



**REMAT**

Revista Eletrônica da Matemática

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul



## Investigando as raízes quadradas no sexto ano

Anelise Pereira Baur

Prefeitura Municipal de Porto Alegre, Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)

Porto Alegre, RS, Brasil

[anelisebaur@yahoo.com.br](mailto:anelisebaur@yahoo.com.br)

### Resumo

Este artigo tem por objetivo apresentar uma metodologia para o ensino-aprendizagem do conceito de raiz quadrada através do processo de Investigação Matemática e de Resolução de Problemas, para uma turma do sexto ano do Ensino Fundamental. Para o desenvolvimento deste trabalho baseou-se na interpretação geométrica para a raiz quadrada, utilizando para isso a área de quadrados e a medida do seu lado. Para tanto, utilizou-se a construção destes quadrados em uma folha quadriculada como procedimento metodológico, a fim de que os alunos pudessem perceber a relação entre o número de quadradinhos da área de cada quadrado, com a medida de seu lado, apresentando um significado concreto para o conceito de raiz quadrada. A relevância deste trabalho encontra-se no fato de ele se mostrar como uma alternativa interessante para os alunos significarem raízes quadradas.

**Palavras-chave:** Investigação. Educação. Matemática. Resolução de Problemas. Ensino-Aprendizagem.

### Abstract

This article has as intention to present a methodology for teaching and learning of the square root concept through Mathematical Investigation process and Problem Solving, for a sixth year class of the elementary school. The development of this work was based on geometric interpretation to the square root, using for this area of squares and the size of their side. As methodology it was used the construction of squares in a checkered sheet, for noticing the relation between the number of little squares forming the square area, relating it with the side size. The relevance of this work is to show an interesting alternative for students to signify square roots.

**Keywords:** Investigation. Education. Mathematics. Problem Solve. Teaching-Learning.

### 1. Introdução

Por experiências vivenciadas nas aulas de Matemática do sexto ano do Ensino Fundamental percebe-se que, apesar de certo grau de imaturidade e de desorganização dos alunos nesta faixa etária, eles geralmente apresentam um grande interesse em descobrir coisas novas e, quando o fazem, mostram-se bastante motivados e envolvidos com este tipo de trabalho. Nesta etapa escolar, o tema raiz quadrada desperta o interesse dos alunos, uma vez que eles ouvem falar de familiares e amigos que esta é uma parte muito difícil da disciplina de Matemática, e os estudantes criam grande expectativa em aprender algo tão difícil.

Dentre algumas teorias relacionadas à Educação Matemática, escolheu-se o campo da Investigação Matemática para desenvolver esta pesquisa. Segundo Ponte *et al.* (2005, p. 13), “[...]”

investigar consiste em procurar conhecer o que não se sabe” e no campo da Matemática em especial, investigar consiste em “[...] descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar as respectivas propriedades”. Desta maneira, investigar em Matemática significa buscar conhecer novas relações dentro da Matemática, sejam estas de conhecimento do indivíduo ou não.

Além da teoria de investigação, a teoria de George Polya, que foi um matemático húngaro, o qual desenvolveu o campo da Matemática referente à Resolução de Problemas, também está presente neste trabalho.

A motivação pela escolha do tema raiz quadrada se deve ao fato de que este assunto é integrante do cronograma das aulas das turmas de sexto ano ao qual ministrava a disciplina de Matemática. Além disso, julga-se que este tema seja interessante para ser integrado com a Investigação Matemática em uma proposta de aula, já que os alunos do sexto ano se mostram bastante motivados a aprender o que é raiz quadrada. A inspiração para a metodologia utilizada se deve ao relato de colegas professores, os quais já haviam utilizado métodos semelhantes em suas salas de aula, também com o sexto ano. Ao ouvir o relato dos colegas concluiu-se que seria adequado e interessante fazer um trabalho semelhante ao deles. Idealizou-se que através da Investigação Matemática, os alunos poderiam se envolver com o problema, de forma a mobilizar processos cognitivos a fim de solucionar o problema em questão, promovendo assim a sua própria aprendizagem (PONTE *et al.*, 2005).

Durante o planejamento, o principal objetivo foi apresentar a interpretação geométrica da raiz quadrada, porém sem apresentar tal conceito sob uma perspectiva algébrica. Para tanto, o problema central de investigação proposto aos alunos constituiu em determinar a medida do lado de um quadrado formado por uma determinada área.

Como os conceitos de área e de perímetro não haviam sido trabalhados com esta turma, optou-se por apresentar a unidade de área como número de quadradinhos, e a unidade de perímetro como número de lados ao redor do quadrado. Portanto, o problema de investigação se constituiu em procurar quadrados formados por quadradinhos menores e determinar a medida de cada um dos seus lados. Antes desta etapa, foi esclarecido à turma que como seria utilizada uma folha cheia de quadradinhos para a atividade, era preciso estudar algumas das características do quadrado, que consistiu na primeira parte do trabalho. Na sequência relacionou-se a visão algébrica do produto dos lados com o número de quadradinhos.

