.

Também se recomenda que o professor esteja atento ao momento em que o aluno sente necessidade (ou constata a vantagem) de construir uma representação gráfica (árvore de possibilidades ou tabela de dupla entrada, por exemplo), de modo a obter as soluções (ou a quantidade de soluções) para uma situação-problema de contagem. Por exemplo, a partir do momento em que não há bandeiras disponíveis e se quer saber de quantos modos é possível pintar

bandeiras com aquele formato, dispo de certo quantitativo de cores. Evidentemente, o que se pretende com o desenvolvimento de problemas de contagem – que envolvem o princípio multiplicativo, desde os anos iniciais – não é o de um trabalho baseado na definição de termos ou de uso de fórmulas envolvendo tais conteúdos.

Relativamente aos problemas de contagem, o objetivo é levar o aluno a lidar com situações que abarquem diferentes tipos de agrupamentos que possibilitem o exercício e o desenvolvimento constante do raciocínio combinatório e a compreensão do princípio multiplicativo, para sua aplicação no cálculo de probabilidades, por meio de estratégias variadas, como a construção e a exploração de esquemas, tabelas e/ou a árvore de possibilidades, e a correspondente árvore de probabilidades, no que refere aos eventos simples associados.

6. O ensino dos conteúdos básicos de probabilidade

Kataoka *et al.* (2008) e Bryant & Nunes (2012) – em resultados de pesquisas, respectivamente com alunos dos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, e com crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental –, consideram que a probabilidade envolve noções que são de difícil compreensão pelos estudantes, decorrentes do fato de essas noções não serem evidentes. Por exemplo, segundo os autores acima, para o estudante não é intuitivo que após jogar uma moeda honesta ao chão muitas vezes, e a ocorrência da face coroa ser confirmada em todas elas, a probabilidade de obter cara na jogada seguinte é a mesma de continuar a obter coroa.

Também não é simples ao estudante compreender que para um mesmo experimento aleatório, a probabilidade de um evento em um espaço amostral não-equiprovável é a mesma que quando o espaço amostral considerado seja equiprovável, concepção essa decorrente do fato de o aluno conjecturar que todos os espaços amostrais têm de ser equiprováveis. Essa posição possivelmente decorre das experiências que eles têm, quase exclusivas, em relação à resolução de situações-problema com esse tipo de espaço amostral.

Com a árvore de possibilidades completa, a contagem de possibilidades é feita diretamente a partir dela e, em seguida, se explora a construção do espaço amostral de eventos equiprováveis, utilizando-se o princípio multiplicativo ou simulações e a indicação da probabilidade de um evento por meio de uma razão, para estimar a probabilidade de sucesso de um dos eventos (TEIXEIRA, 2016).

Assim, a árvore de possibilidades serve de instrumento para explicar a correspondente árvore de probabilidades. Tendo em vista que os alunos já desenvolveram estratégias variadas para resolver os problemas de contagem nos ciclos anteriores, ao se utilizarem de estratégias variadas, apoiados na construção de diagramas, tabelas, esquemas, diagramas ou árvores de possibilidades, sem a aplicação de fórmulas, os problemas poderão apresentar números um pouco maiores, de modo a perceberem que o Princípio Multiplicativo é um recurso que auxilia a resolver mais

facilmente muitos problemas. Também é propício para salientar e mostrar, com ênfase maior, acerca da não necessidade de uso de fórmulas.

É preciso ter em mente que a análise combinatória não é simplesmente uma ferramenta de cálculo para o estudo da probabilidade. Segundo Piaget & Inhelder (1951), se o sujeito não possui capacidade combinatória, ele não é capaz de usar a ideia da probabilidade, salvo em casos de experimentos aleatórios muito elementares. Esses autores relacionam a aparição do conceito de azar às ideias de permutação e a estimação correta de probabilidades ao desenvolvimento do conceito de combinação.

