

# O uso do *software* Régua e Compasso no estudo de triângulos

André Tenório  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro (IFRJ)  
Rio de Janeiro, RJ, Brasil  
[tenorioifrj@gmail.com](mailto:tenorioifrj@gmail.com)

Carmen Beatriz Landeira Peixoto de Miranda Pacheco  
Prefeitura de Paty do Alferes, Rio de Janeiro, RJ, Brasil  
[cbiap@hotmail.com](mailto:cbiap@hotmail.com)

Thaís Tenório  
Universidade Federal Fluminense (UFF), Niterói, RJ, Brasil  
[tenoriocalc@gmail.com](mailto:tenoriocalc@gmail.com)

## Resumo

Neste estudo foi investigado o uso do *software* Régua e Compasso no ensino-aprendizagem de triângulos, de modo a identificar vantagens e desvantagens de inseri-lo em aulas, dificuldades ao resolver questões e indícios de sua influência no desempenho do aluno. Vinte alunos de uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental participaram da pesquisa. Os instrumentos de coleta de dados foram notas de observações das aulas, pré-teste, pós-teste, registro das atividades e questionário de percepção. Ao resolver questões de triângulos, as principais dificuldades foram interpretar enunciados, justificar respostas e resolver equações do 1º grau. Segundo o docente, as aulas com o *software* pareceram estimular a participação, o diálogo e o aprendizado. De acordo com os discentes, empregar o *software* ajudou a entender o conteúdo.

**Palavras-chave:** *Software*. Régua e Compasso. Triângulos.

## Abstract

In this study, the use of the software Compass and Ruler in the teaching and learning of triangles was investigated. The aim was identify advantages and disadvantages of adopt this resource in class, recognize learning difficulties and observe if there is some evidence of its influence on student performance. Twenty students of a Middle School class take part of the research. The data collection instruments were observation notes, pre-test, post-test, activity records and questionnaire. The main difficulties of students in the problems about triangles were interpret statements, justify answers and solve 1st degree equations. According to the teacher, classes with the software seemed to encourage participation, dialogue and learning. Students pointed out that Compass and Ruler helped in the content understanding.

**Keywords:** Software. Compass and Ruler. Triangles.

## 1. Introdução

Diversas pesquisas (FERREIRA *et al.*, 2010; VALÉRIO; SOUZA, 2013; XAVIER *et al.*, 2014; GIROT, 2015; MELO; REHFELDT, 2016; TENÓRIO *et al.*, 2016) discorrem sobre as vantagens em introduzir metodologias de ensino associadas ao uso de tecnologias de informação e comunicação (TIC) como uma forma de minimizar dificuldades de aprendizagem ou despertar o interesse pela Matemática.

O estudo de conteúdos geométricos foi particularmente beneficiado pelo emprego de TIC devido ao desenvolvimento e aprimoramento de *softwares* educativos de geometria dinâmica, como

o Régua e Compasso<sup>1</sup>, o GeoGebra<sup>2</sup>, o Euklid<sup>3</sup>, o Poly<sup>4</sup> e o DrGeo<sup>5</sup>, úteis por favorecer a visualização, a exploração, a experimentação e a manipulação de construções (FERREIRA *et al.*, 2010; XAVIER *et al.*, 2014; TENÓRIO *et al.*, 2015). A crescente inserção de *softwares* no ensino-aprendizagem de Geometria na Educação Básica torna importante apresentar as contribuições de tais recursos para a compreensão dos conteúdos matemáticos e conhecer e averiguar as vantagens e as desvantagens de sua utilização. Essa abrangência dos programas computacionais promove, ainda, a discussão sobre os métodos de ensino empregados durante a prática docente em Matemática.

Nesta pesquisa foi investigado, a partir de dados qualitativos e quantitativos, o emprego do *software* Régua e Compasso no estudo de triângulos (classificação quanto aos lados e ângulos, casos de congruência e teoremas do ângulo externo e dos ângulos internos) por uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental. Os objetivos foram conhecer seus efeitos na aprendizagem e verificar sua possível influência no desempenho discente.

## 2. Referencial teórico

A Geometria é um campo da Matemática que desperta o interesse do aluno (BRASIL, 1998). Ao aprendê-la, ele deveria ser capaz de compreender, descrever e representar, organizadamente, o espaço onde vive e objetos que manipula. Todavia, a discussão de conteúdos geométricos em aula tende a ser superficial (RICHIT, 2005; REIS; SANTOS, 2011). Somado a isso, o baixo desempenho discente é comum (BREYFOGLE; LYNCH, 2010; ROMANATTO, 2012; RESENDE; MESQUITA, 2013).

Entretanto, com a inserção dos *softwares* educativos, o ensino de Geometria ganhou espaço entre os conteúdos matemáticos da Educação Básica (FERREIRA *et al.*, 2010; VALÉRIO; SOUZA, 2013; XAVIER *et al.*, 2014; GIROT, 2015). Um dos fatores que levaram a tal conjuntura reside no fato de a geometria dinâmica possibilitar a permuta de instrumentos de desenho, como régua e compasso, por *software*, o que trouxe vantagens como promover a visualização e o reconhecimento de figuras geométricas planas e espaciais, agilidade em traçar e modificar construções e facilidade em esboçar as figuras, fator este capaz de beneficiar alunos sem habilidades em desenho geométrico (FERREIRA *et al.*, 2010; GIROT, 2015).

O estudo de noções básicas de triângulos, importante conteúdo de Geometria do Ensino Fundamental (BRASIL, 1998), pode ser favorecido por *softwares*, uma vez que eles possibilitam atividades de investigação, demonstração, formulação de conjecturas e situações de prova (SCHEFFER *et al.*, 2009; PEREIRA, 2010; SILVA, 2011; MORAES, 2012).

---

<sup>1</sup> [www.professores.uff.br/hjbortol/car/](http://www.professores.uff.br/hjbortol/car/)

<sup>2</sup> [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org)

<sup>3</sup> <http://www.dynageo.de/>

<sup>4</sup> <http://www.peda.com/poly/>

<sup>5</sup> <http://www.drgeo.eu/>

Scheffer *et al.*(2009) e Moraes (2012) apresentaram atividades para o ensino de triângulos com o emprego do *software* Régua e Compasso por crerem que este motivaria a aprendizagem e favoreceria a visualização de triângulos. Pereira (2010) propôs utilizá-lo para explorar o conceito de semelhança de triângulos, porém reportou ser necessário que o aluno manipule as figuras para investigar suas propriedades e elementos. Silva (2011) expôs atividades de formulação de conceitos geométricos com foco na conjectura, visualização e manipulação de figuras, com base no modelo de aprendizagem proposto pelo casal Van Hiele (VAN HIELE, 1957).