## 2. Referencial teórico

De acordo com Polya (1985), a resolução de um problema composto por aspectos familiares ao aluno, pode servir como ponto de partida para um estudo formal dos conceitos matemáticos relacionados ao problema em questão, uma vez que, um estudo baseado em conceitos familiares e concretos pode ser mais estimulante do que um estudo composto somente

pelo abstrato. Desta maneira, uma metodologia de ensino e aprendizagem baseada em resolução de problemas se faz necessária em sala de aula.

George Polya baseia a sua teoria da Resolução de Problemas no princípio da aprendizagem ativa, o qual consiste no fato de o aluno construir o seu próprio conhecimento matemático. Segundo Polya (1985, p. 13), “[...] a matemática não é esporte para espectadores: não pode ser apreciada nem aprendida sem a participação ativa”. Para o autor, a resolução de problemas se apresenta como uma metodologia de ensino e de aprendizagem de Matemática que pode promover esta participação ativa.

Conforme Zuffi e Onuchic (2007), foi em meados da década de 1980, que a resolução de problemas ganhou força como uma metodologia de ensino de Matemática, ou seja, como um caminho inicial para se estudar Matemática. Ainda conforme as autoras, esta metodologia coloca os problemas como uma motivação para que se desenvolva o ensino e a aprendizagem de novos conceitos e de novos conteúdos, antes mesmo de que esses sejam formalizados. Segundo as autoras, um problema é “[...] tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver, isto é, qualquer situação que estimule o aluno a pensar” (ZUFFI; ONUCHIC, 2007, p. 83).

A metodologia da investigação em sala de aula é relevante ao campo da Educação Matemática, pois ao solucionar os problemas oriundos da investigação, o indivíduo pode fazer outras descobertas, para além do problema proposto, que podem até se constituir em descobertas mais interessantes que a solução original: “Um bom problema é aquele cuja solução, em vez de simplesmente conduzir a um beco sem saída, abre horizontes inteiramente novos [...]” (STWEART, 1995, p. 17, *apud* PONTE *et al.*, 2005, p. 16).

Segundo Ponte (2010) *apud* Saraiva e Bisognin, (2012, p. 307), investigar significa procurar compreender algo de modo aprofundado, tentar encontrar soluções aos problemas cotidianos, e que o ato de investigar deve permear todo o trabalho da escola, envolvendo tanto alunos como professores.

Lazzari *et al.* (2012) defendem que a Investigação Matemática trabalhada através da Resolução de Problemas desenvolve e trabalha a intuição para explorar e para criar conjecturas, além de instigar a curiosidade matemática do estudante. Segundo esses autores, essa metodologia pode ser desenvolvida em todos os níveis de ensino.

Segundo Ponte *et al.* (2005), o campo da Investigação Matemática pode se apresentar como uma metodologia de grande eficiência para o processo de construção do conhecimento, já que acaba por envolver os alunos na busca de solução para as atividades.

Milani (2012) apresenta a Investigação Matemática como uma alternativa ao desinteresse dos alunos para o estudo da Matemática. Segundo a autora, em um ambiente de investigação há espaço para questionar, perguntar e duvidar. Além disso, professor e alunos compartilham a fala e os rumos do trabalho e, dessa forma, cria-se uma cooperação para descobrir algo, adquirir conhecimento e novas experiências.

A elaboração do plano de trabalho para esta pesquisa foi criado buscando estar de acordo com a perspectiva de que a Investigação Matemática se desenvolva através de um problema proposto, e que é preciso que o indivíduo tenha clareza quanto ao problema em questão (PONTE *et al.*, 2005).

O planejamento desta pesquisa procurou contemplar os momentos na realização de uma investigação descritos por Ponte *et al.* (2005), conforme o Quadro 1.

Quadro 1 – Momentos na realização de uma investigação.

Exploração e formulação de questões	Reconhecer uma situação problemática. Explorar a situação problemática. Formular questões.
Conjecturas	Organizar dados. Formular conjecturas (e fazer afirmações sobre uma conjectura).
Testes de reformulação	Realizar testes. Refinar uma conjectura.
Justificativa e avaliação	Justificar uma conjectura. Avaliar o raciocínio ou o resultado do raciocínio.

Fonte: Ponte *et al.* (2005, p. 21).

### 3. Metodologia

O trabalho em questão foi realizado em uma escola pertencente à Rede Municipal de Ensino de Porto Alegre, durante os três períodos da disciplina de Matemática, constituídos de dois períodos em um dia, e um terceiro período no dia seguinte, no primeiro semestre de 2015. Tal escola encontra-se em um dos bairros de periferia da cidade, situando-se na Zona Norte da capital. Grande parte dos alunos desta escola é oriunda de pequenas comunidades, que rodeiam o bairro onde a escola se localiza. Muitas destas comunidades se caracterizam por uma realidade dominada pelo tráfico de drogas e pela violência. A presente pesquisa se desenvolveu em uma turma de sexto ano, formada por cerca de 30 alunos de idades entre 11 e 13 anos aproximadamente.