Se compararmos a construção do diagrama de árvore (árvore de possibilidades) na análise combinatória com a construção de uma correspondente árvore de probabilidades, em probabilidade, podemos também observar que há uma relação entre o espaço amostral de um experimento aleatório composto e as operações combinatórias. No que referem aos conteúdos básicos de análise combinatória, os autores de Brasil (2008) recomendam que

O estudo da combinatória e da probabilidade é essencial neste bloco de conteúdo, pois os alunos precisam adquirir conhecimentos sobre o levantamento de possibilidades e a medida da chance de cada uma delas. A combinatória não tem apenas a função de auxiliar o cálculo das probabilidades, mas tem inter-relação estreita entre as ideias de experimento composto a partir de um espaço amostral discreto e as operações combinatórias. Por exemplo, ao extrair aleatoriamente três bolas de uma urna com quatro possibilidades, este experimento aleatório tem três fases, que podem ser interpretadas significativamente no espaço amostral das variações. **A utilização do diagrama de árvores é importante para clarear a conexão entre os experimentos compostos e a combinatória, pois permite que visualizemos a estrutura dos múltiplos passos do experimento** (BRASIL, 2008, p. 79) (grifo nosso).

Assim, a listagem de todos os casos de sucesso (os casos possíveis), no dito espaço amostral, requer um processo de construção combinatória, a partir dos sucessos elementares nos experimentos simples. Portanto, além de sua importância no desenvolvimento da ideia de probabilidade, a capacidade combinatória é um componente fundamental do pensamento formal.

Mas, como já foi dito, o ensino de probabilidade no Ensino Fundamental ainda encontra resistência por parte de professores que ensinam Matemática neste segmento. Quanto a essa questão, assim se referem Campos & Pietropaolo (2013):

[...] para promover a inclusão da probabilidade no Ensino Fundamental, primeiro seria necessário convencer os professores de que a aprendizagem das noções relativas à probabilidade não é apenas útil para aplicação no cotidiano das pessoas, mas também pelo desenvolvimento de importantes habilidades cognitivas e de formas de pensar (CAMPOS & PIETROPAOLO, 2013, p. 59).

Segundo os autores dos PCN, em Brasil (1999), a proposição e a resolução de problemas de contagem para alunos da Educação Básica vão além das “combinações entre objetos, letras, algarismos, etc.” provenientes de o raciocínio combinatório ter sido empreendido em alguns momentos (BRASIL, 1999, p. 54). Tal prática estende-se às ideias conceituais associadas às noções básicas de probabilidade, em estreita correlação com a análise combinatória. Assim, os referidos autores fazem alusão às possibilidades de desenvolvimento do raciocínio combinatório:

[...] **A contagem, ao mesmo tempo em que possibilita uma abordagem mais completa da probabilidade por si só, permite o desenvolvimento de uma nova forma de pensar em Matemática, denominada raciocínio combinatório.** Ou seja, decidir sobre a forma mais adequada de organizar números ou informações para poder contar os casos possíveis não deve ser aprendido como uma lista de fórmulas, mas como um processo que exige a construção de um modelo simplificado e explicativo da situação. (BRASIL, 1999, p. 54) (grifo nosso).

Na citação acima, no grifo, destaca-se a importância do exercício do raciocínio combinatório como um modo diferenciado de pensar e com o qual é possível construir um modelo simplificado e explicativo da situação em questão – uma representação gráfica ou uma representação numérica. A partir de então, e em conjunto, sugere-se que o professor desenvolva os conceitos de experimento aleatório, espaço amostral, evento, probabilidade frequentista, a Lei dos Grandes Números, probabilidade geométrica. Sugerimos que o professor lance mão de episódios contados na História da Matemática para motivar os alunos quanto ao estudo de probabilidades, como em Boyer (1974):

Enquanto Pascal em 1654 trabalhava em sua *As Cônicas*, seu amigo o Chevalier de Méré, propôs-lhe questões como esta: Em oito lances de um dado um jogador deve tentar lançar um, mas depois de três tentativas infrutíferas, o jogo é interrompido. Como deveria ele ser indenizado? Pascal escreveu a Fermat sobre isto, e a correspondência entre eles foi o ponto de partida real da moderna teoria das probabilidades, as ideias de Cardano de um século antes tendo sido esquecidas. (Pascal and the Invention of Probability Theory – Oystein Ore – *American Mathematical Monthly*, 47 (1960), 409-419) (BOYER, 1974, p. 265).