### 3. Metodologia

No presente estudo foi analisada a influência do *software* Régua e Compasso na aprendizagem do conteúdo de triângulos a partir de dados qualitativos e quantitativos.

Os temas abordados durante a aplicação da pesquisa estavam previstos no currículo mínimo de Matemática, documento publicado pela Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro com recomendações de conteúdos a serem ministrados em cada ano da Educação Básica (RIO DE JANEIRO, 2012, p. 10), como segue:

- Resolver problemas relacionados ao cálculo da soma dos ângulos internos de um triângulo.
- Classificar triângulos quanto aos lados e ângulos.
- Reconhecer as propriedades dos triângulos pela comparação de medidas de lados e ângulos.

Vinte alunos de 12 a 15 anos de uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública municipal de Paty do Alferes, no estado do Rio de Janeiro, participaram do estudo. Entre eles, sete haviam sido retidos em séries anteriores. Na escola, não havia outra turma deste mesmo nível.

A aplicação da pesquisa, realizada por um dos autores que era professor da turma na época, ocorreu em 2014 e contou com cinco etapas. As aulas foram ministradas no próprio turno escolar dos alunos. Todos os protocolos utilizados para desenvolver a pesquisa podem ser encontrados em Pacheco (2014), sendo eles:

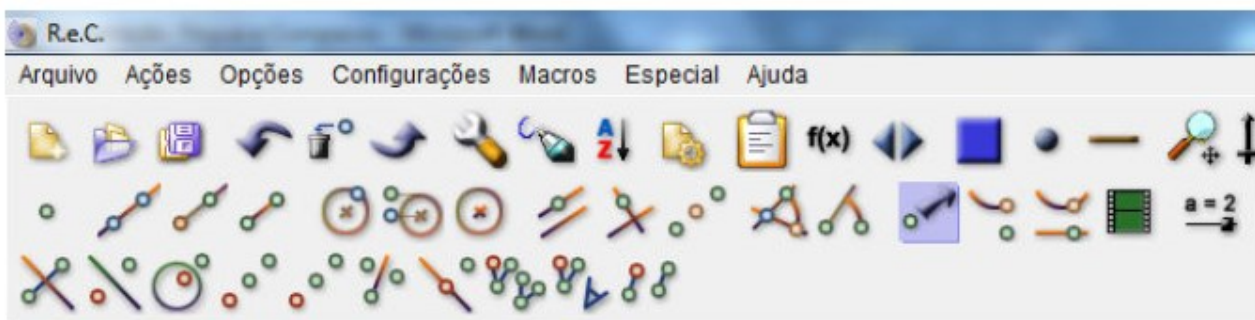
1. Aulas de triângulos (sete encontros de 100 minutos): Englobou a discussão teórica de pré-requisitos, como posições relativas de retas e ângulos e ângulos formados por um feixe de retas e uma transversal, e do conteúdo de triângulos, classificação quanto aos lados e ângulos, soma dos ângulos internos e casos de congruência. Vale destacar que este foi o primeiro contato dos alunos, dentro da escola, com os conceitos de triângulos, exceto para os repetentes do 8º ano escolar.

Os alunos assistiram às aulas, organizados em duplas, e resolveram dezessete questões. Durante as aulas, foram feitas construções com o uso de instrumentos de desenho e de um triângulo com papel. A escola disponibilizou régua, esquadro, transferidor e compasso para utilização durante as aulas. Nesta etapa não foram empregados recursos tecnológicos.

2. Pré-teste individual (um encontro de 100 minutos): Contou com seis questões, quatro de 2,0 pontos e duas de 1,0 ponto, no total de 10,0 pontos. A partir do pré-teste foi possível obter um registro de como cada aluno aplicava os conceitos ministrados na etapa 1, o que permitiu identificar as facilidades, as dificuldades e os erros mais comuns na resolução de questões no âmbito da turma pesquisada.
3. Reforço pedagógico do conteúdo discutido na etapa 1 com uso do *software* educativo Régua e Compasso (sete encontros de 100 minutos): Antes de usar o laboratório de informática, enfrentou-se, durante meses, problemas para a instalação dos computadores da escola. Foi preciso refazer a parte elétrica da sala e recorrer a um técnico em informática, entretanto, a instalação não foi finalizada por falta de verba institucional. Para dar continuidade à pesquisa, notebooks, cedidos temporariamente pela diretoria da escola, pelos pesquisadores e pelos próprios alunos, foram usados.

Os alunos, organizados em duplas, frequentaram o laboratório de informática para conhecer e manipular o *software* de geometria dinâmica Régua e Compasso (Figura 1), o qual se mostrou útil ao elaborarem-se construções que podem ser alteradas ao mover-se um de seus pontos básicos, com a preservação das propriedades originais da figura.

Figura 1 – Ferramentas do software Régua e Compasso que possibilitam desenhar e construir figuras a partir de elementos base como pontos, segmentos de reta, retas e circunferências.



Fonte: Visualização do *software* Régua e Compasso.

- Na primeira aula do reforço, os alunos foram apresentados ao *software* e realizaram construções como retas paralelas, ponto médio de um segmento, mediatriz de um segmento e circunferência. As aulas foram preparadas em PowerPoint e ministradas com auxílio do Datashow e de atividades roteirizadas.
4. Pós-teste individual (um encontro de 100 minutos): Contou com cinco questões com valor de 2,0 pontos cada, no total de 10,0 pontos. Procurou-se manter o nível de dificuldade similar ao do pré-teste. Por meio do pós-teste, foi possível reconhecer e registrar as facilidades, as dificuldades e os erros mais comuns na resolução de questões, após o contato da turma pesquisada com o *software* Régua e Compasso.
  5. Questionário de percepções dos alunos (um encontro de 30 minutos): Composto de dez perguntas objetivas sobre as atividades com o emprego do *software*.