Como metodologia de pesquisa, utilizou-se o estudo de caso. Segundo Gray (2012, p. 200), “[...] os estudos de caso se mostram valiosos ao acrescentar entendimento, ampliar a experiência e aumentar a convicção sobre um tema”. De acordo com o autor, o estudo de caso tem como objetivo estudar um fenômeno bastante específico, e pode explorar muitos temas e assuntos, mas direcionados a um determinado grupo de pessoas, a uma determinada organização e a um determinado contexto.

De acordo com Stake (2000) *apud* Gray (2012), os estudos de casos podem acrescentar entendimento, ampliar a experiência e aumentar a convicção sobre um determinado tema. De acordo com Yin (2003, p. 13) *apud* Gray (2012, p. 200), o estudo de caso pode ser definido como uma investigação empírica que “[...] investiga um fenômeno contemporâneo em seu contexto real, principalmente quando os limites entre fenômeno e contexto não são claros”.

Segundo Gray (2012), os estudos de caso exploram aspectos e questões de um fenômeno, nos quais as relações podem ser ambíguas e incertas, procurando também relações

de causalidade, e não apenas descrever o respectivo fenômeno. Ainda segundo o mesmo autor, um estudo de caso requer uma coleta de dados formada por diversas fontes. Para satisfazer este requisito, esta pesquisa contou com as seguintes fontes na sua coleta de dados:

- Diário de bordo: Relatório com anotações sobre as aulas, feito pela professora, contendo informações sobre as atitudes e pensamentos do grupo de alunos observado;
- Folhas com as atividades realizadas pelos alunos;
- Gravação de áudio dos diálogos dos estudantes durante a execução do trabalho.

### 3.1. Procedimentos utilizados

Primeiramente os alunos foram questionados acerca do significado de um quadrado e suas propriedades básicas, tais como: possuir quatro ângulos retos e quatro lados de mesma medida.

Em um segundo momento, fazendo uso da malha quadriculada, os estudantes foram solicitados a construir todos os quadrados possíveis de serem elaborados (que foram denominados pelo nome de quadrados grandes), formados por quantidades que variaram de um a cem quadradinhos da malha em seu interior. Esta parte da atividade teve por objetivo fazer com que os alunos descobrissem que não é possível construir quadrados grandes com qualquer número de quadradinhos dados.

Em um terceiro momento, os alunos foram solicitados a preencher o Quadro 2: *“Dentre os quadrados encontrados no item 1, liste suas características, conforme a tabela a seguir.”*

Quadro 2 – Tabela utilizada na atividade.

Número de quadradinhos de cada quadrado grande encontrado	Tamanho (medida) do lado (Utilize a medida do lado de cada quadradinho)	Qual é a multiplicação que representa a quantidade de quadradinhos de cada quadrado grande?

Fonte: Elaboração do autor.

Esta parte do trabalho teve por objetivo fazer os estudantes perceberem as regularidades algébricas entre os valores.

No momento seguinte, foi realizada a seguinte atividade:

*Encontre a medida do lado de um quadrado formado por*

- 144 quadradinhos*
- 225 quadradinhos*

Esta parte da atividade objetivou desafiar os alunos com valores que não estão contidos na tabuada usualmente utilizada na escola.

Após isso, foi realizado um momento de fechamento do significado do conceito de raiz quadrada e de suas propriedades, tendo como base os quadrados construídos e as informações contidas na tabela do terceiro momento.

## 4. Resultados e discussão

Na primeira parte da aula, foi questionado aos alunos sobre quais seriam as características de um quadrado. Eles ficaram um tanto confusos com a pergunta e responderam que *“um quadrado era um quadrado”*. Com esta confusão, foi perguntado como eles explicariam para uma pessoa que vivesse em Marte, e que nunca tivesse ouvido falar em quadrado, o que era de fato um quadrado. Os alunos então disseram que o quadrado era algo que possuía *“quatro pontas iguais”* e elas eram ligadas por *“quatro lados retos”*. Questionou-se então se eram somente essas as características do quadrado, e os estudantes disseram que eram.

Após escrever as definições ditas até então pelos alunos, foi desenhado no quadro negro um trapézio, supondo que o significado de *“pontas iguais”* para os alunos, significasse na verdade, apenas o ponto do vértice. Após isso, foi perguntado aos estudantes se aquela figura era um quadrado, já que atendia às hipóteses levantadas por eles. Os alunos então responderam que não, pois aquela figura tinha *“lados tortos”*, o que entende-se como lados opostos não necessariamente paralelos, ou ausência de ângulo reto.

Nesse momento, pode-se perceber que, na sala dessa turma, estava pendurado um cartaz com figuras geométricas, o qual trazia a figura de um quadrado. Dando ênfase ao cartaz em questão, foi novamente questionado aos alunos que outras características poderiam ser ditas ao amigo de Marte. Um aluno respondeu que o que faltava era o fato de o quadrado possuir quatro lados iguais. Essas características foram escritas no quadro.

### 4.1. Descobrimo quadrados na malha quadriculada

Foi entregue aos alunos uma folha com as atividades propostas e uma folha quadriculada. Os estudantes foram orientados a registrar todas as suas respostas e resoluções atrás da folha e na folha quadriculada quando necessário. Eles foram incentivados a ter esta atitude durante a tarefa, com base em Ponte *et al.* (2005, p. 23), que defendem a importância do registro em um trabalho com investigação em sala de aula: *“É somente quando se dispõem a registrar as suas conjecturas que os alunos se confrontam com a necessidade de explicitarem as suas idéias e estabelecerem consensos e um entendimento comum quanto às suas realizações”*.