7. O ensino dos conteúdos básicos de estatística

Nos seus primórdios, a estatística, com vistas a subsidiar decisões políticas, econômicas e sociais dos países, relacionava-se à organização e à sistematização de informações do Estado, mas apenas no século XX é que seus métodos foram incorporados à pesquisa científica e empírica, e seu ensino passou a fazer parte dos currículos da Educação Básica e Superior (CAZORLA *et al.*, 2010).

Segundo Batanero (2001) *apud* CAZORLA *et al.* (2010),

A partir da década de 1970, surgiu um movimento, em nível mundial, que reconheceu a importância do desenvolvimento do raciocínio probabilístico, a necessidade de romper com a cultura determinística nas aulas de Matemática, a dimensão política e ética do uso da Estatística na Educação Básica. Em decorrência, muitos países inseriram o ensino desta ciência nesse nível escolar, com reflexões sobre os aspectos didáticos (BATANERO, 2001 *apud* CAZORLA *et al.*, 2010, p. 9).

As autoras CAZORLA *et al.* (2010) prosseguem, afirmando que

Esse movimento consolidou-se numa área de pesquisa denominada Educação Estatística, que tem como objetivo estudar e compreender como as pessoas ensinam e aprendem Estatística, o que envolve diferentes aspectos, tais como os cognitivos e os afetivos do ensino-aprendizagem, a epistemologia dos conceitos estatísticos, a didática da Estatística, visando o desenvolvimento do *letramento estatístico*. (CAZORLA *et al.*, 2010, p. 9).

O autor deste trabalho acrescenta aos objetivos acima, os de saber interpretar e avaliar criticamente as informações estatísticas segundo princípios da Educação Matemática Crítica (EMC), presentes nas obras de Freire (2013), Giroux (1997) e Skovsmove (2001), por exemplo.

Assim, considera-se importante que o professor promova o desenvolvimento do pensamento estatístico de seus alunos por meio da escolha de um tema para uma pesquisa escolar e que tenha sentido para os alunos; contextualizar um problema a ser investigado; elaborar perguntas de pesquisa que quer ver respondidas, promovendo uma postura investigativa crítica dos alunos e o incentivo a que eles observem, registrem e elaborem instrumentos de coleta de dados de maneira a que as respostas façam conexões com as perguntas da pesquisa que nortearam o levantamento de dados que foi feito.

Em relação ao conteúdo da estatística, o exercício do raciocínio combinatório se fará presente quando for preciso coletar dados, organizá-los, fazer a representação dos dados em tabelas (frequências absoluta e relativa) e gráficos, na análise das medidas de tendência central e medidas de dispersão, conforme se constata em Brasil (2008):

Durante o ensino médio, os alunos precisam adquirir entendimento sobre o propósito e a lógica das investigações estatísticas, bem como sobre o processo de investigação. Deve-se possibilitar aos estudantes o entendimento intuitivo e formal das principais ideias matemáticas implícitas em representações estatísticas, procedimentos ou conceitos. Isso inclui entender a relação entre síntese estatística, representação gráfica e dados primitivos (BRASIL, 2008, p. 79).

Também é conveniente que o professor considere a função ou distribuição de probabilidade, com os seguintes procedimentos: lançar dois dados; jogar moedas em muitas jogadas e traçar o gráfico do número de coroas, por exemplo, relacionando-o com uma curva de distribuição normal e aproveitando para analisar suas propriedades; utilizar os conceitos de média aritmética e desvio padrão, em uma pesquisa com o número de irmãos dos alunos de toda a escola e avaliar o gráfico de probabilidades, considerando que, pelo conceito frequentista, a frequência relativa é um valor aproximado da probabilidade de que uma criança, escolhida ao acaso, tenha uma quantidade x de irmãos. Tais considerações não devem ser necessariamente adiadas, para tratá-las somente com os alunos do Ensino Médio (TEIXEIRA, 2013c).

8. Análise dos resultados

No derradeiro final do século XX o conceito de competência ganha uma nova recontextualização, novas discussões e novas definições acerca do termo são lançadas na literatura sobre a formação de professores e de alunos.