Na coleta de dados foram adotados os seguintes instrumentos (GIL, 2002; MARCONI; LAKATOS, 2003; YIN, 2010):

- Notas de observações das aulas (etapas 1 e 3) com registro de diálogos e imagens de atividades desenvolvidas pelos alunos;
- Registro de facilidades, dificuldades e dúvidas em questões resolvidas durante as aulas das etapas 1 e 3;
- Registro de acertos e erros no pré-teste (etapa 2) e no pós-teste (etapa 4);
- Notas dos alunos no pré-teste (etapa 2) e no pós-teste (etapa 4);
- Questionário de percepções.

Os dados foram analisados qualitativa e quantitativamente (SNEDECOR; COCHRAN, 1989; GIL, 2002; BORBA; ARAÚJO, 2010). A análise qualitativa privilegiou as descrições das atividades, os diálogos dos alunos e as respostas ao questionário com o intuito de abordar fatos e impressões ocorridos durante a pesquisa (GIL, 2002; BORBA; ARAÚJO, 2010). A compilação dos dados obtidos foi realizada preservando o anonimato dos alunos.

Para a análise quantitativa, foi aplicado o teste T de duas amostras pareadas com nível de significância de 10% à evolução das notas da turma entre o pré-teste e o pós-teste, com o objetivo de determinar se houve, de fato, progresso da média da turma (SNEDECOR; COCHRAN, 1989). Foram tomadas como amostras as notas dos dezoito alunos presentes aos dois testes. A hipótese nula do teste T foi de que a média do progresso teria sido menor que ou igual a zero. Logo, tomou-se como hipótese alternativa do teste T a média do progresso ser positiva. Antes do teste T, a amostra teve a normalidade verificada previamente com o teste de Shapiro-Wilk com nível de significância de 1% (SNEDECOR; COCHRAN, 1989). O teste T de duas amostras pareadas também foi utilizado por Xavier *et al.* (2014).

Com o intuito de compreender se as etapas adotadas na metodologia influiriam no desempenho de um grupo de alunos na resolução de questões de triângulos, optou-se por complementar a análise desenvolvida do ponto de vista qualitativo com a pesquisa quantitativa.

No estudo foi adotada a triangulação entre metodologia, dados e investigadores, descrita por Mathison (1988) e Flick (2004). Para garantir a triangulação metodológica, cinco instrumentos de coleta de dados foram usados. A triangulação dos dados, com distinção de tempo, espaço e pessoas, foi possível pela participação de 20 alunos em atividades ocorridas em sala de aula e no laboratório de informática durante um trimestre. Na análise dos dados, foi feita a triangulação dos investigadores. De início, os dados foram avaliados independentemente por dois dos autores. Então, o terceiro autor comparou e relacionou sua análise. Depois, a análise foi, mais uma vez, revisada independentemente pelos dois primeiros autores antes de uma análise final consensual.

#### 4. Resultados e discussão

As aulas foram iniciadas com uma revisão de pré-requisitos com o objetivo de relembrar os conceitos ministrados no 7º ano. Os alunos foram estimulados a empregarem instrumentos de desenho para realizar atividades como construção e verificação de pares de ângulos congruentes (Figura 2). Em geral, eles pareceram comprometidos, embora não possuíssem autonomia, necessitando sistematicamente de instruções do professor. Durante as atividades, a maioria reconheceu valores de medidas dos ângulos solicitados, porém a nomenclatura de pares de ângulos (correspondentes, alternos e colaterais) não foi bem assimilada.

Finalizada a revisão, o conteúdo de triângulos foi iniciado. A turma organizou-se em duplas e os alunos foram incentivados a construir triângulos com medidas dadas (Figura 2). Eles perceberam a regularidade da condição de existência de um triângulo e concluíram a relação entre as medidas relativas dos lados e a construção de um triângulo. A classificação dos triângulos não suscitou dúvidas.

Figura 2 – Uso de instrumentos de desenho pelos alunos.



Fonte: Dados da pesquisa.

O teorema dos ângulos internos de um triângulo qualquer foi discutido a partir da construção de um triângulo no papel, corte de seus vértices e arrumação dos ângulos de modo aos vértices se encontrarem em um ponto, atividade que ajudou o aluno a entender que a soma das medidas dos

ângulos internos de um triângulo seria  $180^\circ$ . No estudo da medida do ângulo externo de um triângulo, os alunos utilizaram régua e transferidor para a construção de triângulos e medição dos ângulos internos, registrando e somando seus valores para compreender que cada ângulo externo seria igual à soma dos ângulos internos não adjacentes. Esses dois métodos foram utilizados pelos alunos para validar as propriedades apresentadas pelo professor. Por último, os casos de congruência foram discutidos.

Após as aulas de conteúdo, uma lista de questões foi aplicada e a correção foi feita no quadro com a participação dos alunos. Os exercícios de classificação dos triângulos quanto aos lados e ângulos, dos casos de congruência e do valor dos ângulos internos de um triângulo foram considerados fáceis.

As questões expostas no Quadro 1 foram consideradas complicadas. A maior dificuldade foi interpretar enunciados (como na questão 10) e resolver equações do 1º grau (como na questão 11), obstáculos estes similares aos enfrentados por alunos pesquisados por Resende e Mesquita (2013) e Tenório *et al.* (2015). A forma adotada para mitigar a dificuldade foi estimular a leitura coletiva das questões, o que facilitou o entendimento e a interpretação dos enunciados.

Quadro 1 – Questões de fixação consideradas difíceis pelos alunos.

10. O triângulo $\triangle ABC$ é isósceles. Calcule a medida dos ângulos B e C da base sabendo que o ângulo A é igual a 72 graus.
11. Os ângulos de um triângulo medem, respectivamente, $4x-8$ , $3x-24$ e $2x+14$ . Quanto mede cada um dos ângulos?
12. Calcule as medidas dos ângulos de um triângulo isósceles no qual cada ângulo da base mede o quádruplo da medida do ângulo do vértice.
13. Um triângulo isósceles tem o lado diferente medindo 12 cm. Calcule a medida dos outros dois lados, sabendo que o seu perímetro é de 40 cm.

Fonte: Elaboração dos autores.

Terminada a etapa 1, o pré-teste foi aplicado. Na Tabela 1 observam-se as médias das notas dos alunos por questão. Treze obtiveram notas entre 5,1 e 7,5. Não houve dúvidas quanto aos enunciados durante o teste.