A primeira atividade proposta foi a seguinte:

*Determine com quais quantidades de quadradinhos da folha quadriculada é possível se construir quadrados maiores. Considere quadrados formados por 1 até 100 quadradinhos. Liste abaixo as quantidades de quadradinhos dos quadrados grandes encontrados:*

Foi desenhada uma malha quadriculada no quadro, e foi explicado aos alunos o que a atividade estava querendo descrever com o termo *“quadrados maiores”* ou *“quadrados grandes”*, como sendo todos os quadrados possíveis formados pelos quadradinhos da malha quadriculada.

Foi explicado aos alunos como eles poderiam determinar a medida do lado das figuras encontradas, e para isso foi utilizado o termo “palitos” para determinar a medida do lado de cada quadradinho da malha quadriculada (unidade de perímetro). Sendo assim, foi explicado aos estudantes que o lado dos quadrados grandes poderia ser medido pelo número de “palitos” que formassem aquele lado.

A intenção do uso do termo palitos foi de uma adaptação da linguagem matemática formal, e até então desconhecida, para uma linguagem mais próxima do cotidiano dos alunos, pois a intenção era de que os estudantes entendessem o que estava sendo dito, afim de que eles pudessem iniciar as suas investigações. Quanto à importância do entendimento do problema pelo educando, Ponte *et al.* (2005) afirmam que, durante a investigação, é importante que o aluno saiba o que lhe é pedido, em termos do produto final. Muitos estudantes ficaram com dúvidas sobre o que realmente era para se fazer nesta atividade. Pode-se atribuir isso à falta de familiaridade com atividades de investigação durante as aulas, e ao trabalho em grupos, o que gerou agitação entre os alunos e promoveu a sua falta de concentração.

Após uma leitura da atividade, os educandos foram questionados sobre a possibilidade de formar um quadrado com apenas um quadradinho. Eles responderam que sim. Em seguida foram questionados sobre a possibilidade com dois quadradinhos. Uma parte desses alunos automaticamente respondeu que sim, e então foram solicitados a desenhar esse quadrado na folha quadriculada. Em seguida esse grupo de alunos percebeu que isso não era possível, pois, segundo a fala de um desses estudantes “*faltava a parte de baixo do quadrado*”. Nesse ponto observa-se a importância da visualização geométrica de um conceito algébrico, pois se não estivessem desenhando quadradinhos na malha quadriculada, talvez o fato de não existir raiz quadrada exata para o número dois, ficasse sem uma justificativa que fizesse sentido para os estudantes.

Novamente os estudantes foram questionados, agora sobre a possibilidade de um quadrado formado por três quadradinhos. Os alunos responderam que não era possível esta construção, pois isso resultaria em uma figura com uma semelhante a uma letra L, o que não seria quadrado. Foram questionados sobre a possibilidade com quatro quadradinhos, que foi, desta vez, positivamente validada pelos alunos. Nesse momento da tarefa, grande parte dos alunos afirmou que já havia entendido como realizar a atividade. Foi solicitado aos educandos que anotassem abaixo de cada quadrado desenhado, o número de quadradinhos utilizados em cada construção.

Observa-se que os questionamentos e as articulações realizadas junto aos alunos são fundamentais em um processo investigativo, pois fazem com que o estudante perceba novos conhecimentos. Pode-se destacar o mesmo posicionamento no discurso de Megid (2010, p. 202), que traz o professor como um mediador entre aluno e conhecimento, durante um processo investigativo em sala de aula: “É preciso que o professor, mediador de situações que ocorrem em

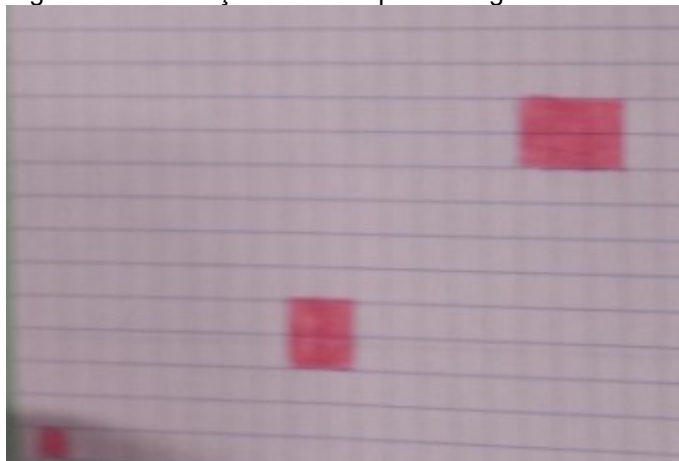
sala de aula, esteja atento às oportunidades que aparecem para articular as ações/pensamentos/discussões dos alunos com o conhecimento a ser construído”.