Assim, nos anos 1990, o uso da noção de competências nos currículos escolares tem sido visto como uma revolução na educação escolar por parte de alguns autores, como Perrenoud (1999). Para esse autor, a noção de competência trata da capacidade de um professor (ou aluno) relacionar conhecimentos prévios com problemas vivenciados por meio de experiências concretas,

com os quais se pode reconhecer haver uma competência. Assim, para Perrenoud (1999) as competências são importantes metas na formação.

É a partir dessa compreensão acerca de competências que Perrenoud (1999) defende a abordagem por meio delas, tanto para o trabalho do professor quanto para a aprendizagem do aluno na escola, por entender que o ensino baseado em competências pode vir a transformar a formação e a prática do professor.

Por conta disso, muitos currículos da Educação Básica têm sido organizados em torno das competências, o que tem acarretado que cursos de formação de professores inicial e/ou continuada também têm se preocupado em buscar o desenvolvimento de novas e atraentes estratégias com vistas à formação.

Sobre essa questão, no universo de educadores matemáticos tem havido reflexões e discussões frequentes em Congressos e Colóquios com respeito aos desdobramentos quanto à formação didática e à formação do conhecimento matemático dos conteúdos específicos da disciplina, para o ensino. Ou seja, que as abordagens acerca do desenvolvimento profissional docente também incorporam à formação docente o contexto das competências.

Em relação ao desenvolvimento profissional, assim se refere Ponte (1995):

A introdução deste conceito representa uma nova perspectiva de olhar os professores. Ao se valorizar o seu desenvolvimento profissional, eles deixam de ser vistos como meros receptáculos de formação passando, pelo contrário, a ser tidos como profissionais autônomos e responsáveis com múltiplas facetas próprias (PONTE, 1995, p. 5).

Considera-se pertinente essas discussões, bem como o fato de este trabalho servir de norte para propiciar reflexões quanto ao desenvolvimento profissional de professores acerca de conhecimentos dos conteúdos do bloco “tratamento da informação” para a Educação Básica, e de conhecimentos pedagógicos e metodológicos sobre o ensino das temáticas.

9. Considerações finais

A análise combinatória é um componente essencial da Matemática Discreta nos dias atuais e, como tal, tem um papel tão importante na Matemática que deve ser ensinada aos alunos da Educação Básica, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, estendendo-se às três séries do Ensino Médio. A análise combinatória permite que os alunos se iniciem quanto a aspectos que estão relacionados com o pensamento sistemático: enumeração, levantamento de conjecturas, generalização e otimização. É possível apresentar aplicações, em diferentes áreas do conhecimento, tais como: química, biologia, teoria dos grafos, teoria dos números e otimização.

Ademais, a análise combinatória pode ajudar a desenvolver muitos conceitos da própria Matemática, como os de aplicação, relações de ordem, relações de equivalência, amostra, conjunto, subconjuntos (Quantos subconjuntos possui um conjunto que tem n elementos?); produto

cartesiano, função (Os conjuntos A e B possuem, respectivamente, n e m elementos. Quantas são as funções $f: A \rightarrow B$?; Quantas funções $f: A \rightarrow B$ são injetoras?; Quantas são bijetoras?).

Pesquisas de Kamii & Joseph (2005) e Nunes & Bryant (1997), apontam a efetiva construção de conceitos em sala de aula quando o professor oportuniza e incentiva que crianças elaborem e se utilizem de estratégias pessoais de cálculo na resolução de problemas.

Por outro lado, pesquisa de Teixeira (2012) mostra resultados relevantes na apropriação de conhecimentos, procedimentos e estratégias durante a resolução de problemas de contagem propostos a um grupo de professores em uma formação continuada, quando o pesquisador conferiu a eles a oportunidade de refletirem e discutirem com seus colegas acerca do desenvolvimento de determinadas tarefas, em diferentes atividades. Ademais, tal proposta se afina com as ideias defendidas por Zeichner (2003) quanto à formação de professores reflexivos.

A exemplo do que foi feito com os professores, Teixeira (2012) pontua que é preciso dar voz aos alunos; ouvir suas explicações e justificativas, bem como conclusões a que chegaram, com o propósito de conhecer, compreender e explicar a maneira ativa como se dá a aprendizagem de um conteúdo matemático, pois as explicações não apenas são importantes para a ampliação conceitual, mas porque elas também apontam a necessidade de promover uma aprendizagem calcada na compreensão dos conceitos e procedimentos, uma vez que estes podem não ter sido contempladas quando das discussões do grupo como um todo.