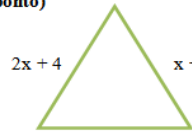
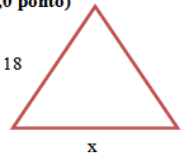
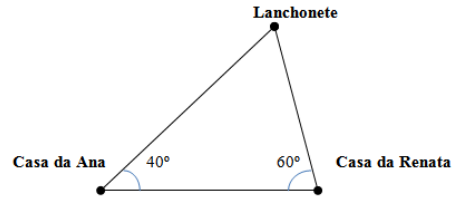
Tabela 1 – Média de pontuação por questão do pré-teste.

Alunos	Média de pontuação por questão do pré-teste							Nota total
	1 (2 pontos)	2, a (1 ponto)	2, b (1 ponto)	3 (2 pontos)	4 (1 ponto)	5 (1 ponto)	6 (2 pontos)	
Média	1,43	0,42	0,42	1,68	0,00	0,53	1,89	6,38

Fonte: Dados da pesquisa.

Ao observar a Tabela 1, percebe-se que não houve acertos na questão 4 (Quadro 2), pois os alunos demonstraram pouca compreensão acerca da condição de existência de um triângulo. Eles não tiveram a preocupação de utilizar instrumentos de desenho para verificar se o triângulo poderia existir, apenas marcaram aleatoriamente um dos quadros, sem explicar o porquê, embora com nenhuma das alternativas fosse possível construir um triângulo.

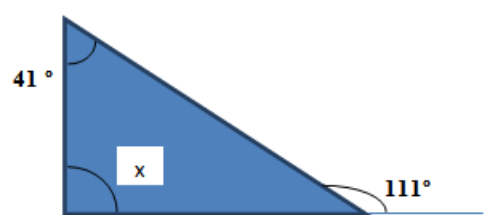
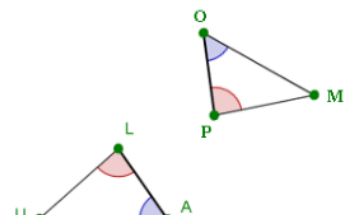
Quadro 2 – Questões do pré-teste com menor índice de acertos.

<p>2ª Questão: (Questão retirada na íntegra de Ribeiro (2010)) (2,0 pontos) Sabendo que os triângulos são equiláteros, determine o valor de x em cada um deles:</p>	<p>a) (1,0 ponto)</p>  <p>b) (1,0 ponto)</p> 		
<p>4ª Questão: (Questão elaborada pelos autores) (2,0 pontos) Se possível, marque o quadro ao lado que apresenta medidas de segmentos de reta com os quais um triângulo pode ser construído. Justifique.</p>	<table border="1"> <tr> <td>                 med (AB) = 8 cm                  med (BC) = 3 cm                  med (AC) = 5 cm             </td> <td>                 med (DE) = 7,2 cm                  med (EF) = 2,8 cm                  med (DF) = 12 cm             </td> </tr> </table>	med (AB) = 8 cm med (BC) = 3 cm med (AC) = 5 cm	med (DE) = 7,2 cm med (EF) = 2,8 cm med (DF) = 12 cm
med (AB) = 8 cm med (BC) = 3 cm med (AC) = 5 cm	med (DE) = 7,2 cm med (EF) = 2,8 cm med (DF) = 12 cm		
<p>5ª Questão: (Questão retirada na íntegra de Ribeiro (2010)) (1,0 ponto) Ana e Renata moram perto de uma lanchonete, conforme mostra o esquema. Qual delas mora mais distante da lanchonete? Justifique.</p>			

Houve alunos que erraram a questão 2 (Quadro 2) por não saberem resolver equações do 1º grau. Outra falha frequente foi no emprego da regra de sinais, similarmente ao reportado no estudo de Romanatto (2012). Na questão 5 (Quadro 2), seis alunos justificaram corretamente. Dos demais, oito não justificaram e cinco não responderam corretamente pela falta de percepção que ao menor ângulo estaria oposto o menor lado e ao maior ângulo estaria oposto o maior lado. Esses também tiveram dificuldades em descrever as propriedades de um triângulo.

Entre as questões com maior índice de acertos (Quadro 3), uma falha comum foi não reconhecer as características de um triângulo isósceles (nos itens c e d da questão 1). Ferreira *et al.* (2010) destacaram identificar as propriedades de figuras planas como uma grande dificuldade de alunos em Geometria.

Quadro 3 – Questões do pré-teste com maior índice de acertos.

<p>1ª Questão: (Questão retirada na íntegra de Souza e Pataro (2012)) (2,0 pontos) Verifique se cada sentença é verdadeira (V) ou falsa (F).</p> <p>a) (0,4 pontos) ( ) Todo triângulo equilátero é acutângulo.</p> <p>b) (0,4 pontos) ( ) Existem triângulos que possuem mais de um ângulo obtuso.</p> <p>c) (0,4 pontos) ( ) É possível construir um triângulo retângulo que seja isósceles.</p> <p>d) (0,4 pontos) ( ) Um triângulo equilátero também é isósceles.</p> <p>e) (0,4 pontos) ( ) Um triângulo escaleno tem pelo menos dois ângulos com medidas iguais.</p>	
<p>3ª Questão: (Questão retirada na íntegra de Ribeiro (2010)) (2,0 pontos) Determine a medida desconhecida <math>\hat{x}</math> em destaque:</p> 	<p>6ª Questão: (SARESP, questão adaptada de Andrini e Vasconcelos (2012)) (2,0 pontos) Nos triângulos LUA e PMO os elementos congruentes estão assinalados com marcas iguais. Se UA mede 10 cm e LA mede 8 cm, responda: a) Quanto mede PO? b) Quanto mede MO?</p> 



Depois do pré-teste, o *software* Régua e Compasso foi inserido nas aulas (Figura 3). Durante as atividades, nem todos os alunos sabiam manipular o computador. Embora este fato pudesse ser considerado um empecilho, não proporcionou qualquer óbice no transcorrer das aulas. Na verdade, houve uma postura solidária entre os alunos, pois aqueles que possuíam familiaridade com computadores ajudaram seus colegas nas atividades propostas. Empregar o *software* tornou-se uma forma de promover, além da aprendizagem em Matemática, a inclusão digital. Os Parâmetros Curriculares Nacionais indicaram o uso de computadores em aulas como uma forma de promover a educação tecnológica (BRASIL, 1998).