Reforçando essa ideia, Polya (1977, p. 1) afirma que “[...] o professor não deve auxiliar nem de mais, nem de menos, mas de tal modo que ao estudante caiba uma parceria razoável de trabalho”. De acordo com esse autor, o professor deve tentar descobrir a maneira como o estudante está pensando e, dessa forma, orientar o aluno de uma maneira natural, incentivando uma ideia que poderia ter sido formulada pelo próprio estudante.

Além disso, conforme Ponte *et al.* (2005), em um processo de investigação em sala de aula, o professor continua servindo como elemento chave, já que além de garantir que o aluno tenha entendido de fato o problema proposto, tem o papel de auxiliá-lo a aprender a maneira como realizar a sua investigação, e não deixar o aluno solucionar o problema totalmente sozinho. Desta forma, percebe-se que o processo investigativo deve ser realizado de forma orientada pelo professor.

Em um segundo momento, foi possível notar que alguns alunos já estavam conseguindo fazer o desenho dos quadrados de uma maneira mais direta, utilizando a medida dos lados como referência para os quadrados descobertos. Porém, foi observado também que alguns estudantes estavam desenhando retângulos, conforme ilustrado na Figura 1, ao invés de quadrados, pois acabavam não conferindo se o número de unidades de lado era o mesmo em todos os lados.

Figura 1 – Resolução de aluno para a segunda atividade.



Fonte: Dados da pesquisa.

Foi perguntado a esses alunos se a figura em questão era de fato um quadrado e então estes alunos olharam a figura e perceberam que a proporção em relação às figuras já desenhadas estava sutilmente diferente, e por isso respondiam que não, mas não conseguiam dizer o motivo pelo qual aquele não seria um quadrado. Esses educandos então foram questionados sobre o que era preciso para se ter um quadrado, segundo as características anotadas no quadro. Dessa forma, foi retomado com os alunos sobre a característica de que era necessário se ter quatro lados iguais. Novamente os estudantes foram questionados sobre a igualdade dos lados das figuras desenhadas na malha quadriculada, e após a contagem das unidades de lado em cada



lado, eles puderam perceber que os lados não eram iguais, e que por isso deveriam acrescentar fileiras a mais para que o resultado final fosse um quadrado de fato.

Foi observado também que um grupo de alunas tentou construir os quadrados a partir da distribuição de um determinado número de quadrados por fileira, o que acabava gerando retângulos e não quadrados.

A maior dificuldade apresentada pela turma foi quanto ao entendimento do que era para ser feito, pois, inicialmente, os alunos construíram quadrados formados por quadradinhos como medidas contorno, ao redor da figura, e não como medidas de área. Para destacar esta situação, mais uma vez ressalta-se a visão de Ponte *et al.* (2005), a qual evidencia a importância do completo entendimento do problema pelo aluno.

Para acabar com a dificuldade em questão, foi mostrado aos alunos que o que o problema estava propondo na verdade era encontrar os quadrados formados por quadradinhos como um todo, ou como medida de área (sem mencionar a palavra área, já que eles a desconheciam) e, após isso, mostrando os itens de algumas figuras construídas corretamente. Destaca-se aqui, novamente, a importância do papel do professor trazida por Ponte *et al.* (2005, p. 29), que coloca que o professor deve procurar entender como o trabalho dos alunos se processa e prestar o apoio que for necessário.

Antes da próxima atividade, uma aluna perguntou se o número de quadradinhos de cada quadrado tinha relação com a tabuada, pois ela havia notado que quando ela multiplicava os lados dos quadrados maiores, o resultado obtido era o número de quadradinhos contidos nesse quadrado. Nesse momento, foi possível perceber que a aluna conseguiu antecipadamente fazer uma conjectura a respeito daquilo que ela estava buscando, enquadrando-se já na segunda etapa de investigação, proposta por Ponte *et al.* (2005). Foi pedido à estudante que ela testasse os outros casos para se certificar da sua hipótese.

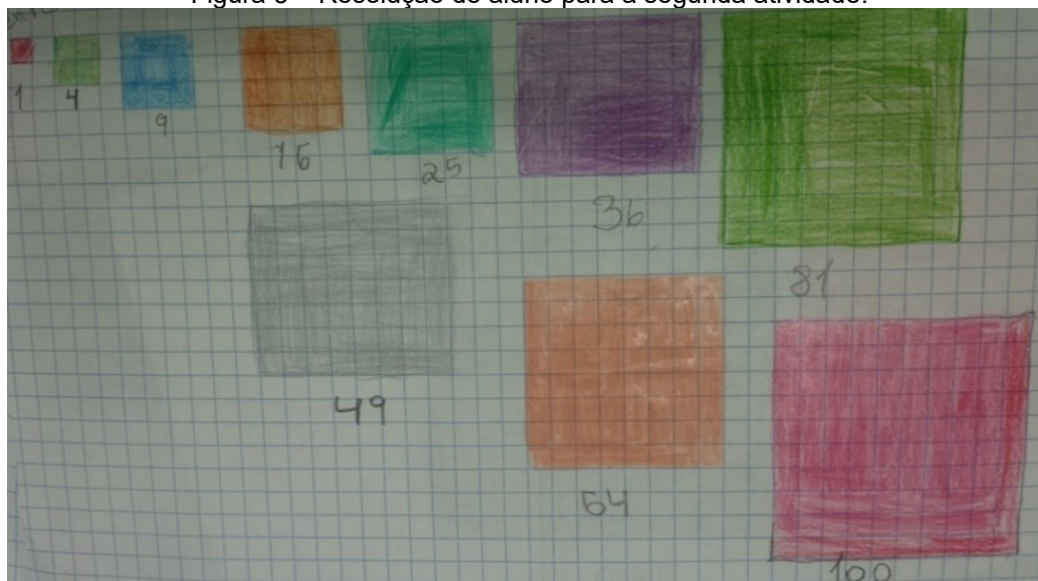
Neste momento, a maior parte dos alunos já havia encontrado os quadrados com 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81 e 100 quadradinhos, conforme ilustrado nas Figuras 2 e 3.