Sobre essa questão, valemo-nos das proposições de Freire (2013), respeitado educador e intelectual do século XX, contidas na teoria (ou como ele mesmo preferia dizer “uma certa compreensão ético-crítico-política da educação”):

[...] uma das tarefas mais importantes da prática educativo-crítica é propiciar as condições em que os educandos em suas relações uns com os outros e todos com o professor ou a professora ensaiam a experiência profunda de assumir-se. Assumir-se como ser social e histórico, como ser pensante, comunicante, transformador, criador, realizador de sonhos, capaz de ter raiva porque capaz de amar. Assumir-se como sujeito porque capaz de reconhecer-se como objeto. A assunção de nós mesmos não significa a exclusão dos outros. É a “outredade” do “não eu”, ou do tu, que me faz assumir a radicalidade de meu eu (FREIRE, 2013, p. 42).

Assim, posicionando-se em relação contrária ao tratamento tradicional referente ao ensino de conteúdos de análise combinatória, usualmente presentes em alguns livros didáticos, não é conveniente que o professor resolva problemas propostos no livro texto no quadro e o aluno apenas copie em seu caderno, pois desse modo o professor não estará dando ao aluno as seguintes oportunidades: ler o enunciado com atenção; enfrentar as dificuldades iniciais de entendimento acerca de quais características os agrupamentos-solução devem atender; tomar a decisão acerca de qual estratégia considera mais adequada para a resolução.

Ademais, o professor não estará possibilitando que o aluno se aproprie dos seguintes conhecimentos: identificar o conceito; estabelecer a estratégia que considera adequada utilizar; decidir se deve ou não fazer uso de uma representação gráfica, de uma representação numérica,

ou de ambas. E, em caso de ter se decidido por uma representação gráfica, explicitar qual poderá/deverá escolher por considerá-la ser adequada para encaminhar a resolução.

O autor considera oportuno esclarecer os leitores, em particular os professores que atuam diretamente com alunos em sala de aula, sobre o fato de que a metodologia sugerida para ser aplicada e as possibilidades que ela propicia, têm o propósito de oferecer alternativas ao professor.

Nos dias atuais, o desenvolvimento de conteúdos de análise combinatória requer um tratamento diferenciado – mormente no que concerne ao não uso de fórmulas para resolver problemas de contagem com alunos do Ensino Fundamental, conforme Teixeira (2012).

Portanto, o trabalho do professor para ensinar noções básicas de análise combinatória aos alunos da Educação Básica ganha nova dimensão: ele precisa conhecer as expectativas e a competência cognitiva de seus alunos para que possa selecionar e organizar as atividades – a escolha das situações-problema – e definir a maneira adequada como vai desenvolvê-las, pois dessa maneira elas propiciarão ao aluno a oportunidade de apropriar-se dos conceitos, dos procedimentos e das estratégias de resolução.

Ademais, o professor deve disponibilizar as ferramentas combinatórias adequadas para alimentar o processo de resolução de cada situação-problema, considerando os objetivos pensados a priori, os quais espera que devam ser atingidos por seus alunos. Assim, cabe ao professor conhecer os fundamentos teóricos dos conteúdos acerca da temática que vai ser desenvolvida e os conhecimentos pedagógicos desses conteúdos, de modo que esteja em condições de disponibilizar todas as informações suficientes para o aluno desenvolver a atividade sem a sua ajuda, apenas esclarecendo algo a que porventura não tenha acesso. Também é necessário que o professor ofereça materiais (concretos ou não) e/ou fichas de atividades e procure não se colocar no papel de expositor dos conteúdos.

Mais ainda, o professor deve tomar para si o papel de mediador das discussões que promove com os alunos, por conta de possíveis confrontos entre propostas de resolução e de escolhas de estratégias, intercedendo para disciplinar esses momentos, questionando, levantando hipóteses, contestando, orientando possíveis mudanças de rumo e valorizando e valorando as soluções que considere adequadas. O professor deve se preparar para saber decidir o momento adequado para dar por encerradas as discussões e propor uma síntese acerca dos conceitos envolvidos; e se será necessário prosseguir com mais alguma(s) atividades(s), levando em conta as expectativas de aprendizagem que estabeleceu a priori e a compreensão dos alunos.