Figura 3 – Aulas com recursos tecnológicos.



Fonte: Dados da pesquisa.

As construções propostas na aula 1 (retas paralelas, ponto médio de um segmento, mediatriz de um segmento e circunferências) foram bem desenvolvidas. Os estudantes se mostraram ativos e manipularam o *software* com autonomia.

As atividades de classificação dos triângulos envolveram verificar a possibilidade de variações nas construções e diferenciá-las de acordo com os lados e ângulos. Ao realizar atividades de classificação quanto aos ângulos, houve dificuldade em utilizar a ferramenta expressão aritmética do *software* para dar valor aos ângulos. Ao movimentar os triângulos por meio da

ferramenta mover ponto, os alunos perceberam que, somente no triângulo retângulo, só dois ângulos mudavam. Quando analisaram suas construções de triângulos acutângulo, obtusângulo e retângulo, os alunos puderam analisar detalhadamente lados opostos a um ângulo e lados adjacentes a um ângulo, o que pareceu esclarecedor. A visualização das construções foi importante, como apontado por Pereira (2010) e Silva (2011).

Ao analisarem as condições para a construção de triângulos, os alunos ensaiaram figuras estipulando medidas próprias. Nesse momento, eles se lembraram da questão 4 do pré-teste (Quadro 2) e também das aulas com instrumentos de desenho (Figura 2), como nota-se pelo diálogo a seguir.

Aluna F: Que legal! Não dá porque  $4+3=7$ . Tem que ser maior que 7. Já com 3,2 deu porque deu  $4+3,2=7,2$ . 7 é menor que 7,2. Vamos tentar fazer aqueles triângulos daquela prova? Eu errei. Eu marquei o primeiro.

Aluna D: É mesmo nem o outro. Eu também errei. Era uma pegadinha?

Professora: Lógico que não. A intenção é fazer com que vocês entendam que nem sempre é possível a construção de triângulos.

Aluna D: [...] A gente fez isso com o compasso na aula, mas assim é mais fácil pra gente ver.

Aluna F: Eu achei que a soma dos outros lados podia ser igual ao outro. Fica faltando pouquinho. Por isso eu errei na prova.

Aluna D: Agora já sei, tem que ser sempre menor que a soma dos outros lados.

A participação ativa dos alunos permitiu o diálogo entre eles e com o professor, além de tornar as dúvidas favoráveis à aprendizagem. Empregar o *software* possibilitou construir e visualizar diferentes triângulos com interatividade e rapidez, o que favoreceu a investigação, a experimentação e a reflexão, conforme reportado por Scheffer *et al.*(2009), Pereira (2010), Silva (2011) e Moraes (2012).

Nas aulas de soma dos ângulos internos de um triângulo e de ângulos externos de um triângulo, os alunos construíram um triângulo qualquer e usaram a ferramenta medir ângulo. Eles também foram incentivados a aproveitar a ferramenta mover ponto sobre cada vértice do triângulo e registrar os resultados de suas experimentações. A expressão “ângulo não adjacente” gerou dúvida, o que estimulou a discussão entre os alunos e a atuação do professor como mediador da aprendizagem.

Aluna C: Ad o quê?

Aluna P: Adjacente. Adjacente é o ângulo que está junto. Não adjacente só pode ser o que não está junto. É isso professora?

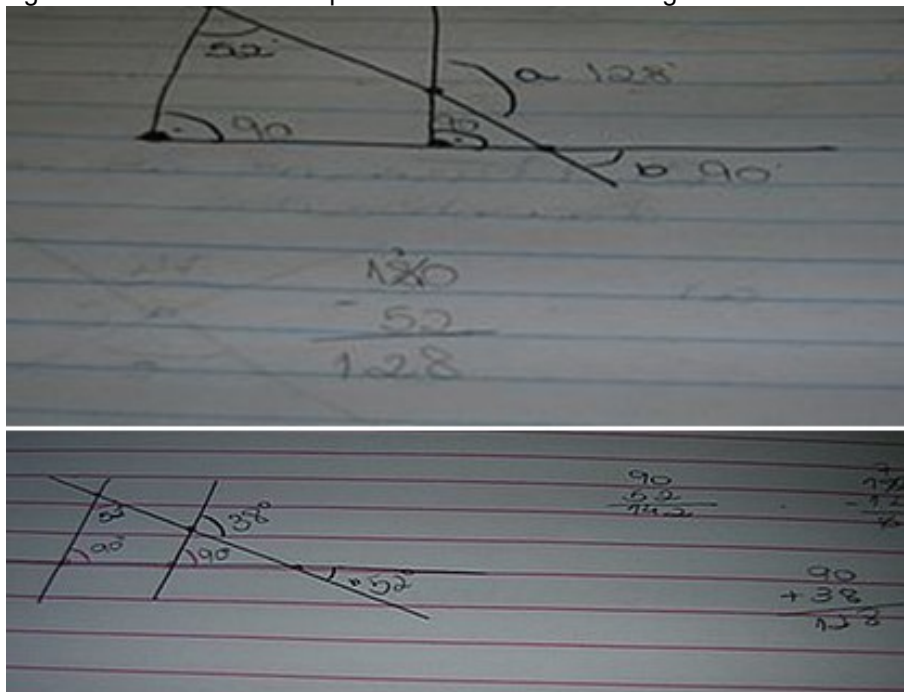
Professora: Isso mesmo. São os ângulos internos do triângulo que não estão juntos com o ângulo externo do triângulo.

Após explorar o conteúdo de triângulos com o *software*, questões de aperfeiçoamento foram sugeridas. Primeiramente, elas foram desenvolvidas no caderno. Depois, o *software* foi usado para

verificar os resultados. A dinâmica de conferência dos cálculos foi positiva porque cada acerto foi comemorado com entusiasmo. De modo geral, a maioria acertou as questões.

Determinar as medidas de ângulos desconhecidos foi a maior dificuldade. A Figura 4 mostra as principais falhas. Por exemplo, um aluno calculou corretamente o valor do ângulo  $\hat{a}$ , mas errou o do ângulo  $\hat{b}$ . Outro errou os cálculos dos ângulos  $\hat{a}$  e  $\hat{b}$ .

Figura 4 – Erros cometidos por alunos ao determinar ângulos desconhecidos.