Figura 2 - Resolução de aluno para a segunda atividade.



Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 3 – Resolução de aluno para a segunda atividade.



Fonte: Arquivo pessoal

## 4.2. Relações descobertas

Como os alunos estavam muito agitados por estarem trabalhando em grupos, iniciou-se a terceira parte do trabalho, mesmo sem uma discussão dos resultados com a turma.

Nesta parte do trabalho, após o esgotamento das possibilidades de quadrados constituídos por 1 quadradinho até 100 quadradinhos, foi proposta a seguinte atividade: “Dentre os quadrados encontrados no item 1, liste suas características, conforme a tabela a seguir.” (Quadro 2).

Nesta atividade os alunos realizaram, primeiramente, a transcrição das quantidades de quadradinhos contidas em cada quadrado e fizeram a verificação da medida do seu lado. Nesta parte da atividade os alunos não encontraram dificuldades, conforme ilustrado na Figura 4.

Figura 4 – Resolução de aluno para a terceira atividade.

Dentre os quadrados encontrados no item 1, liste suas características, conforme a tabela abaixo:

Número de quadradinhos de cada quadrado grande encontrado	Tamanho do lado (Utilize a medida do lado de cada quadradinho)	Qual é a multiplicação que representa a quantidade de quadradinhos de cada quadrado grande?
1	1	$1 \times 1 = 1$
4	2	$2 \times 2 = 4$
9	3	$3 \times 3 = 9$
16	4	$4 \times 4 = 16$
25	5	$5 \times 5 = 25$
36	6	$6 \times 6 = 36$
49	7	$7 \times 7 = 49$
64	8	$8 \times 8 = 64$
81	9	$9 \times 9 = 81$
100	10	$10 \times 10 = 100$

Fonte: Dados da pesquisa.

Em seguida, muitos alunos questionaram sobre o que significava a multiplicação. Explicou-se que através da multiplicação era possível representar a quantidade de quadradinhos obtida. Já outros estudantes, responderam que era semelhante à tabuada e que, portanto, bastava multiplicar as medidas dos lados para obter como resultado o número de quadradinhos. Nesse ponto, os alunos estavam se referindo à chamada tabuada Pitagórica, ou tabuada em tabela, que relaciona a área de retângulos com os resultados da tabuada.

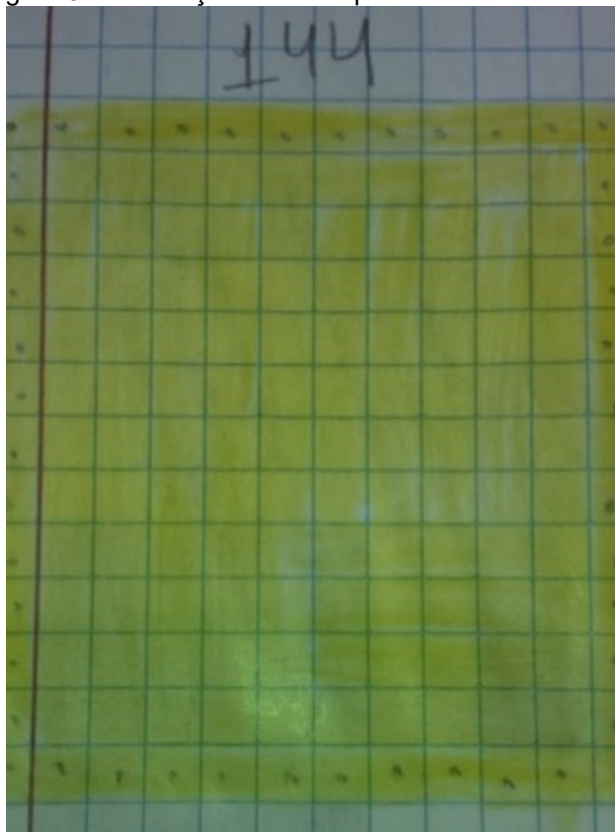
Na atividade seguinte, foram propostas tais construções:

*Encontre a medida do lado de um quadrado formado por*

- a. 144 quadradinhos*
- b. 225 quadradinhos*

Grande parte dos alunos não mostrou dificuldades na construção dos quadrados propostos, conforme ilustrado nas Figuras 5 e 6. Alguns estudantes ficaram impressionados com a quantidade de quadradinhos, e hesitaram diante do aumento do grau de dificuldade da construção. Neste momento, os educandos foram questionados sobre a possibilidade de se construir um quadrado com 101 quadradinhos, com 102 e com 103. Rapidamente os estudantes prosseguiram na sua investigação, encontrando os quadrados de lados 12 e 15 como resolução para a atividade proposta.