Portanto, enquanto incentivador da aprendizagem, o professor tem a prerrogativa docente de estimular a cooperação entre seus alunos e entre eles e o seu trabalho, permitindo que no desenrolar de suas aulas seus alunos possam confrontar ideias acerca do que cada um pensa a respeito, no confronto entre o que pensa o aluno e o que pensa o professor e sobre o que sujeitos externos a esse universo pensam; por exemplo, o(s) autor(es) do livro didático. Essa escolha pedagógica pressupõe o preparo do professor em relação à necessidade de formular/reformular

argumentos junto com seus alunos (descrevendo, de maneira diferente, expressando de outra forma, complementando dizeres) e de comprová-los (tornando possível que os alunos se convençam ou questionem afirmações). Por outro lado, o professor deve estar sempre acompanhado de livros que tratam da História da Matemática e de outros livros de conteúdos matemáticos, com o propósito de (re)estudar as obras e rever o pensamento teórico dos matemáticos. Isso, porque os conceitos, teoremas e resultados presentes nessas obras nem sempre são passíveis de comunicação direta com os alunos da Educação Básica e também pelo fato de os livros didáticos deixarem lacunas de conteúdo e conterem propostas pedagógicas diferenciadas dos propósitos esperados pelo professor.

Cabe, pois, ao professor, “transformar” todo o conhecimento matemático (já formalizado) relativo às temáticas, e presente na História da Matemática, em conteúdos, atividades, jogos e problemas adequados ao desenvolvimento cognitivo dos alunos, de modo que ele seja passível de ser ensinado pelo professor e aprendido pelos alunos. Portanto, para um determinado conhecimento será preciso contar com o trabalho do professor, de maneira que ele selecione situações de aprendizagem diferentes daquelas que lhe deram origem, com o propósito de permitir ao aluno que dele se aproprie e possa mobilizá-lo mais adiante.

Por sua vez, o conhecimento deverá estar descontextualizado quando da apropriação pelo aluno, de modo que e a partir daí ele tenha condições de transferi-lo e mobilizá-lo em novas situações contextualizadas e, possivelmente, generalizá-lo e transferi-lo para diferentes contextos.

As possibilidades que o professor deve proporcionar aos seus alunos contribuem de modo expressivo para a formação e o desenvolvimento da capacidade cognitiva deles, além de configurar formas de aprendizagens significativas que favorecem a construção dos conhecimentos. Nos dias de hoje, o que se vê é que, em grande parte, a tônica do ensino está pautada na reprodução de conteúdos e é fácil de mensurar nas avaliações em larga escala, mas não pode ser considerado como um sistema de ensino que se considere adequado sob o ponto de vista da compreensão e da análise crítica. Assim, o autor considera que o grande passo que poderia ser dado seria o de sair da condição de reprodução para a de produção na sala de aula. O computador e a internet não podem ser considerados como ferramentas pedagógicas, mas entendê-los como elementos de produção, de linguagem ou vamos reduzi-los a equipamentos pedagógicos.

De maneira a corroborar com as sugestões metodológicas para o trabalho docente apresentadas aqui, valemo-nos, mais uma vez, das orientações de Freire (2013) acerca dos saberes docentes – desde o curso de formação inicial do professor –, conforme a citação a seguir:

A reflexão crítica sobre a prática se torna uma exigência da relação Teoria/Prática sem a qual a teoria pode vir virando blá-blá-blá e a prática, ativismo. O que me interessa agora, repito, é alinhar e discutir alguns saberes fundamentais à prática educativo-crítica ou progressista e que, por isso mesmo, devem ser conteúdos obrigatórios à organização programática da formação docente. Conteúdos cuja compreensão, tão clara e tão lúcida quanto possível, deve ser elaborada na prática formadora. **É preciso, sobretudo, e aí já vai um destes saberes indispensáveis, que o formando, desde o princípio mesmo de sua experiência formadora,**

assumindo-se como sujeito também da produção do saber, se convença definitivamente de que ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua produção ou a sua construção (FREIRE, 2013, p. 24) (grifo nosso).