Fonte: Dados da pesquisa.

Existiam várias estratégias para resolver o exercício e em todas elas era necessário estabelecer relações entre ângulos, distinguir ângulos verticalmente opostos e alternos internos assim como as suas propriedades e saber o valor da soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer. Houve alunos que mostraram o conhecimento de ângulo suplementar. Contudo, ao errarem o cálculo do ângulo  $\hat{b}$ , não perceberam que poderiam recorrer à soma das medidas dos ângulos internos e a seus conhecimentos sobre ângulos verticalmente opostos e alternos internos.

Ao discutir os casos de congruência de triângulos (LAL, ALA, LLL, AAL, em que L é lado e A é ângulo), os alunos usaram as possibilidades de reflexões em retas, rotações e translação, além da superposição, para constatar a existência ou não de congruência.

Segundo a percepção do professor, o uso do *software* contribuiu para maior participação e possibilitou ao aluno identificar triângulos posicionados de maneiras diferentes e com ângulos semelhantes e diferentes triângulos em várias posições. A organização da turma em duplas também se mostrou positiva, pois o aluno debatia suas conclusões sobre as construções com o colega, o que propiciou a colaboração para aprender. Todavia, houve dificuldades em cumprir as atividades no tempo estipulado, o que indica ser necessário refletir sobre como redimensionar o planejamento pedagógico ao empregar recursos tecnológicos em aulas.

Terminada a etapa 3, o pós-teste foi aplicado. A Tabela 2 mostra as médias das notas por questão. Em comparação ao pré-teste, onze alunos continuaram com notas entre 5,1 e 7,5. As atividades dos dois testes objetivaram verificar o desempenho dos alunos e identificar dificuldades na resolução de questões sobre triângulos.

Tabela 2 – Média de pontuação por questão do pós-teste.

Alunos	Média de pontuação (pt) por questão do pós-teste														Nota total
	1 2 pt	2, a	2, b	2, c	2, d	3, a 1 pt	3, b 1 pt	4 2 pt	5, a	5, b	5, c	5, d	5, e	5, f	
Média	1,44	0,47	0,44	0,08	0,04	0,32	0,19	1,81	0,33	0,31	0,29	0,31	0,32	0,28	6,66

Fonte: Dados da pesquisa.

O Quadro 4 apresenta as questões nas quais os alunos tiveram maior dificuldade no pós-teste. Os itens c e d da segunda questão foram os que apresentaram a maior ocorrência de erros. No item c, apenas três justificaram corretamente a propriedade dos ângulos externos em relação aos ângulos internos. As justificativas, em geral, ainda foram um entrave para os alunos. No item d, somente três acertaram parcialmente o cálculo dos ângulos do triângulo, os demais (quinze) não compreenderam a afirmação do enunciado “Sabendo que o triângulo é isósceles e que  $\hat{a}$  possui a maior medida”.

Quadro 4 – Questões do pós-teste com menor índice de acertos.

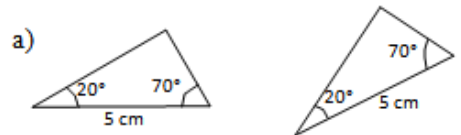
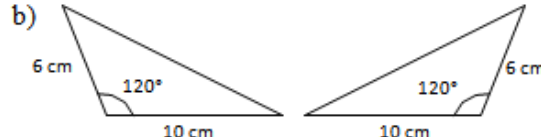
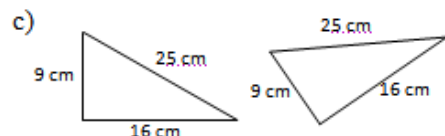
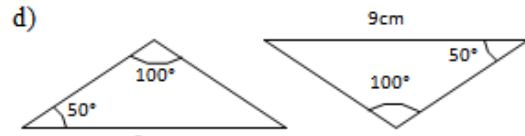
<p>2ª Questão: (Questão retirada na íntegra de Souza e Pataro (2012)) (2,0 pontos) No triângulo, <math>\hat{f} = 105^\circ</math>.</p> <p>a.(0,5 pontos) Qual é a soma das medidas dos ângulos externos desse triângulo?</p> <p>b. (0,5 pontos) Qual é a soma das medidas dos ângulos internos desse triângulo?</p> <p>c. (0,5 pontos) Verifique se a afirmação abaixo é verdadeira ou falsa e justifique. A soma das medidas dos ângulos <math>\hat{b}</math> e <math>\hat{c}</math> é igual a <math>105^\circ</math>.</p> <p>d. (0,5 pontos) Sabendo que o triângulo é isósceles e que <math>\hat{a}</math> possui a maior medida, determine a medida de cada um de seus ângulos internos e externos.</p>	<p>3ª Questão: (Questão retirada na íntegra de Souza e Pataro (2012)) (2,0 pontos) Calcule o valor de x e determine a medida dos ângulos internos de cada triângulo.</p> <p>a) (1,0 ponto)      b) (1,0 ponto)</p>
---	--

O cálculo algébrico para encontrar os valores dos ângulos internos e externos dos triângulos da questão 3 também foi um problema. Um aluno montou a equação, conforme as informações do desenho, mas errou a resolução. Outros três apenas calcularam o valor da incógnita e não substituíram o valor para encontrarem os ângulos internos e externos. Para Romanatto (2012), durante a resolução de problemas, o principal entrave seria falhar em cálculos aritméticos e algébricos.

O Quadro 5 mostra as questões nas quais os alunos tiveram facilidade. Ao comparar o resultado na questão da condição de existência de um triângulo do pré-teste (questão 4) com a do pós-teste (questão 1), percebeu-se uma melhora na aprendizagem, porque no pré-teste ninguém

respondeu corretamente. Já no pós-teste, apenas quatro erraram a questão. Na quarta questão (Quadro 5), análise dos casos de congruência, o índice de acerto foi alto. O bom desempenho também ocorreu na classificação dos triângulos quanto aos lados e ângulos (Quadro 5).

Quadro 5 – Questões do pós-teste com maior índice de acertos.