Figura 5 – Resolução de aluno para terceira a atividade.



Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 6 – Resolução de aluno para terceira a atividade.

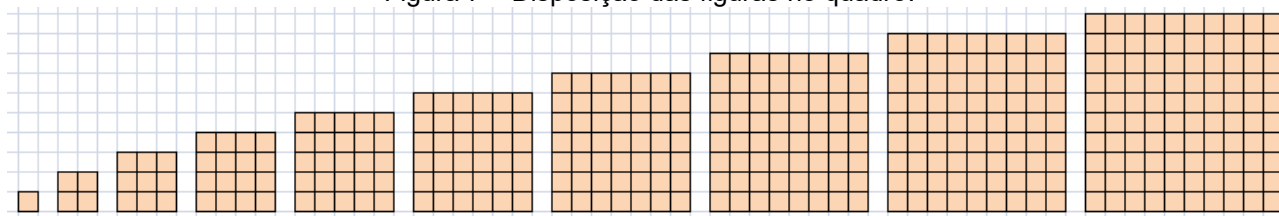


Fonte: Dados da pesquisa.

### 4.3. O fechamento do trabalho: descobrindo a raiz quadrada

Na aula seguinte, foi perguntando aos alunos, quais tinham sido os quadrados descobertos na aula anterior. À medida que eles falavam quais quadrados haviam descoberto, eram desenhados no quadro as figuras encontradas, conforme a Figura 7.

Figura 7 – Disposição das figuras no quadro.



Fonte: Elaboração do autor.

Nesse momento os estudantes puderam compartilhar os seus resultados com o grande grupo. Abaixo de cada um deles, foi escrito o seguinte:

*Número de quadradinhos:* \_\_\_\_\_

*Tamanho (medida) do lado:* \_\_\_\_\_

Em seguida, foi perguntado aos alunos o que havia sido estudado na aula anterior, e eles foram dizendo que haviam estudado os quadradinhos. Foi perguntado a eles o que necessariamente haviam aprendido sobre os quadradinhos, e os alunos responderam com silêncio. Aqui percebe-se que os estudantes não haviam entendido a pergunta então eles foram questionados sobre o número de quadradinhos e sobre a medida do lado apontando para a primeira figura desenhada no quadro. Os educandos responderam que havia ali, um quadradinho

e que a medida do lado era 4, referindo-se assim ao perímetro. Os alunos foram lembrados que quando estavam se referindo à medida do lado do quadrado, estavam se reportando a um lado apenas, ou seja, à quantidade de palitinhos em cada um dos lados do quadrado maior.

A pergunta foi novamente repetida e, rapidamente, os alunos responderam que aquele quadrado tinha um quadrado e uma unidade de lado em cada um dos lados e que, portanto, o lado tinha medida um. Os estudantes foram questionados então sobre o segundo quadrado, e a maior parte dos alunos respondeu que esta figura tinha quatro quadrados e lado de medida dois. Prosseguiram respondendo corretamente para todos os demais quadrados desenhados, o que mostra possível entendimento sobre os questionamentos feitos.

Em seguida, os educandos foram questionados sobre o que os números que representavam o número de quadrados e as suas respectivas medidas dos lados tinham em comum. Os alunos ficaram um tanto pensativos, mas em seguida uma estudante respondeu que quando multiplicávamos a medida do lado por ela mesma (medida do lado elevada ao quadrado), o resultado era o número de quadrados de cada quadrado maior, conforme a fala de um deles: *“É só fazer uma vez o um, que dá um, dois vezes o dois que dá quatro, três vezes o três, que dá nove e assim com os outros também!”*.

No quadro foram anotadas as respostas dos alunos abaixo de cada um dos quadrados desenhados e, em seguida, foi dito aos alunos que eles haviam descoberto algo muito importante que tinha o nome de raiz quadrada. Neste momento alguns alunos vibraram e foi possível escutar um aluno dizendo para outro: *“Eu não te disse que isso era raiz quadrada!”*, revelando a sua vontade de aprender tal conceito, somente por ouvir falar nele. Foi mostrado aos alunos que na verdade, quando montávamos um quadrado formado por quadrados, achávamos a raiz quadrada encontrando a medida do seu lado. O símbolo da raiz quadrada ( $\sqrt{\quad}$ ) foi escrito no quadro, e explicado que era uma espécie de “r” minúsculo, e que aquele “r” era provavelmente devido à letra inicial da palavra raiz (DANTE, 2012).

Os alunos então foram questionados sobre qual seria a raiz quadrada de 1, ou a medida do lado do quadrado formado por apenas um quadrado. Rapidamente responderam 1. O resultado foi escrito no quadro e os estudantes novamente questionados, agora sobre qual seria a raiz quadrada de 4, responderam que seria dois, e assim sucessivamente.