Espera-se que este trabalho propicie aos futuros professores que vão ensinar Matemática na Educação Básica e aos professores que já estão trabalhando com a docência desta disciplina, fazer reflexões pessoais e coletivas acerca das alternativas sugeridas para desenvolver o processo de ensino de conteúdos do bloco "tratamento da informação" com alunos deste segmento escolar, considerando os saberes fundamentais necessários para a prática docente.

Referências

- BATANERO, C. **Didáctica de la Estadística**. Universidad de Granada. Departamento de Didáctica de la Matemática, Grupo de Educación Estadística, 2001. Disponível em: <http://dv.fosjc.unesp.br/ivan/downloads/Aulas%20em%20PDF*Didactica_Estadistica.pdf>. Acesso em: 6 nov. 2016.
- BATANERO, C. **Los Retos de la Cultura Estadística**. 2002. Disponível em: <<http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/CULTURA.pdf>>. Acesso em: 6 nov. 2016.
- BATANERO, C.; HENRY, M.; PARZYSZ, B. The nature of chance and probability. In: JONES, G. A. (Ed.). **Exploring probability in school: challenges for teaching and learning**. New York: Springer, 2005, p. 16-42.
- BATANERO, C.; DÍAZ, C. Training school teachers to teach probability: reflections and challenges. **Chilean Journal of Statistics**, v. 3, n. 1, p. 3-13, 2012.
- BEREHNS, M. A. **Paradigma da complexidade**: metodologia de projetos, contratos didáticos e portfólios. Petrópolis, RJ: Vozes, 2006.
- BOYER, C. B. **História da Matemática**. Trad. GOMIDE, Elza F. São Paulo: Edgard Blucher Ltda, 1974.
- BRASIL. Casa Civil. Subchefia para Assuntos Jurídicos. **Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Brasília: CC, dez. 1996.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Matemática. 1º e 2º ciclos. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Matemática. 3º e 4º ciclos. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: MEC, 1999.
- BRASIL. Ministério da Educação. **PDE: Plano de Desenvolvimento da Educação**. SAEB: ensino médio: matrizes de referência, tópicos e descritores. Brasília: SEB; Inep, 2008.
- BRYANT, P.; NUNES, T. **Children's understanding of probability**: a literature review. 2012. Disponível em: <<http://www.nuffieldfoundation.org/childrens-understanding-probability-intervention-study>>. Acesso em: 6 nov. 2016.