<p>1ª Questão: (Questão elaborada pelos autores) (2,0 pontos) Em certo triângulo, a medida do maior lado é 7 cm e do menor é 3 cm. Quais são as possíveis medidas do terceiro lado deste triângulo, em centímetros, sabendo que ela tem valor inteiro?</p>	<p>4ª Questão: (Questão elaborada pelos autores) (2,0 pontos) Na congruência de triângulos, estudamos quatro casos, são eles: LLL, LAL, ALA, LAA. Indique o caso de congruência nos pares de triângulos:</p>
<p>5ª Questão: (Questão retirada na íntegra de Ribeiro (2010)) (2,0 pontos) Ao utilizar uma única vez as fichas abaixo, preencha cada frase com a palavra correspondente:</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin: 10px 0;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">Retângulo</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">Equilátero</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">Isósceles</div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin: 10px 0;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">Acutângulo</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">Escaleno</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">Obtusângulo</div> </div> <p>a. (0,33 pontos) O triângulo _____ possui três lados com a mesma medida.</p> <p>b. (0,33 pontos) O triângulo _____ tem os três ângulos internos agudos.</p> <p>c. (0,33 pontos) O triângulo _____ possui um ângulo maior que 90° e menor que 180°.</p> <p>d. (0,33 pontos) O triângulo _____ possui dois lados com a mesma medida.</p> <p>e. (0,34 pontos) O triângulo _____ possui um ângulo reto.</p> <p>f. (0,34 pontos) O triângulo _____ tem os três lados com medidas diferentes.</p>	<p>a) </p> <p>b) </p> <p>c) </p> <p>d) </p>

Na etapa 5 da pesquisa, dezesseis alunos responderam a um questionário sobre o uso do *software*, os demais faltaram às aulas anteriores as férias escolares. Segundo as percepções dos discentes, as aulas com o *software* Régua e Compasso foram melhores do que sem o recurso. Quase todos (94%) acharam as atividades desenvolvidas ótimas ou boas. Tais opiniões convergem com os resultados dos estudos de Ferreira *et al.* (2010), Valério e Souza (2013) e Xavier *et al.* (2014), que criam ser positivo aproveitar TIC em aulas de Matemática.

Os alunos gostaram de empregar o *software* no estudo de triângulos (100%). Esse recurso proporcionou um interesse maior (100%) e contribuiu para uma melhor aprendizagem (94%), de acordo com os pesquisados (Tabela 3). A maioria não sentiu qualquer dificuldade em entender e realizar as construções e os exercícios propostos com o *software* (Tabela 3). Inclusive, muitos (94%) sentiram-se mais seguros em relação a seu aprendizado após empregarem o recurso.

A utilização do *software* ofereceu aos alunos uma forma de diversificar o estudo de Matemática. Ao comparar as notas dos alunos presentes no pré-teste e no pós-teste, percebeu-se um ligeiro aumento de 0,40 pontos na média da turma. Mas, dos dezoito alunos presentes nas duas avaliações, quatro diminuíram suas notas. Estes faltaram aproximadamente 40% das aulas

ministradas no reforço pedagógico com o *software*. Contudo, 78% dos alunos presentes aos dois testes aumentaram suas notas.

Tabela 3 – Opiniões dos alunos sobre a aprendizagem com o *software*.

Perguntas sobre a aprendizagem com o <i>software</i> Régua e Compasso	Total de alunos	
	Sim	Não
Você gostou de usar o <i>software</i> para aprender triângulos?	16	0
Você acredita que o <i>software</i> auxiliou em seu aprendizado?	15	1
Você estava mais animado nas aulas com o uso do <i>software</i> ?	16	0
Você sentiu dificuldade em compreender as construções do <i>software</i> ?	4	12
Você sentiu dificuldade em executar as construções com o <i>software</i> ?	0	16
Você sentiu dificuldade em fazer os exercícios com o <i>software</i> ?	2	14
Após realizar os exercícios com o <i>software</i> , você se sentiu mais seguro em relação ao domínio do conteúdo de triângulos?	15	1

Fonte: Dados da pesquisa.

A análise estatística da evolução das notas da turma, realizada com o teste T com nível de significância de 10%, revelou não serem significativas às diferenças entre as notas dos dois testes. Portanto, do ponto de vista quantitativo e estatístico, não haveria indícios para afirmar que o emprego do *software* acarretaria em uma melhoria no desempenho do aluno, ainda que do ponto de vista qualitativo, o uso do *software* tenha contribuído para a aprendizagem.

## 5. Considerações finais

O *software* Régua e Compasso pode ser uma boa ferramenta para o ensino-aprendizagem de Geometria, porque seus recursos permitem abordar os conteúdos a partir da construção interativa das figuras e da investigação de suas propriedades e elementos.

Neste estudo, foi analisada a influência do *software* Régua e Compasso no estudo de triângulos. Por ser um *software* simples de manipular, sua utilização possibilitou uma abordagem de ensino diferente ao permitir construções geométricas pelos alunos e a menção concreta necessária em grande parte da abstração matemática de triângulos. Apesar de estarmos em plena era digital, adotar a prática na escola foi um desafio, pois os computadores do laboratório não estavam em condições de uso. Foi preciso o empréstimo de notebooks de alunos e membros da comunidade escolar para que o estudo fosse concluído.

Os alunos de uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do Rio de Janeiro foram orientados, em atividades com o uso do *software*, de modo a fazer experimentações, interagir e vivenciar situações que os levassem a investigar propriedades e a fazer conjecturas através das observações feitas com a manipulação do recurso tecnológico. Com isso, o emprego do *software* mostrou-se uma boa possibilidade para discutir o conteúdo.

As atividades foram realizadas em dupla, o que proporcionou a troca de conhecimento e uma interação dinâmica, principalmente para os alunos sem aptidão em informática. Ao usar o *software*, a maior dificuldade dos alunos foi realizar as atividades no tempo estipulado, assim, ao inserir esse recurso na prática docente, um aspecto relevante a ser considerado é o redimensionamento do planejamento pedagógico para as aulas, de modo a ser possível alcançar resultados mais satisfatórios na aprendizagem.

A partir das questões resolvidas em aulas e nos testes, os principais entraves identificados foram interpretar enunciados e justificar respostas, o que pareceu advir da dificuldade de estabelecer e executar um plano de resolução, porque em problemas em que a imagem fornecia muitos dados, os alunos pareceram perder-se.

Segundo os pesquisados, o *software* contribuiu para a aprendizagem. Apesar das percepções positivas, ao analisar a evolução das notas da turma entre os testes, não houve indícios estatísticos de que o *software* influenciou no desempenho do grupo de alunos participantes das atividades.