Foi possível perceber que os alunos ficaram muito empolgados, e que por ouvir falar no termo “raiz quadrada” através de seus familiares, notou-se que eles esperavam que fosse algo mais difícil e complicado, pois alguns estudantes perguntaram: *“É só isso?”*. Isto mostra que eles acabaram achando o conceito de fácil entendimento, por conseguirem atribuir um significado de fato para a tão esperada raiz quadrada.

Percebe-se que este fechamento do trabalho foi fundamental para a consolidação do entendimento do conceito de raiz quadrada. Pode-se verificar esta consolidação do entendimento por parte dos alunos, através dos diálogos e falas deles. Apesar de não ter sido uma discussão

apenas entre os estudantes, foi de grande importância, pois os alunos puderam perceber o real significado daquilo que estavam estudando. Ponte *et al.* (2005) defendem que a fase do compartilhamento dos resultados obtidos é fundamental para que a investigação não perca o sentido, e para que dessa forma seja possível proporcionar um momento de reflexão aos estudantes sobre o desenvolvimento do trabalho e a argumentação utilizada.

Compartilhando da mesma ideia, Polya (1977) defende a noção de que a resolução de um problema deve ter um retrospecto, pois desta maneira o estudante pode reexaminar e reconsiderar todas as fases do processo de resolução, consolidando assim o seu conhecimento e a sua capacidade de solucionar problemas.

## 5. Considerações finais

Quanto ao processo investigativo, percebe-se que seria importante, mas que não foi possível realizar devido ao tempo, uma maior discussão entre os alunos acerca dos conceitos descobertos. Algumas vezes foi preciso, inclusive, acelerar o processo para que os alunos chegassem aos resultados esperados. Percebe-se esta necessidade também ao ler o artigo de Megid (2010), que coloca a interação entre os alunos como uma das peças fundamentais dos seus processos investigativos realizados, promovendo a discussão em pequenos grupos, articulando tais questões para o grande grupo, e assim, produzindo conhecimentos novos.

Ao relembrar todas as etapas desta pesquisa, é possível concluir que o uso de questionamentos foi muito utilizado, com o objetivo de que o aluno conseguisse direcionar-se para conclusões: para estudar as propriedades do quadrado, para verificar as construções de quadrados possíveis, para relacionar os valores encontrados, entre outras. Esta atitude parece estar de acordo com a teoria proposta por Polya (1977), que afirma que o professor deve sempre questionar o aluno de forma a direcioná-lo para a incógnita do problema, pois as indagações têm como finalidade focalizar a atenção do aluno na incógnita.

A atividade sofreu alguns contratempos quanto ao comportamento dos alunos durante o processo investigativo, já que eles não estavam muito acostumados a trabalhar nem em grupos, nem com investigações em sala de aula, e acabaram ficando mais agitados. Este fato vem ao encontro aos problemas de gestão sugeridos por Ponte *et al.* (2005), para a situação de alunos inexperientes em trabalho em grupo e de investigação.

Considera-se que este trabalho trouxe bons resultados para os alunos dessa turma, pois eles demonstraram entendimento dos conceitos trabalhados, que foram notados através das suas falas. No geral, percebe-se que esta atividade foi mais um passo para a criação de uma nova mentalidade dos alunos perante as atividades de investigação. Desta maneira, os alunos puderam experimentar uma maneira mais autônoma de produzir o seu próprio conhecimento e de uma maneira mais interessante e desafiadora, muito adequada ao ambiente escolar contemporâneo.

## Referências

DANTE, Luiz Roberto. **Projeto Teláris: Matemática**, 6º ano. 1. ed. São Paulo: Ática, 2012.

GRAY, David E. **Pesquisa no mundo real: métodos de pesquisa**. 2. ed. Porto Alegre: Penso, 2012.

LAZZARI, Luana; LIMA, Marcos Pinheiro de; SCHULZ, Julhane Alice Thomas. Resolução de problemas contextualizados por meio da investigação matemática. In: ENCONTRO GAÚCHO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2012, Lajeado. **Anais do XI Encontro Gaúcho de Educação Matemática**. Lajeado: Univates, 2012.

MEGID, Dora. Construindo Matemática na sala de aula: uma experiência com os números relativos. In: FIORENTINI, Dario (Org.). **Por trás da porta, que Matemática acontece?** Campinas: Ilion, 2010.

MILANI, Raquel. Diálogo e incerteza em Educação Matemática. In: ENCONTRO GAÚCHO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2012, Lajeado. **Anais do XI Encontro Gaúcho de Educação Matemática**. Lajeado: Univates, 2012.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Rio de Janeiro: Interciência, 1977.

\_\_\_\_\_. O ensino por meio de problemas. **Revista do Professor de Matemática**, São Paulo, n. 7, p. 11-16, 1985.

PONTE, João Pedro da; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

SARAIVA, Lucilene Oenning; BISOGNIN Vanilde. Convergência de sequências numéricas por meio da investigação matemática. In: ENCONTRO GAÚCHO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2012, Lajeado. **Anais do XI Encontro Gaúcho de Educação Matemática**. Lajeado: Univates, 2012.

ZUFFI, Edna Maura; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. O ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas e os processos cognitivos superiores. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, São Paulo, n. 11, p. 79-97, 2007.