- CAMPOS, T. M. M.; PIETROPAOLO, R. C. Um estudo sobre os conhecimentos necessários ao professor para ensinar noções concernentes à probabilidade nos anos iniciais. In: BORBA, Rute; MONTEIRO, Carlos (Orgs.). **Processos de ensino e aprendizagem em educação matemática**, 1. Recife: UFPE, 2013, p. 55-61.
- CAZORLA, I. M.; SANTANA, E. R. dos S.; NAGAMINE, C. M. L.; VENDRAMINI, C. M. M.; SILVA, C. B.; SILVA, E. D.; HERNANDEZ, H.; OLIVEIRA, M. S.; UTSUMI, M. C.; MAGINA, S. M. P.; KATAOKA, V. Y. **Do Tratamento da Informação ao Letramento Estatístico**. In: CAZORLA, I.; SANTANA, E. (Orgs.). Série Alfabetização Matemática, Estatística e Científica. Itabuna: Via Litterarum, 2010.
- COBB, P.; CONFREY, J.; diSESSA, A.; LEHRER, R.; SCHAUBLE, L. Design Experiments in Educational Research. **Educational Researcher**, v. 32, n. 1, p. 9-13, jan./fev. 2003.
- FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 2013.
- GAL, I. Towards 'probability literacy' for all citizens. In: Jones, G. A. (Ed.). **Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning**. USA: Springer, 2005. p. 39- 63.
- GIROUX, H. A. **Os professores como intelectuais: Rumo a uma pedagogia crítica da aprendizagem**. Trad. BUENO, Daniel. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.
- KAMII, C.; JOSEPH, Linda L. **Crianças pequenas continuam reinventando a aritmética**. Séries iniciais. Implicações da Teoria de Piaget. Trad. FIGUEIRA, V. 2. ed. Porto Alegre: Artes Médicas, 2005.
- KATAOKA, V. Y.; SOUZA, A. A.; OLIVERIA, A. C. S.; FERNANDES, F. M. O.; PARANAÍBA, P. F.; OLIVEIRA, M. S. **Probability teaching in brazilian basic education: evaluation and intervention**. Anais do ICME 11, 2008 – Topic Study Group 13: Research and development in the teaching and learning of probability: Monterrey, México, 2008. Disponível em: <http://www.academia.edu/6570642/Probability_Teaching_in_Brazilian_Basic_Education_Evaluation_and_Intervention>. Acesso em: 6 nov. 2016.
- NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.
- PACHECO, J. A. Área de projecto: uma componente curricular não-disciplinar. In: LOPES, A. C.; MACEDO, E. (Orgs.). **Disciplinas e integração curricular: história e políticas**. Rio de Janeiro: DP& A, 2002. p. 177-200.
- PERRENOUD, P. **Construir as Competências desde a escola**. Porto Alegre: Artmed, 1999b.
- PIAGET, J.; INHLDER, B. **La g n se de l d e d'hasard chez l'efant**. Paris: Presses Universitaire de France, 1951.
- PIETROPAOLO, R. C.; CAMPOS, T. M.; FELISBERTO de CARVALHO, J. I.; TEIXEIRA, P. J. M. **Um estudo sobre os conhecimentos necessários ao professor para ensinar no es concernentes   probabilidade nos anos iniciais**. In: SEMINÁRIO DO OBSERVATÓRIO DA EDUCA O DA CAPES, 4, 2013. **Anais do IV Seminário do Observatório de Educa o**. Disponível em: <<https://www.capes.gov.br/images/stories/download/bolsas/2562014-relatorio-DEB-2013-web.pdf>>. p. 146. Acesso em: 6 nov. 2106.
- PONTE, J. P. **Perspectivas de desenvolvimento profissional de professores de matemática**. In: PONTE, J. P.; MONTEIRO, M. Maia; SERRAZINA, L.; LOUREIRO, C. (Eds.). **Desenvolvimento profissional de professores de matemática: Que forma o?** 1. ed. Lisboa: Sociedade Portuguesa de Ciência e Educa o, 1995. p. 193-211.

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática Crítica: a Questão Da Democracia**. Coleção perspectivas em educação matemática. Campinas: Papyrus, 2001.

TEIXEIRA, P. J. M. **Um estudo sobre os conhecimentos necessários ao professor de Matemática para a exploração de problemas de contagem no Ensino Fundamental**. 2012. 424 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2012.

_____. Professores de Matemática e problemas de contagem no Ensino Fundamental. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11, 2013, Curitiba. **Anais do XI ENEM**. Curitiba: PUC-PR, 2013a. p. 132-138.

_____. Os Blocos Lógicos e o desenvolvimento do raciocínio combinatório. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11, 2013, Curitiba. **Anais do XI ENEM**. Curitiba: PUC-PR, 2013b. p. 165-172.

_____. O que você sabe sobre médias? **Revista CÁLCULO: Matemática para todos**, São Paulo, v. 35, ano 3, p. 46-51, dez. 2013c.

_____. **Resolvendo problemas de análise combinatória nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 1. ed. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2014.

_____. **Práticas acerca do raciocínio combinatório no Ensino Fundamental**. 1. ed. São Paulo: Novas Edições Acadêmicas, 2015a.

_____. **Ensino de análise combinatória na Educação Básica: uma trajetória**. 1. ed. São Paulo: Novas Edições Acadêmicas, 2015b.

_____. **Resolvendo problemas de análise combinatória nos anos finais do Ensino Fundamental**. 1. ed. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2016. *No prelo*.

ZEICHNER, K. M. Formando professores reflexivos para a educação centrada no aluno: possibilidades e contradições. In: BARBOSA, Raquel L. L. (Org.). **Formação de educadores: desafios e perspectivas**. São Paulo: UNESP, p. 35-55, 2003.