O maior entrave ao emprego do *software* envolveu a má manutenção do laboratório de informática. Ao adotar recursos tecnológicos em aula, é preciso uma infraestrutura escolar adequada, nem sempre disponível em instituições públicas.

De modo geral, a prática docente adotada nesta pesquisa tornou os alunos mais confiantes e preparados para encarar desafios. Não obstante, o tempo dedicado às atividades e a quantidade de informações nos problemas influíram no desempenho escolar. Assim, em uma proposta futura, seria interessante analisar a extensão da influência desses dois fatores ao adotar *software* para o ensino-aprendizagem de Geometria.

## Referências

ANDRINI, Á.; VASCONCELOS, M. J. **Praticando Matemática: 8º ano**. São Paulo: Editora do Brasil, 2012.

BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Orgs.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: Ministério da Educação e Cultura, 1998.

BREYFOGLE, M. L.; LYNCH, C. M. Van Hiele revisited. **Mathematics teaching in the Middle school**, v. 16, n. 4, p. 232-238, 2010.

FERREIRA, S. E.; DIAS, A. O.; SOUZA, R. F. Ensinando geometria com o software GeoGebra. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 33., 2010, São Paulo. **Anais do CNMAC**, v. 3, p. 1089-1090. São Paulo: SBMAC, 2010. Disponível em: <[http://www.sbmac.org.br/eventos/cnmac/xxxiii\\_cnmac/pdf/698.pdf](http://www.sbmac.org.br/eventos/cnmac/xxxiii_cnmac/pdf/698.pdf)>. Acesso em: 14 jul. 2016.

FLICK, U. **Uma introdução à pesquisa qualitativa**. Porto Alegre: Bookman, 2004.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2002.

GIROT, N. Construindo poliedros e prismas com o apoio de softwares matemáticos. **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática**, Caxias do Sul, v. 1, n. 2, p. 1-7, 2015.

MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos da metodologia científica**. São Paulo: Atlas, 2003.

MATHISON, S. Why triangulate? **Educational Researcher**, v. 17, n. 2, p. 13-17, 1988.

MELO, G. R.; REHFELDT, M. J. H. Explorando funções afins e quadráticas por meio do software KmPlot com alunos do Ensino Médio. **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática**, Caxias do Sul, v. 2, n. 1, p. 18-28, 2016.

MORAES, R. G. **Geometria dinâmica como alternativa metodológica para o ensino de geometria: experiência em um curso de licenciatura em matemática**. 2012. 40 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Severino Sombra, Vassouras, 2012.

PACHECO, C. B. L. P. M. **Abordagem construtivista com o software régua e compasso no ensino-aprendizagem de triângulos**. 2014. 92 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Novas Tecnologias no Ensino de Matemática) – Universidade Federal Fluminense, Rio de Janeiro, 2014.

PEREIRA, M. T. **Proposta de atividades para a construção do conceito de semelhança de triângulos usando o software de geometria dinâmica régua e compasso**. 2010. 99 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Severino Sombra, Vassouras, 2010.

REIS, F. S.; SANTOS, I. N. Usando tecnologias da informação e comunicação no ensino de geometria analítica plana: explorando os conceitos de feixe de retas paralelas e concorrentes. **Revista da Educação Matemática da UFOP**, Ouro Preto, v. 1, n. 1, p. 2-7, 2011.

RESENDE, G.; MESQUITA, M. G. B. F. Principais dificuldades percebidas no processo ensino-aprendizagem de matemática em escolas do município de Divinópolis, MG. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 15, n. 1, p. 199-222, 2013.

RIBEIRO, J. **Projeto Radix**. 8º ano. São Paulo: Editora Scipione, 2010.

RICHIT, A. **Projetos em geometria analítica usando software de geometria dinâmica: repensando a formação inicial docente em Matemática**. 2005. 171 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2005.

RIO DE JANEIRO. **Currículo Mínimo 2012 Matemática**. Rio de Janeiro: Secretaria de Estado de Educação, 2012.

ROMANATTO, M. C. Resolução de problemas nas aulas de Matemática. **Revista Eletrônica de Educação**, São Carlos, v. 6, n. 1, p. 299-311, mai. 2012.

SCHEFFER, N. F.; BRESSAN, J. Z.; ROVANI, S. Possibilidades didáticas de investigação do software gratuito régua e compasso na exploração do triângulo equilátero. **Vivências: Revista Eletrônica de Extensão da URI**, Erechim, v. 5, n. 8, p. 27-36, out. 2009.

SILVA, J. J. **O software Régua e Compasso como recurso metodológico para o ensino de geometria dinâmica**. 2011. 121 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2011.



---

SNEDECOR, G. W.; COCHRAN, W. G. **Statistical Methods**. Iowa: State University Press, 1989.

SOUZA, J.; PATARO, P. M. **Vontade de saber Matemática**, 8º ano. São Paulo: FTD, 2012.

TENÓRIO, A.; OLIVEIRA, M.; TENÓRIO, T. A influência do GeoGebra na resolução de exercícios e problemas de função polinomial do 1º grau. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, São Paulo, v. 8, n. 2, p. 98-126, 2015.

TENÓRIO, A.; TAVARES, M. A. O.; TENÓRIO, T. O emprego de jogos educativos digitais como recursos auxiliares para a aprendizagem de função polinomial do 1º grau. **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática**, Caxias do Sul, v. 2, n. 1, p. 29-45, 2016.

VALÉRIO, A. V.; SOUZA, L. R. Ensino da geometria analítica com o uso do software GeoGebra. **Revista Eletrônica de Educação e Ciência**, Avaré, v. 3, n. 1, p. 7-14, 2013.

VAN HIELE, P. M. **El problema de la comprensión: en conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la geometría**. 1957. 148 f. Tese (Doctor en Matemáticas y Ciencias Naturales) – Universidad Real de Utrecht, Utrecht, 1957.

XAVIER, S. A.; TENÓRIO, T.; TENÓRIO, A. Uma proposta de ensino-aprendizagem das leis dos senos e dos cossenos por meio do software Régua e Compasso. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, São Paulo, v. 7, n. 3, p. 158-190, 2014.

YIN, R. K. **Estudo de caso: planejamento e métodos**. São Paulo: Bookman, 2010.